passar lista de presença
distribuir lista 2 /

Resumo da aula anterior

① $\nu = \frac{1}{4} n \bar{v}$ $\frac{\text{nº de partículas}}{\text{área tempo}}$, $\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$; $n = \frac{P}{kT}$

$$\nu = \frac{3{,}5 \times 10^{22}\, P(\text{Torr})}{(MT)^{1/2}} \quad \frac{\text{moléculas incidentes}}{\text{cm}^2\ \text{s}}$$

Para N_2 $T = 300\,K$

$$\nu = 3{,}8 \times 10^{20}\, P(\text{Torr}) \quad \frac{\text{moléculas incidentes}}{\text{cm}^2\ \text{s}}$$

MOSTRAR TRANSPARÊNCIA

$$\boxed{\tau = \frac{2{,}7 \times 10^{-6}}{P(\text{Torr})}}$$

tempo de formação de uma monocamada

② Para calcular $N_\nu \equiv N_s$

$$P = \frac{12 kT}{\pi R_0 \delta^2} \qquad \begin{cases} \delta_{N_2} = 3{,}7 \times 10^{-8}\ \text{cm} \\ k = 10^{-19}\ \frac{\text{Torr cm}^3}{K} \end{cases}$$

$$\boxed{N_\nu \equiv N_s \ \text{para} \ P = 10^{-2}\ \text{Torr}}$$

③ Viscosidade $\boxed{\eta = \frac{1}{3} \lambda n m \bar{v}}$

④ Regimes de escoamento

- Regime viscoso — $\lambda \ll D$
  - fluxo turbulento
  - fluxo laminar
- Regime intermediário
- Regime molecular — $\lambda \gg D$

nº de Reynolds

$$\boxed{Re = \frac{\rho\, n\, t}{\eta}}$$

$Q > 200\,D$ (cm) turbulento

$Q < 100\,D$ (cm) laminar

$[Q]$ $\frac{\text{Torr}\ l}{s}$

número de Knudsen

$$\boxed{N_K = \frac{\lambda}{D}}$$

$DP \geq 1$ viscoso

$DP \leq 10^{-2}$ Molecular

$10^{-2} \leq DP \leq 1$ intermediário

Exemplos

bancadas 1 e 2

$P = 10^{-2}$ Torr $D = 10$ cm $DP = 10^{-1}$ cm Torr

Intermediário

$P = 1$ Torr $D = 10$ cm $DP = 10$ cm Torr

viscoso

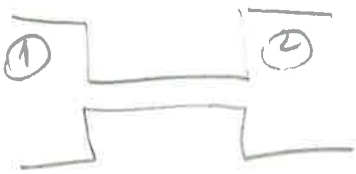
bancada 3

$P = 10^{-6}$ Torr $D = 10$ cm $DP = 10^{-5}$ cm Torr

MOLECULAR

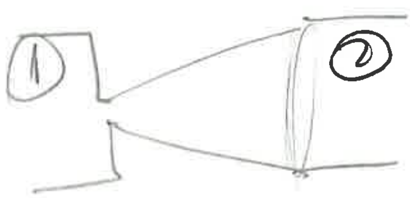
FLUXO MOLECULAR

Probabilidade de Transmissão $\boxed{N_3 \times P_{1-2}}$



simétrico

$1 \to 2$ $2 \to 1$ são iguais



ASSIMÉTRICO

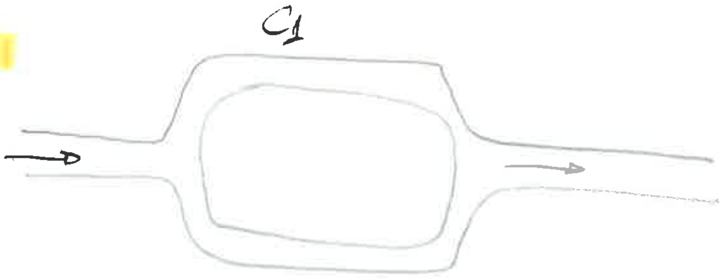
$1 \to 2$ $2 \to 1$ também são iguais

argumento

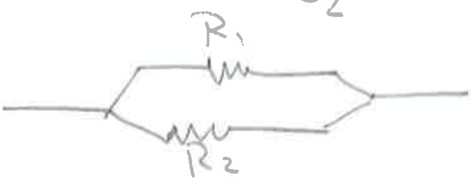
Sem bombeamento $\underline{\underline{P_1 = P_2}}$

Condutâncias

Paralelo



analogia



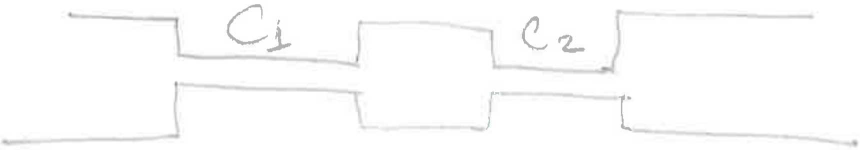
$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

para tubos $\frac{1}{Z_{eq}} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} \equiv \boxed{C_{eq} = C_1 + C_2}$

Série

analogia

$$R_{eq} = R_1 + R_2$$



$$Z_{eq} = Z_1 + Z_2$$

$$\therefore \boxed{\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}$$

AULA DE HOJE

Fluxo molecular (Bomba difusora)

1. Condutância de um orifício

2. Diafragma

3. Duto circular

4. Duto com seção reta retangular

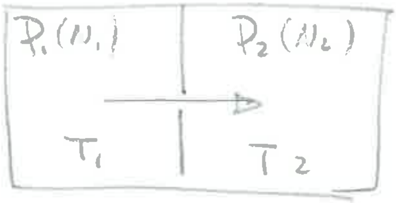
Leitura recomendada

The ultimate vacuum
D.A. Redhead

VACUUM 53 (1999) 137-149

Condutância de um orifício

Fluxo molecular



As dimensões da câmara devem ser muito maiores do que o orifício.

Suposição: As moléculas colidem apenas com as paredes da câmara

fluxo de gás (throughput)

$$\boxed{PV = NkT} \quad \text{lembrando}$$

$$Q = \frac{P\,dV}{dt} = kT\frac{dN}{dt}$$

$$\nu = \frac{\text{nº de partículas}}{\text{área tempo}} \qquad \boxed{\nu = \frac{1}{4} n \bar{v}}$$

$$\frac{dN}{dt} = \nu A \quad , \quad \text{então}$$

$$Q = kT\nu A = kT\frac{1}{4} n \bar{v} A \qquad \text{como } \bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} \; ; \; n = \frac{N}{V} = \frac{P}{kT}$$

$$Q = \cancel{kT}\frac{1}{4}\frac{P}{\cancel{kT}}\sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}\,A \longrightarrow Q = PA\sqrt{\frac{kT}{2\pi m}}$$

$$\boxed{Q_T = Q_1 - Q_2 = A\sqrt{\frac{kT}{2\pi m}}\,(P_1 - P_2)}$$

O que nos interessa é o fluxo de massa total que é exatamente a diferença entre os dois compartimentos

$$\boxed{Q_T = A\sqrt{\frac{kT}{2\pi m}}\,\Delta P}$$

Mas $Q = C(P_1 - P_2)$ por definição

logo

$$\boxed{C = A\sqrt{\frac{kT}{2\pi m}}}$$

condutância de um orifício

Reescrevendo

$$\boxed{C = 3{,}64\left(\frac{T}{M}\right)^{1/2} A \quad \ell/s}$$

para N_2 $T = 20°C$ $(T \simeq 293K)$

$$\boxed{C_{N_2} \cong 12A \quad \ell/s}$$

A (cm^2)

C (ℓ/s)

Para um orifício circular

$$A = \frac{\pi D^2}{4}, \text{ então}$$

$$\boxed{C_{o_{N_2}} = \frac{12\pi D^2}{4} \simeq 9D^2}$$

D (cm)

C_o (ℓ/s)

Note que $\boxed{C \propto \sqrt{\frac{T}{M}}}$

- No regime molecular a condutância não depende da pressão

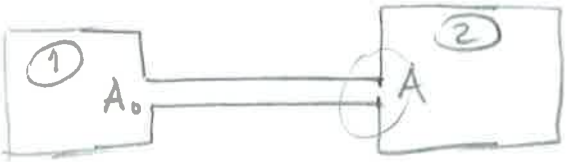
Quanto maior a temperatura → maior a condutância

Quanto menor a temperatura → menor a condutância

condutância é inversamente proporcional à massa molar.

Condutância de orifícios com áreas diferentes ligados por um tubo de comprimento L (4)

DIAFRAGMA



$$\gamma = \frac{1}{4} n \bar{v}$$

Considerando a impedância na direção $1 \rightarrow 2$

A molécula deve encontrar o orifício do tubo e depois vencer a superfície do tubo.

$$Z_{12} = Z_{A_0} + Z_L + Z_{ef}$$

Na direção $2 \rightarrow 1$

$$Z_{21} = Z_A + Z_L$$

Sabendo que $Z_{12} \equiv Z_{21}$

Vamos supor que o sistema esteja sendo bombeado e que se estabeleça um fluxo.

Desligando-se as bombas as pressões P_1 e P_2 devem se igualar, logo $Z_{12} \equiv Z_{21}$

Então

$$Z_{A_0} + Z_L + Z_{ef} = Z_A + Z_L$$

$$\therefore \boxed{Z_{ef} = Z_A - Z_{A_0}} \quad (1)$$

$$\frac{1}{C_{ef}} = \frac{1}{C_A} - \frac{1}{C_{A_0}} \Longrightarrow \boxed{C_{ef} = C_A \frac{C_{A_0}}{C_{A_0} - C_A}}$$

Sabendo que $C_0 = 12A = 9D^2$, então

$$C_{ef} = 12A\left[\frac{A_0}{A_0 - A}\right]$$ ou

$$C_{ef} = 9D^2\left[\frac{D_0^2}{D_0^2 - D^2}\right]$$ expressão equivalente

Estudo de casos

CASO 1 Para $A \ll A_0$

$C_{ef} = 12A$ ou $C_{ef} = 9D^2$

i.e. $\boxed{C_{ef} = C_A}$

CASO 2 Para $A \sim A_0$

$C_{ef} \to \infty$ i.e. $Z_{ef} = 0$

CASO 3

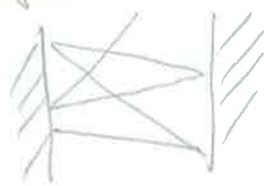
$A = \frac{A_0}{2}$

$\boxed{C_{ef} = 2C_A}$ efeito diafragma

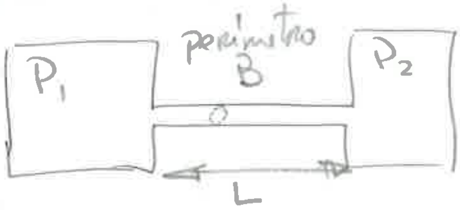
FLUXO MOLECULAR

deduzido por Knudsen.

No fluxo molecular as moléculas descrevem trajetórias em linha reta aleatórias entre as paredes.



$$\nu = \frac{1}{4} n \bar{v} \ \frac{\text{moléculas}}{\text{cm}^2\,\text{s}}$$



Nem todas as moléculas que penetram no tubo conseguem chegar ao outro lado.
(Transmissão não é 100%)

hipótese de Knudsen

$$\boxed{\underset{\text{transmissão}}{P} \propto \frac{A}{BL}}$$

Algumas moléculas vão para frente e outras voltam.
A probabilidade de transmissão é proporcional à seção reta (ÁREA) e inversamente proporcional à superfície do tubo.

A = área

B = perímetro

L = comprimento do tubo

Ref. A. Roth pag 82-85 seção 3.3.3

$$C \propto N_{moléculas} \times P_{transmissão}$$

$N_{moléculas} \propto Q$ (proporcional ao throughput)

$$Q = P\frac{\Delta V}{\Delta t} = kT\frac{\Delta N}{\Delta t} \qquad \frac{dN}{dt} = \nu A \qquad \boxed{\nu = \frac{1}{4} n \bar{v}}$$

$$Q = kT\nu A = kT\frac{1}{4} n \bar{v} A$$

$$Q = \cancel{kT}\frac{1}{4}\frac{P}{\cancel{kT}}\sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}\,A$$

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}} \qquad n = \frac{P}{kT}$$

$$\therefore \boxed{Q = PA\sqrt{\frac{kT}{2\pi m}}}$$

então

$$Q_1 = P_1 A \sqrt{\frac{kT}{2\pi m}}$$

$$Q_2 = P_2 A \sqrt{\frac{kT}{2\pi m}}$$

Lembrando a hipótese de Knudsen, temos:

$$P_{transmissão} \propto \frac{A}{BL}$$

Sendo $C \propto P_{transmissão} \times N_{moléculas}$

e

$N \propto Q$, temos:

$$Q_T \propto \sqrt{\frac{kT}{2\pi m}}\,(P_1-P_2) \times A \times \frac{A}{BL}$$

$$\boxed{Q_T \propto \sqrt{\frac{kT}{2\pi m}}\,(P_1-P_2)\,\frac{A^2}{BL}}$$

Nessa equação devemos incluir uma constante de proporcionalidade devido à correção de velocidade $\boxed{\frac{16}{3}K}$

$$Q = C\Delta P = C(P_1-P_2)$$

$$\therefore \boxed{C = \frac{16K}{3}\sqrt{\frac{kT}{2\pi m}}\,\frac{A^2}{BL}}$$

Equação Geral

→ para tubos cilíndricos $K=1$

→ para tubos de seção reta retangular o fator K depende da relação entre os lados (b/a)

como $\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$, então

$$\boxed{C = \frac{4}{3}\,\bar{v}\,\frac{A^2}{BL}}$$

para um tubo temos $A = \pi D^2/4$

$B = 2\pi R = \pi D$

logo $\boxed{C = \frac{\pi}{12}\,\bar{v}\,\frac{D^3}{L}}$

Influência da temperatura na condutância

$$C \propto \bar{v} \qquad \bar{v} \propto \sqrt{\frac{T}{M}}$$

$$\frac{C_1}{C_2} = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{1/2} \left(\frac{M_1}{M_2}\right)^{1/2}$$

para $T_1 = 293\,K$ e $T_2 = 77\,K$

N_2 líquido
$T = 77\,K$

$$C = \sqrt{\frac{293}{77}} \sim 2$$ FATOR 2

i.e. Ao se colocar N_2 líquido a condutância DIMINUI, mas a pressão também diminui!!

CONDUTÂNCIA PARA N_2 em UM TUBO CILÍNDRICO

$$\boxed{C = \frac{\pi}{12} \bar{v} \frac{D^3}{L}}$$

$T = 300\,K$

$M = 28$ u.m.a

$$\bar{v} = \left(\frac{8kT}{\pi m}\right)^{1/2} = \left(\frac{8RT}{\pi N_A m}\right)^{1/2} = \left(\frac{8R}{\pi}\right)^{1/2} \left(\frac{T}{M}\right)^{1/2}$$

$$\boxed{C = 3{,}8 \left(\frac{T}{M}\right)^{1/2} \frac{D^3}{L}}$$

Roth pag. 84

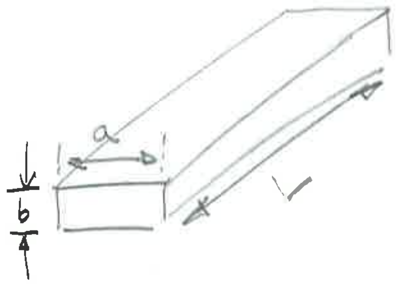
para $T = 293\,K$ e $M = 28$.

$$\boxed{C_{ar} \simeq 12 \frac{D^3}{L}}$$

D (cm)
L (cm)
C (l/s)

Independente da Pressão

Cálculo da condutância de um duto retangular (7)



$$\underline{b < a}$$

$$\begin{cases} A = a.b & \text{área} \\ B = 2(a+b) & \text{perímetro} \end{cases}$$

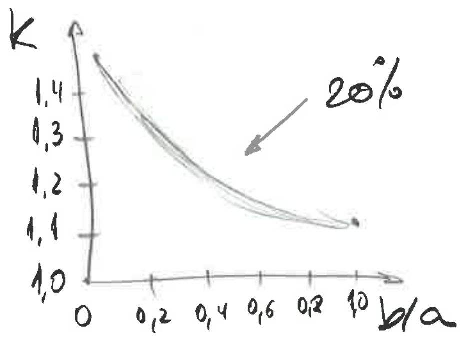
Lembrando

$$\boxed{C = \frac{4}{3}\,\bar{v}\,\frac{A^2}{BL}\,K}$$

$$C = \frac{4}{3}\,\bar{v}\,\frac{(ab)^2}{\cancel{2}(a+b)L}\,K = \frac{2}{3}\,\bar{v}\,\frac{a^2b^2}{(a+b)L}\,K$$

Valores de K

mostrar transparência



para $a = 2b$
correção de 20%

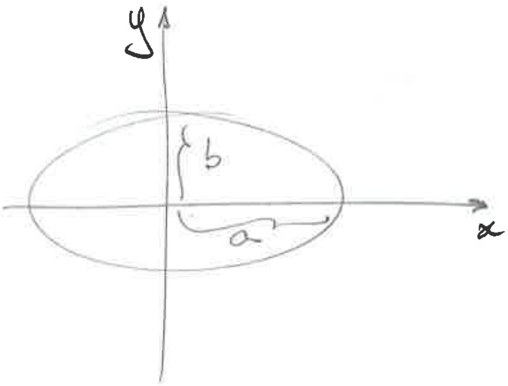
(a) Para $a >> b$

$$\boxed{C = \frac{2}{3}\,\bar{v}\,\frac{ab^2}{L}}$$

(b) Para $a = b$ quadrado

$$\boxed{C = \frac{1}{3}\,\bar{v}\,\frac{a^3}{L}}$$

(c) Elipse semieixos a e b



$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$A = \pi a b$$

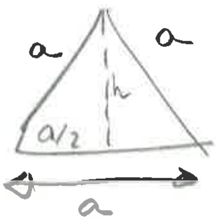
$$B = 2\pi\left(\frac{a^2+b^2}{2}\right)^{1/2}$$

$$\boxed{C = K\,\frac{2\sqrt{2}}{3}\,\frac{\pi}{L}\,\frac{a^2 b^2}{(a^2+b^2)^{1/2}}\cdot\bar{v}}$$

(d) tubo triangular (triângulo equilátero de lado a)

$$\boxed{K = 1{,}24}$$

$$A = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 \quad ; \quad B = 3a$$



$$a^2 = h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 \Rightarrow h^2 = a^2 - \frac{a^2}{4}$$

dedução: $h^2 = \frac{4a^2}{4} - \frac{a^2}{4} = \frac{3a^2}{4} \therefore h = \frac{\sqrt{3}}{2}a \quad \therefore A = \frac{a}{2}\frac{h}{2} \times 2$

então $A = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$ c.q.d.

$$C = 0{,}413\left(\frac{kT}{2\pi m}\right)^{1/2}\frac{a^3}{L} \quad \text{em CGS}$$

para o ar a 20 °C

$$\boxed{C = 4{,}8\,\frac{a^3}{L}}$$

Expressão geral para o cálculo da condutância de tubos

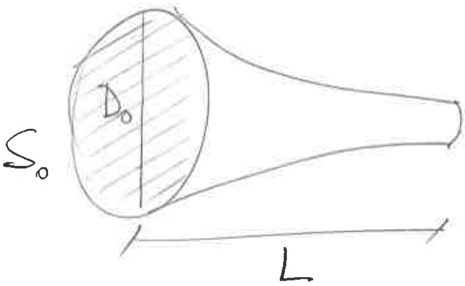
$$\boxed{C = K \frac{4}{3} \frac{\bar{v}}{\int_0^L \frac{B}{A} dl}}$$

Exemplo: VUVUZELA   próxima aula

seção circular

$$S = S_0 e^{-\beta x}$$

$$0 < x < L$$



$$S = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi}{4} D_0^2 e^{-\beta x}$$

$$\begin{cases} D^2 = D_0^2 e^{-\beta x} \\ D = D_0 e^{-\frac{\beta x}{2}} \end{cases}$$

O problema se reduz ao cálculo da integral

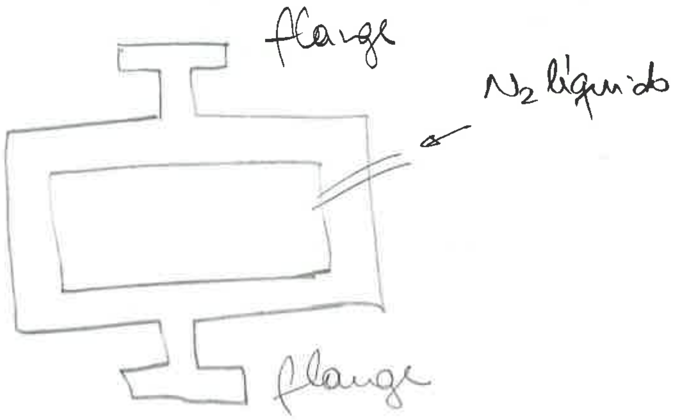
$$\boxed{I = \int_0^L \frac{B}{A^2} dl}$$

Próxima aula

Tarefa para o Lai

Qual a expressão para o cálculo da condutância de um duto anular?

A armadilha de N_2 é sempre no formato anular

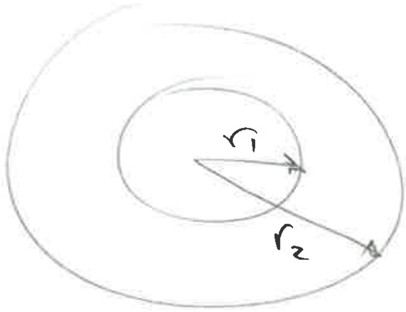


Sucessão de impedâncias em série

Duto circular

$$C = 12A$$

$$A = \pi(r_2^2 - r_1^2)$$



A armadilha é colocada no sistema para proteger a câmara da subida do vapor de óleo!!

Fator H ou fator de velocidade de bombeamento é a razão entre a velocidade real de bombeamento e o máximo fluxo permitido

velocidade da bomba = 50% x condutância do orifício

$$S = 50\% \, (9D^2)$$

$$\therefore \boxed{S = 4{,}5\, D^2} \; \ell/s \qquad D(cm)$$

EXEMPLOS:

DIÂMETRO	CATÁLOGO	CALCULADO
2"	90 l/s	115 l/s
4"	425 l/s	480 l/s
18"	10000 l/s	9300 l/s
52"	17000 l/s	18000 l/s

$$\boxed{1'' = 2{,}54\,cm}$$

Bomba Difusora

Mostrar transparências

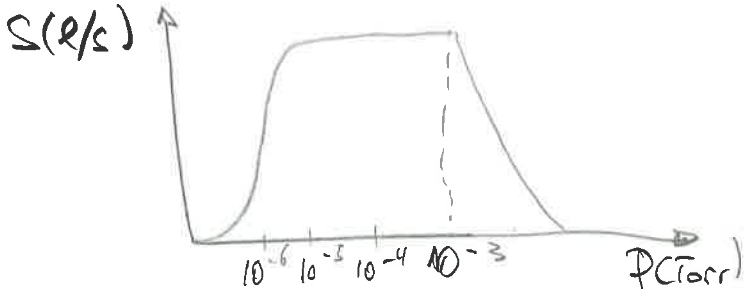
Back streaming (vapor)
Back migration (superfície)

- A Bomba não consegue bombear mais do que o número de moléculas que passam pelo orifício (Boca)

Velocidades supersônicas

As colisões das moléculas de óleo transmitem momento às moléculas do ar (500 uma x 28 uma)

As paredes são resfriadas para ajudar na condensação do líquido.



Baffle ≡ evita backstreaming

Trap (N_2 líquido) também evita

- A condutância da bomba está relacionada com a velocidade de bombeamento.
- A velocidade da bomba depende do processo de bombeamento
- Eficiência de bombeamento

$$\mathcal{E} \simeq 30 \text{ a } 40\%$$

Fator H