AULA 5

Ciência e Tecnologia do Vácuo 27/04/16
2016
(1)

passar lista

Resumo da aula anterior.

Teoria cinética dos gases

- **Número de Avogadro** $\boxed{N_A = 6{,}02 \times 10^{23}}$

Todos os gases contêm o mesmo número de moléculas ou átomos, quando ocupam um mesmo volume nas mesmas condições de temperatura e pressão. (CNTP)

- **número de moles** $\boxed{n = \frac{N}{N_A}}$

- Dedução da **equação dos gases ideais**.

$$PV = nRT \Rightarrow PV = \frac{N}{N_A} RT \Rightarrow \boxed{PV = NkT}$$

$k = \frac{R_0}{N_A} \equiv$ cte de Boltzmann

- **Livre caminho médio**

$$\lambda = \frac{V}{4\pi\sqrt{2}\, r^2 N} \quad ; \quad \lambda = \frac{kT}{P\, 4\pi \sqrt{2}\, r^2} \Rightarrow \boxed{\lambda = \frac{5 \times 10^{-3}\,(\mathrm{cm})}{P\,(\mathrm{Torr})}}$$

- Distribuição de Maxwell-Boltzmann

$$\left\{ \begin{array}{l} v_{mp} = \sqrt{\dfrac{2kT}{m}} \\[2ex] \bar{v} = \sqrt{\dfrac{8kT}{\pi m}} \\[2ex] v_{rms} = \sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\dfrac{3kT}{m}} \end{array} \right.$$

$$\boxed{\nu = \frac{1}{4} n \bar{v}}$$

Resolução de problemas da lista 1

11. Quanto tempo leva para formar uma monocamada em função da pressão?

a) Quantas moléculas de N_2 cabem em $1\,cm^2$?

$$\delta_{N_2} = 3{,}7 \times 10^{-8}\ cm \quad \text{diâmetro da molécula de } N_2$$

Área de uma molécula

$$A = \pi R^2 = \frac{\pi \delta^2}{4}$$

inverso!

Modelo simples

$$\frac{\text{nº de partículas}}{\text{área}} = \frac{1}{A} = \frac{4}{\pi \delta^2} = 9{,}0 \times 10^{14} \sim 10^{15}\ \frac{\text{partículas}}{cm^2}$$

b) Pela teoria cinética dos gases

$$\frac{\text{nº de moléculas}}{\text{área} \times \text{tempo}} = \frac{1}{4} n \bar{v}$$

como $PV = NkT$ e $n = \frac{N}{V} = \frac{P}{kT}$ e $\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$

então $\boxed{\gamma = 3{,}5 \times 10^{22}\ P(Torr) \cdot (MT)^{-1/2}}$

Para N_2 a $T = 300\,K$ e $M = 28$, temos

$$\gamma = 3{,}8 \times 10^{20}\ P(Torr)\ \frac{\text{moléculas}}{cm^2\ s}$$

em 1 s —— $3{,}8 \times 10^{20}\ P(Torr)$

τ —— 10^{15} moléculas

$$\boxed{\tau \cong 2{,}6 \times 10^{-6}}$$

τ é o tempo de formação

P (Torr)	τ (s)
1	10^{-6}
10^{-3}	10^{-3}
10^{-6}	3 s
10^{-8}	300 s (5 min)
10^{-10}	7,5 horas
10^{-14}	9 anos

Tempo para [illegible]!

Questão 12 Fontes de gases
- gás do volume
- moléculas na superfície
- moléculas absorvidas (difusão)
- moléculas do exterior (permeação)

Pergunta: Qual a pressão que $N_{volume} \equiv N_{superfície}$?

Se a pressão for alta as moléculas se aprisionam na superfície
As moléculas ficam aprisionadas (coesas) devido a forças físicas e químicas

- Moléculas fracamente ligadas à superfície
- Moléculas pouco ligadas
- Moléculas fortemente ligadas à superfície

Em P = 1atm as moléculas ficam fixas inclusive pelas moléculas que blindam essas moléculas na parede.

Para saber quando $N_V \equiv N_S$ vamos começar com a lei dos gases ideais:

$$\boxed{PV = NkT}$$

$$N_V = \frac{PV}{kT}$$

$$V_{esfera} = \frac{4}{3}\pi R^3$$

$$A_{esfera} = 4\pi R^2$$

$$\boxed{N_V = \frac{P}{kT}\,\frac{4}{3}\pi R^3}$$

$$N_S = \frac{4\pi R^2}{\text{área ocupada por uma molécula}}$$

R = Raio da superfície

$$N_S = \frac{4\pi R^2}{\frac{\pi \delta^2}{4}} = \frac{16 R^2}{\delta^2}$$

$$N_S = N_V$$

$$\frac{16 R^2}{\delta^2} = \frac{P}{kT}\,\frac{4}{3}\pi R^3 \Longrightarrow \boxed{P = \frac{kT\,12}{\pi R\,\delta^2}}$$

Para N_2 $\quad \delta_{N_2} = 3,7 \times 10^{-8}$ cm

sendo $k = 10^{-22}\,\frac{\text{Torr}\,\ell}{K} = 10^{-19}\,\frac{\text{Torr cm}^3}{K}$

Para $T = 300\,K \Longrightarrow \boxed{P = \frac{0,167}{D(\text{cm})}\ (\text{Torr})}$ $\quad D = 2R$

Para uma câmara de $\sim D = 20$ cm

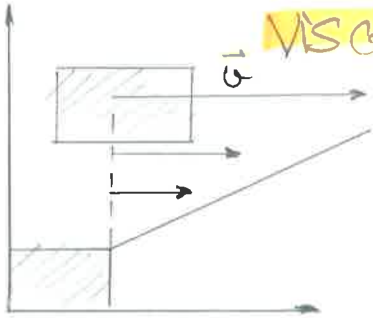
$$\boxed{P = 8,5 \times 10^{-3}\ \text{Torr}}$$

A molécula proveniente da superfície torna-se importante a partir de 10^{-2} Torr

Num sistema de vácuo o gás do volume não é muito importante, pois esse gás é retirado da câmara rapidamente.

VERIFICAR ESSE FATO NA PÁGINA 2

VISCOSIDADE



Placa se movendo em relação a outra

gradiente de velocidade

$$\frac{dv}{dy}$$

A camada inferior se desloca com velocidade menor e assim sucessivamente.

Verifica-se experimentalmente que para manter o deslocamento é necessário aplicar uma força na direção e no sentido do deslocamento, proporcional à área A da placa e ao gradiente de velocidade

$$\boxed{F = \eta A \frac{dv}{dy}}$$

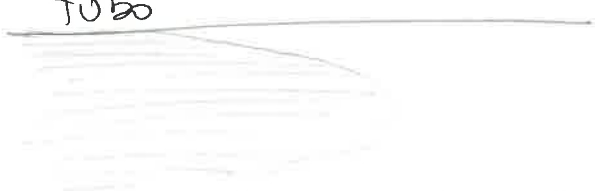
η é o coeficiente de viscosidade do fluido.

Isso equivale a dizer que o gás exerce, sobre a placa, uma força de reação chamada força VISCOSA, de mesmo módulo e direção, mas com sentido oposto ao movimento.

A viscosidade do gás afeta o fluxo de escoamento quando o sistema está no regime viscoso.

Perfil

tubo



Velocidade máxima na parte central do tubo

Velocidade nula para as moléculas na parede.

Pode-se imaginar o gás deslizando em camadas longitudinais. Cada camada exerce uma força tangencial sobre a outra camada adjacente, freiando a de maior velocidade e tendendo a aumentar o movimento da camada mais lenta.

No sistema CGS a unidade de viscosidade é chamada POISE

$$[P] \equiv \left[\frac{\text{dina s}}{\text{cm}^2} \right]$$

Relação útil

$$\boxed{\eta = \frac{1}{3} \lambda n m \bar{v}}$$

Regimes de Escoamento

A. Roth cap 3

Ao diminuir a pressão desde a pressão atmosférica até pressões baixas, o sistema passa por vários regimes de escoamento:

- Viscoso → turbulento / laminar
- Intermediário
- Molecular

VISCOSO:
- Movimento coletivo do gás
- caracterizado por λ pequeno
- colisões elásticas
- Escoamento é regido pela viscosidade do gás

MOLECULAR:
- caracterizado por λ grande ($\lambda >> D$)
- movimento independente das moléculas

No regime **viscoso**:
- Velocidades altas → fluxo turbulento
- velocidades baixas → fluxo laminar

No fluxo laminar as velocidades aumentam da borda para o centro.

O limite entre fluxo Turbulento e laminar é dado pelo número de Reynolds, enquanto que os limites entre os outros regimes viscoso (laminar), intermediário e molecular são dados pelo número de de **KNUDSEN**

Definição do Número de Reynolds

$$Re = \frac{\rho v D}{\eta}$$

ρ é a densidade do gás
v é a velocidade das moléculas
η é a viscosidade do gás
D é o diâmetro do tubo.

$Re > 2100$ fluxo turbulento
$Re < 1100$ fluxo laminar

ANALISE DIMENSIONAL

$$Q = PS = P\frac{\Delta V}{\Delta t} = P\frac{\Delta L}{\Delta t}A = Pv\frac{\pi D^2}{4}$$

então $\boxed{Q = Pv\frac{\pi D^2}{4}}$ ou $\boxed{v = \frac{4Q}{P\pi D^2}}$

$$\rho = \frac{W}{V}^{\text{massa do gás}} \equiv \frac{Nm}{V} = nm \quad \text{sendo } n = \frac{N_A P}{RT} = \frac{\text{nº de moléculas}}{\text{VOLUME}}$$

$$\rho = \frac{N_A P}{RT}m \quad \text{mas } mN_A = M \text{ (massa molar)}$$

então $\boxed{\rho = \frac{MP}{RT}}$ logo $Re = \frac{MP}{RT}\frac{vD}{\eta} = \frac{MP}{RT}\frac{4Q}{P\pi D^2}\frac{D}{\eta}$

$$\boxed{Re = \frac{4QM}{\pi D R T \eta}}$$

Para o ar seco $T = 20°C \Rightarrow T = 393 K$ ⑤

$\eta = 1{,}829 \times 10^{-4}$ poise

$R = 62{,}364 \frac{\text{Torr } \ell}{K}$

$M = 28{,}98$

então $\boxed{Q_{air} = 9{,}06 \times 10^{-2} \, Re \, D}$

$Q > 200 \, D$ (cm) turbulento

$Q < 100 \, D$ (cm) laminar

unidade $\left[\frac{\text{Torr litro}}{\text{seg.}}\right]$

Número de Knudsen

$$\boxed{N_k = \frac{\lambda}{D}}$$

$$\begin{cases} \frac{D}{\lambda} > 100 & \text{VISCOSO} \\ 1 < \frac{D}{\lambda} < 100 & \text{INTERMEDIÁRIO} \\ \frac{D}{\lambda} < 1 & \text{MOLECULAR} \end{cases}$$

Como $\lambda = \frac{5\times10^{-3}\ (cm)}{P\ (Torr)}$

então:

$$\begin{cases} DP \geq 1 & \text{Regime viscoso} \\ DP \leq 10^{-2} & \text{Regime molecular} \\ 10^{-2} < DP < 1 & \text{Intermediário / Transição} \end{cases}$$

$$\bar{P} = \frac{P_1 + P_2}{2}$$

As definições são feitas apenas para se ter uma ordem de grandeza. Mas, o regime determina as aproximações que devem ser feitas para o cálculo das condutâncias, uma vez que descrevem situações físicas bem diferentes.

. Fluxo turbulento Sistemas com dimensões pequenas (diâmetro)

As linhas de campo não são retas e nem regulares formam-se redemoinhos

Esse tipo de fluxo aparece nos primeiros instantes do bombeamento. Em geral, não nos preocupamos com esse regime.

. Fluxo laminar

tubo

Perfil da velocidade das moléculas

As linhas de campo tornam-se retas, tendendo a serem constantes com o tempo

MOVIMENTO COLETIVO DAS MOLÉCULAS

A figura das linhas de fluxo é razoavelmente regular.

A velocidade das moléculas aumenta desde a proximidade da superfície do tubo até o centro, onde é máxima.

O fluxo apresenta característica de camadas (laminar) e viscosidade entre as camadas.

O livre caminho médio (λ) é pequeno comparado com as dimensões do sistema.

As moléculas chocam-se entre si.

A impedância depende do tamanho e das formas das irregularidades do duto, da velocidade e da PRESSÃO do gás

- Regime Intermediário (transição)

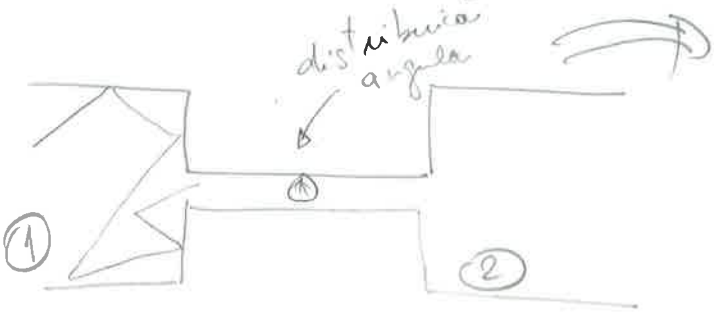
A pressão diminui e o λ aumenta ($\lambda \sim D$)

O fluxo deixa de ser totalmente viscoso

O número de choques com as paredes do sistema é da mesma ordem de grandeza do número de choques com outras moléculas.

Regime molecular

Neste regime as moléculas chocam-se principalmente com as paredes do tubo. As moléculas se movem independentemente uma das outras.



Em pressões baixas, os resultados experimentais indicam que as moléculas condensam na superfície, entram em repouso e são re-evaporadas numa direção independente do ângulo de incidência.

A transmissão não é 100%

O choque com a parede não tem o mesmo ângulo de reflexão e o ângulo de incidência.

A distribuição é máxima em 90° e é SIMÉTRICA!!

→ A máxima quantidade de moléculas que atravessam o tubo é igual ao número de moléculas incidentes.

$$\boxed{N_0 \times P_{1-2}}$$

P_{1-2} é a probabilidade de transmissão.

P_{1-2} depende da geometria do sistema

Independe da pressão

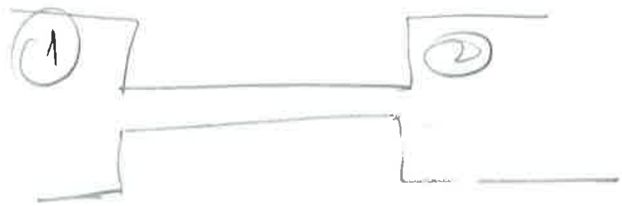
Depende do gás

Depende da temperatura

Condutância pequena

Neste regime a eficiência da bomba é muito pequena!!

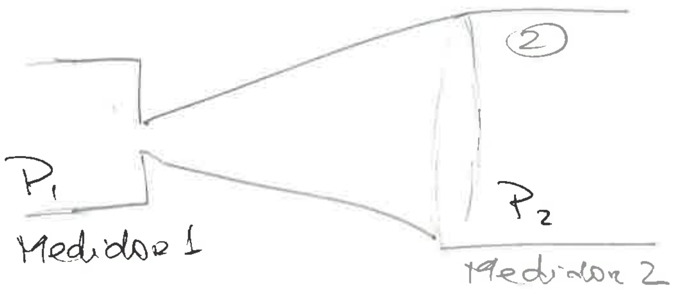
CASO A



SIMÉTRICO

A probabilidade de transmissão é a mesma das moléculas passarem de $1 \to 2$ e $2 \to 1$

CASO B



ASSIMÉTRICO

As impedâncias são as mesmas $1 \to 2$ e $2 \to 1$
Os dois caminhos oferecem a mesma resistência

$$\therefore \boxed{N_1 P_{12} = N_2 P_{21}}$$

Com a bomba de vácuo desligada os dois medidores vão indicar as mesmas pressões.
Não existe preferência

Com essas definições, nas próximas aulas vamos calcular:

CONDUTÂNCIAS

ORIFÍCIO
ORIFÍCIO CIRCULAR

TUBOS:

DUTO CIRCULAR
DUTO QUADRADO
DUTO ANULAR

Densidade Molecular

$N_A = 6,02 \times 10^{23}$

Todos os gases têm o mesmo número de moléculas quando estão num mesmo volume sob as mesmas condições de pressão e Temperatura (CNTP)

massa do gas

$$PV = NkT = N\frac{R}{N_A}T = \frac{Nm}{N_A m}RT = \frac{W}{M}RT$$

massa molecular

$PV = nRT$ $\quad \frac{W}{M}$ é o número de moles $\quad \frac{W}{M}\frac{N_A}{V} = n$ nº de moléculas por unidade de volume

$$PV = \frac{W}{M}RT \quad e \quad \frac{W}{M}\frac{N_A}{V} = n$$

$$n = N_A \frac{W}{M}\frac{1}{V} = N_A \frac{\cancel{W}}{M}\frac{P}{\left(\frac{W}{M}RT\right)} = \frac{N_A}{R}\frac{P}{T}$$

$$n = \frac{6,02 \times 10^{23} P}{6,236 \times 10^{4} T} \Longrightarrow \boxed{n = 9,656 \times 10^{18} \frac{P}{T}}$$

para $P = 760$ Torr e $T = 273.16\ K$

$$\boxed{n = 2,687 \times 10^{19} \text{ moléculas/cm}^3}$$

ou

$$PV = NkT \qquad n = \frac{P}{kT}$$

$$\boxed{n = 9,6 \times 10^{18} \frac{P}{T}}$$

$P = 760$ Torr $\quad T = 273.16\ K$

EXEMPLOS

(a) Considere um sistema de vácuo sendo bombardeado por uma bomba mecânica $S \sim 60\,\ell/\text{min} \equiv 1\,\ell/s$ em uma tubulação de 2'' ~ 5 cm de diâmetro

– Seja inicialmente $P \sim 500$ Torr

$$Q = SP = 1 \cdot 500 = 500 \text{ Torr } \ell/s$$

$$\text{Limites} \begin{cases} \text{turbulento} & 200\,D \longrightarrow 200 \times 5 = 1000 \\ \text{laminar} & 100\,D \longrightarrow 100 \times 5 = 500 \end{cases}$$

→ Estamos no caso limite!!

(b) Considere uma bomba difusora de 10'' ~ 25 cm

$S_{BD} \sim 4{,}5\, D_b^2$ $\quad D_b \to$ cm $\quad S_{BD} \to \ell/s$

Se $P \sim 10^{-3}$ Torr $\quad Q = SP = 2812 \times 10^{-3} = 2{,}8$ Torr ℓ/s

condição de fluxo turbulento $Q > 200\,D$ ← sistema

$$2{,}8 > 200\,D$$

$$D < \frac{2{,}8}{200}$$

$$\boxed{D < 0{,}01\text{ cm}}$$ muito pequeno!

– Seja uma bomba rotativa $\begin{cases} P \sim 600 \text{ Torr} \\ S_2 \sim 50\,\ell/s \text{ !!} \end{cases}$

$$Q = SP = 50 \times 600 = 3000 \text{ Torr } \frac{\ell}{s}$$

$$3000 > 200\,D$$

!! É possível

Número de Knudsen Exemplos

1. Considere uma câmara de vácuo de 20 cm de diâmetro

$P = 10^{-2}$ Torr

$D \times P = 20 \times 10^{-2} = 0{,}2$

Regime intermediário

2. A mesma câmara ($D = 20$ cm) com pressão de 10^{-4} Torr

$D \times P = 20 \times 10^{-4} = 0{,}002$

Regime molecular