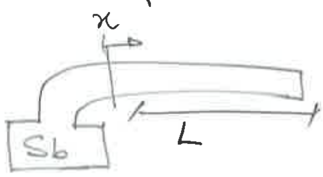
AULA 11

passar lista de presença

resumo da aula anterior

Perfil da pressão ao longo do tubo



$$P_x = P_0 + qB\left[\frac{x}{C} - \frac{x^2}{2LC}\right]$$

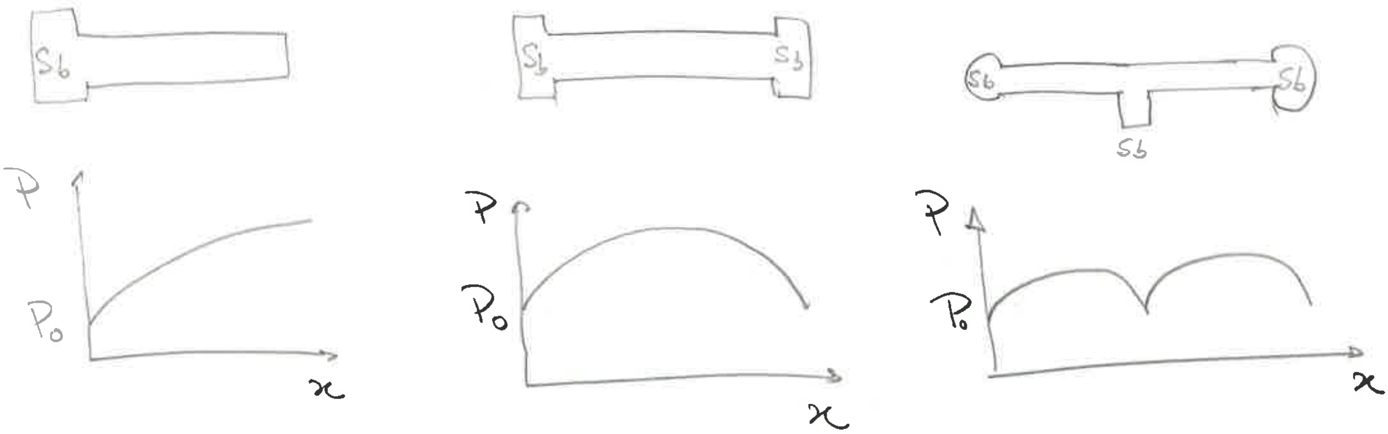
$$\boxed{P_L - P_0 = \frac{qBL}{2C}}$$

independe da pressão

$$P_0 = \frac{qBL}{S_b}$$

condições de contorno

$$\begin{cases} (1) \quad \left.\frac{dP}{dx}\right)_{x=L} = 0 \\ (2) \quad x = 0 \qquad P = P_0 \end{cases}$$



Estudo de Vazamentos

Vazamento real (cte)
Vazamento virtual (depende do tempo)

Regime viscoso

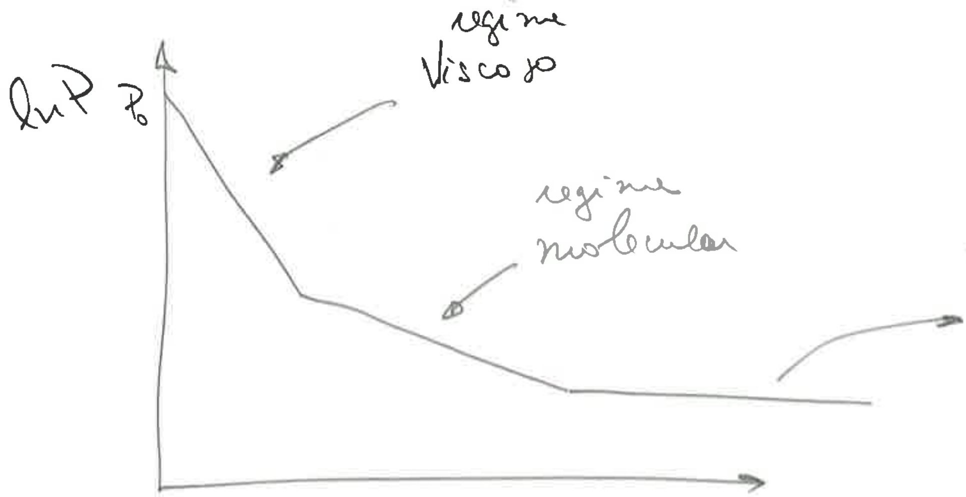
$$S_{ef} = \frac{S_b \, C_{viscoso}}{S_b + C_{viscoso}} \Longrightarrow \boxed{S_{ef} \simeq S_{bomba}}$$

Regime molecular

$$\boxed{S_{ef} = \frac{S_b \, C_{molecular}}{S_b + C_{molecular}}}$$

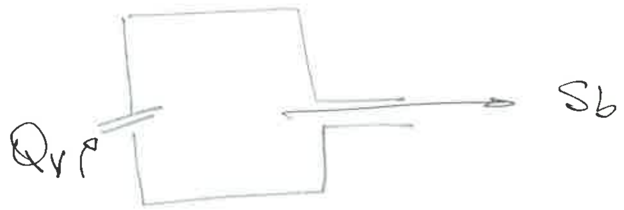
depende da condutância

Constante de bombeamento $\tau = V/S$
depende de S, logo:



$$\boxed{P_{res} = \frac{\sum Q_i}{S}}$$

Vazamento Real



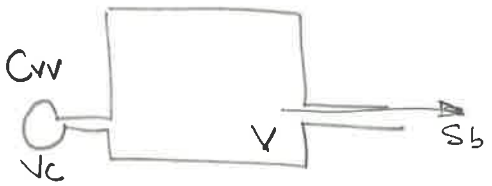
$$Q = C\Delta P = C(P_{ext} - P_{int})$$

$$P_{res} = \frac{\sum_i Q_i}{S}$$

$$P_{res} = \frac{Q_v}{S} = C\,P_{ext} \qquad P_{ext} \gg P_{int}$$

$$\boxed{P_{res} = \frac{C_v\,P_{atm}}{S}}$$

Vazamento VIRTUAL



CAVIDADE + ORIFÍCIO PEQUENO

≡ VAZAMENTO VIRTUAL

$$C_{vv} \ll S_b$$

equação geral $\boxed{-V\frac{dP}{dt} = PS - \sum_i Q_i}$

ANALOGAMENTE, PODEMOS ESCREVER

$$-V\frac{dP_c}{dt} = Q_{vv}$$

$$Q_{vv} = C_{vv}(P_c - P_{int}) \qquad \text{com } P_c \gg P_{int}$$

$$\boxed{Q_{vv} = C_{vv}\,P_c}$$

então

$$-V_c \frac{dP_c}{dt} = C_{vv} P_c$$

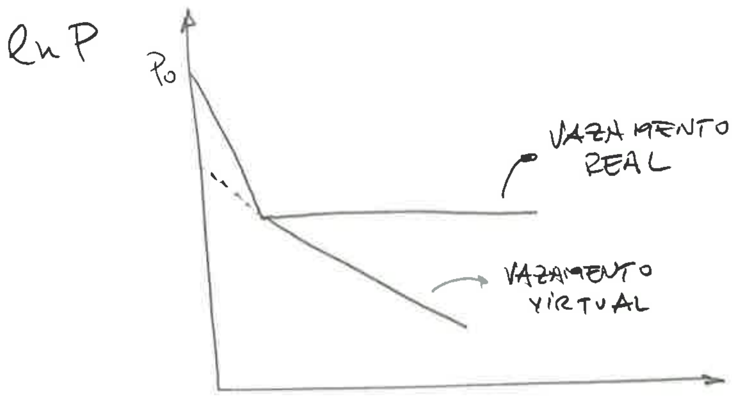
$$\frac{dP_c}{dt} = -\frac{C_{vv}}{V_c} P_c \Longrightarrow \text{solução} \Longrightarrow \boxed{P_c = P_0' \, e^{-\frac{C_{vv}}{V_c} t}}$$

A pressão residual será $P_{res} = \frac{Q_{vv}}{S}$, então

$$P_{res} = \frac{C_{vv} P_c}{S} \Longrightarrow \boxed{P_{res} = \frac{C_{vv}}{S} P_0' \, e^{-\frac{C_{vv}}{V_c} t}}$$

$\frac{C_{vv} P_0'}{S}$ é cte $\quad P_0' \sim P_{atm}$

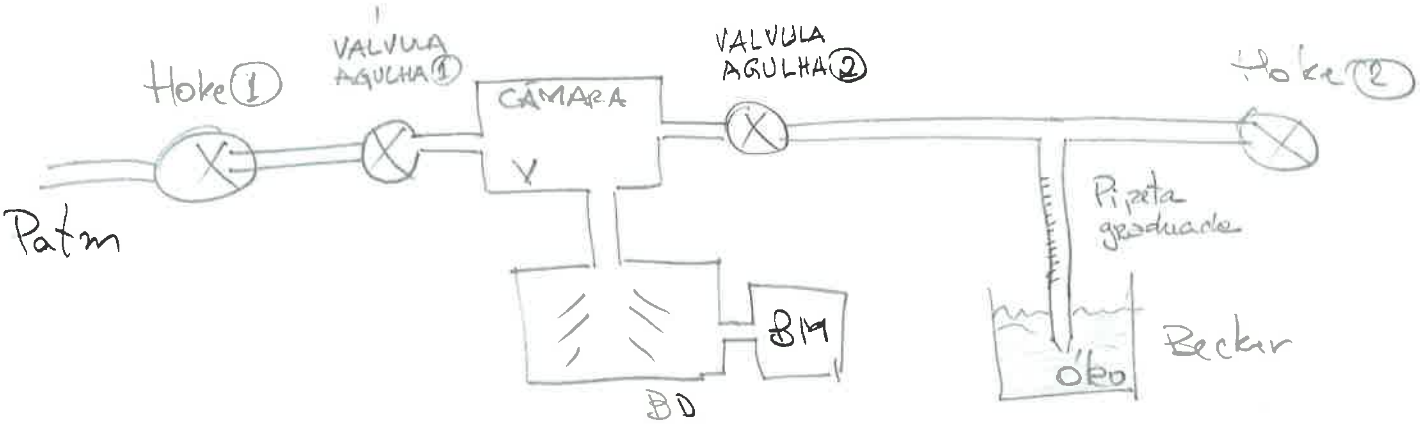
MOSTRAR TRANSPARÊNCIA



$$\equiv P_r = \frac{C_r P_{atm}}{S}$$

$$\equiv P_{res} = \frac{C_{vv}}{S} P_0' \, e^{-\frac{C_{vv}}{V_c} t}$$

Sistema para o Estudo de Vazamentos



1 Medida da pressão em função do tempo P(t)

- Bombeamento até 10^{-6} Torr
- Todas as válvulas fechadas

Abrindo-se a válvula agulha 1, a pressão pode ser ajustada até 10^{-3} Torr. Fechando-se a válvula agulha 1 pode-se medir a pressão em função do tempo P(t).

2 Simulando-se um vazamento real

- Bombeamento até 10^{-6} Torr
- Através da válvula 1 pode-se elevar a pressão até 10^{-5} Torr
- Com a válvula 2 aberta, a pressão pode atingir um valor de pressão mais alto ($P \sim 10^{-3}$ Torr).

Fechando-se a válvula 2 pode-se medir P(t)

com a válvula Hoke 1 aberta, estamos simulando um vazamento real.

3 Simulando-se um vazamento virtual

Nas mesmas condições que o item anterior, com a válvula Hoke 1 FECHADA estamos simulando um VAZAMENTO VIRTUAL

Parâmetros do Sistema

Apresentar o slide com os gráficos P(t)

- Sistema sem VAZAMENTOS
- Vazamento real
- Vazamento virtual

Situação Inicial

Bombeamento até $P = 2 \times 10^{-6}$ Torr

Com a válvula agulha 1 a pressão é elevada até 10^{-5} Torr
Com a válvula agulha 2 a pressão é elevada até 8×10^{-4} Torr

Fechando-se a válvula 2 foi medida a pressão em função do tempo P(t).

Com a válvula Hoke aberta temos vazamento real
Com a válvula Hoke fechada temos vazamento virtual

Ref. Apostila Prof. Hélcio Onusic

CÁLCULOS

1 Vazamento real (vide gráfico)

$$P_{res} = \frac{C_r \, P_{atm}}{S} \qquad C_r = \frac{P_{res} \, S}{P_{atm}}$$

$$C_r = \frac{10^{-5} \times S}{700} \qquad \text{sendo} \qquad S = 50 \ \ell/s \ \text{(vide gráfico)}$$

então $$C_r = \frac{10^{-5} \times 50}{700} \Longrightarrow \boxed{C_r = 7 \times 10^{-7} \ \ell/s}$$

$$C_r = 9D^2$$

$$D^2 = \frac{7 \times 10^{-7}}{9}$$

$$\therefore \boxed{D \simeq 2{,}8 \times 10^{-4} \ \text{cm}}$$

VAZAMENTO VIRTUAL

$\boxed{S = 50\ \ell/s}$ → Simulado fechando-se a válvula Hoke 1

$$\boxed{P_{res} = \frac{C_{vv} P_0'}{S} e^{-\frac{C_{vv}}{V_c} t}}$$

VAZAMENTO VIRTUAL

Podemos estimar $\frac{C_{vv} P_0'}{S}$ diretamente do gráfico.

$$\frac{C_{vv} P_0'}{S} = 10^{-5}$$

$$C_{vv} = \frac{10^{-5} \times 50}{700} \Longrightarrow \boxed{C_{vv} = 7 \times 10^{-7}\ \ell/s}$$

$$P_{res} = P_0 e^{-\frac{C_{vv}}{V_c} t}$$

leitura do gráfico

$P_{res} = 7 \times 10^{-6}$ Torr em 1000 s

$$P_0 = \frac{C_{vv} P_0'}{S} = 10^{-5}\ \text{Torr}$$

$$\ln \frac{P}{P_0} = \ln e^{-\frac{C_{vv}}{V_c} t}$$

$$\ln \frac{P_0}{P} = \ln e^{\frac{C_{vv}}{V_c} t} \longrightarrow \ln \frac{P_0}{P} = \frac{C_{vv} t}{V_c}$$

$$V_c = \frac{C_{vv} t}{\ln \frac{P_0}{P}} \Longrightarrow V_c = \frac{7 \times 10^{-7}\ 1000}{\ln \frac{10^{-5}}{7 \times 10^{-6}}} = 2 \times 10^{-3}\ \ell$$

$$\therefore \boxed{V \cong 2\,m\ell}$$

Exercício: Vazamento virtual

ⓐ Qual o tempo para esse sistema atingir uma pressão sem vazamentos de $P = 2\times10^{-6}$ Torr?

$$\boxed{P = P_0\, e^{-\frac{C_{vv}}{V_c} t}}$$

$$\ln\frac{P}{P_0} = -\frac{C_{vv}}{V_c} t \implies \ln\frac{P_0}{P} = \frac{C_{vv}}{V_c} t$$

$$\therefore \boxed{t = \frac{V_c}{C_{vv}} \ln\frac{P_0}{P}}$$

substituindo os valores $t = \frac{2\times10^{-3}}{7\times10^{-7}} \ln\frac{10^{-5}}{2\times10^{-6}}$

$t = 4598\,s \longrightarrow \boxed{t = 1{,}28 \text{ horas}}$

ⓑ Qual o diâmetro da abertura equivalente?

$C = 9D^2 \qquad D^2 = \frac{7\times10^{-7}}{9} \longrightarrow \boxed{D = 3\times10^{-4}\,cm}$

OBSERVAÇÕES: Os vazamentos virtuais não são fáceis de serem detectados por estarem no interior das câmaras e acarretarem uma queda de pressão <u>muito</u> lenta.

Deve-se sempre ter cuidado para se evitar a formação das cavidades internas conectadas ao sistema através de grandes impedâncias.

EXERCÍCIO: VAZAMENTO VIRTUAL

ⓐ Suponha $V_c = 10^{-5}\,\ell$ conectado a um capilar de diâmetro $D = 10^{-4}$ cm e comprimento $L = 2$ cm.

Qual o tempo necessário para a pressão cair por um fator 10? (Regime molecular)

$$P = P_0\, e^{-\frac{C_{vv}}{V_c} t} \Longrightarrow t = \frac{V_c}{C_{vv}} \ln \frac{P_0}{P}$$

$$C_{vr} = \frac{12 D^3}{L} = 6 \times 10^{-12}\ \ell/s$$

$$V_c = 10^{-5}\,\ell \quad \text{então} \quad t = \frac{10^{-5}}{6 \times 10^{-12}} \ln 10 \Longrightarrow \boxed{t = 44\ \text{dias}}$$

ⓑ Na pressão atmosférica, qual o número de moléculas nessa cavidade a $T = 300$ K?

$$N_v = \frac{PV}{kT} \qquad V_c = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \frac{D^3}{8} = \frac{\pi D^3}{6}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} k = 10^{-22}\ \frac{\text{Torr}\,\ell}{K} \\ k = 10^{-19}\ \frac{\text{Torr cm}^3}{K} \end{array} \right.$$

$$N_v = \frac{700\,(\overset{V_c}{10^{-5}})}{10^{-22}\ 300} \sim 2 \times 10^{17}\ \text{moléculas}$$

ⓒ Qual a área equivalente que teria esse número de moléculas em uma mono camada?

$$\delta_{N_2} = 3{,}7 \times 10^{-8}\ \text{cm}$$

área de uma molécula $\boxed{A = \frac{\pi \delta^2}{4}}$

Mono camada

$$\frac{\text{nº de partículas}}{\text{cm}^2} = \frac{1}{A} = \frac{4}{\pi \delta^2} \simeq 10^{15}\ \text{moléculas/cm}^2$$

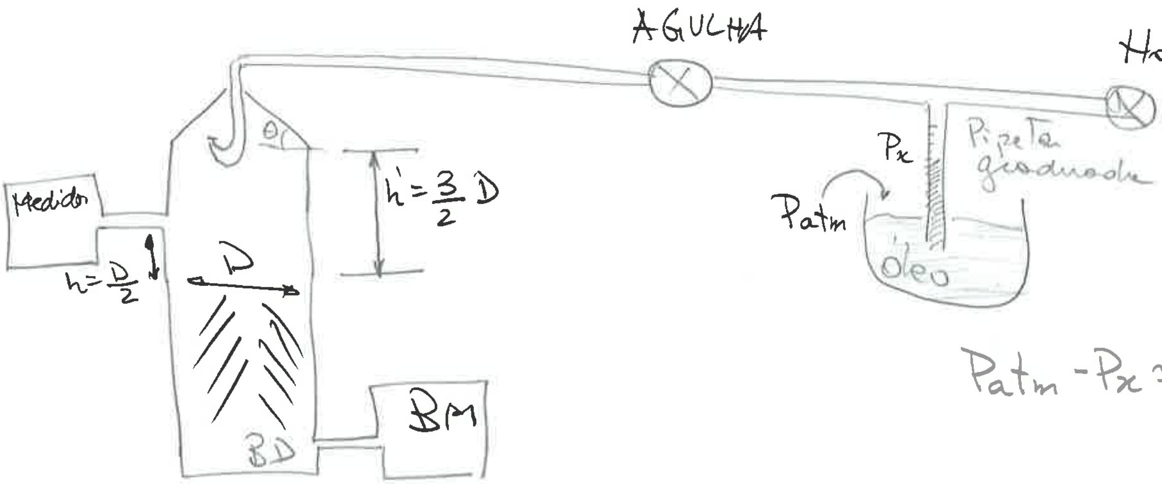
A área total equivalente para se ter 2×10^{17} moléculas seria então uma área de 200 cm²

i.e. uma placa de (10×20) cm²

Método da Pipeta

Método para a medida da velocidade de bombas.

Norma internacional



$P_{atm} - P_x \simeq h$ altura da coluna de óleo

Fluxo de massa ou throughput é constante ao longo do sistema

$$Q = PS$$

$$Q = P_S S = P_x \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

$P_{atm} - P_x = h$ h é a altura da coluna de óleo

$P_{atm} \simeq 700$ Torr $= 700$ mmHg

$\rho_{Hg} = 13{,}6\ g/cm^3$

$\rho_{oleo} \simeq 0{,}84\ g/cm^3$

2 cm óleo $\sim$ 0,1 cm Hg

$$\rho_{oleo} \times h_{oleo} = y_{Hg}\, \rho_{Hg}$$

$$\boxed{\frac{\rho_{Hg}}{\rho_{oleo}} \sim 20}$$

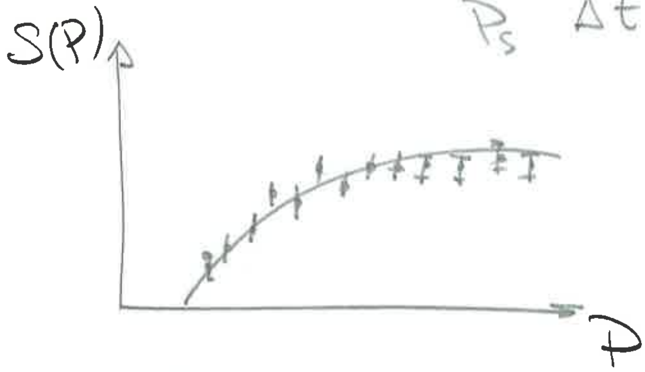
então $y_{Hg} \sim 0{,}1$ cm ou 1 mm Hg

$$\boxed{P_{ATM} = 11{,}25\ m \text{ de óleo}}$$

$$Q = P_s S = P_{atm} \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

Velocidade de bombeamento

$$S_b = \frac{P_{atm}}{P_s} \frac{\Delta V}{\Delta t}$$



Mas $P_{res} = \frac{Q_{degas}}{S}$ $\therefore$ $\boxed{Q_{degas} = P_{res} S}$

então $S P_s = P_{atm} \frac{\Delta V}{\Delta t} + P_{res} S$

$$S (P_s - P_{res}) = P_{atm} \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

$$\therefore \boxed{S = \frac{P_{atm}}{(P_s - P_{res})} \frac{\Delta V}{\Delta t}}$$

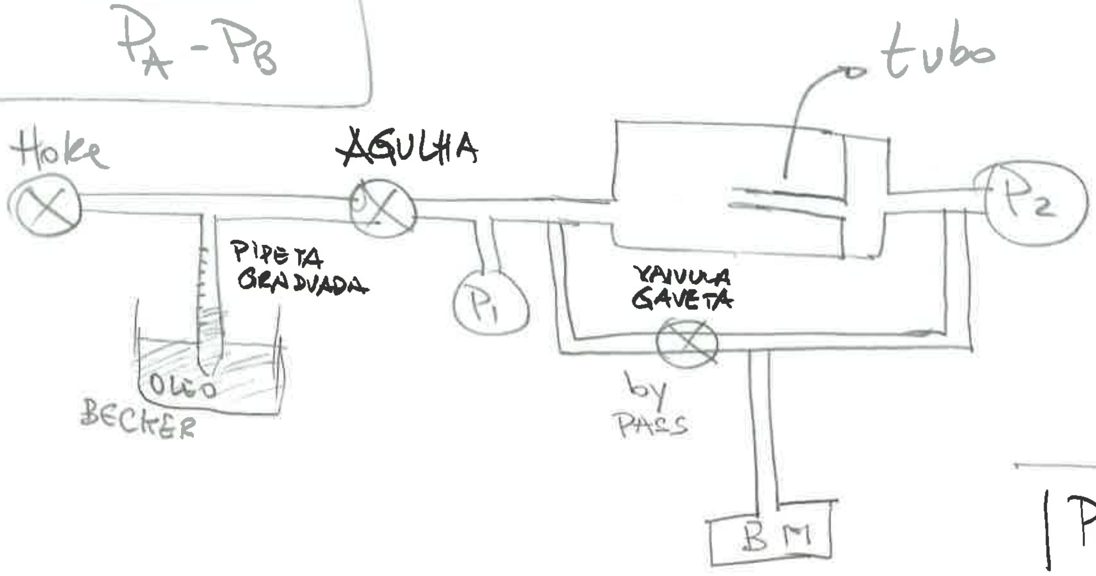
Deve-se medir P_{res} com todas as válvulas fechadas <u>antes</u> e <u>depois</u> das medições!

Medidas de Condutância

Método da Pipeta

$$\boxed{C_{AB} = \frac{1}{Z_{AB}} = \frac{Q}{P_A - P_B}}$$

$$\boxed{C_{exp} = \frac{PS}{P_A - P_B}}$$



$$\boxed{P_{1res} \neq P_{2res}}$$

$$\boxed{C_{exp} = P_{atm} \frac{\Delta V}{\Delta t} \frac{1}{P_1 - P_2}}$$

ⓐ O que significa condutância?

$$Q = C\Delta P = C(P_{atm} - \underbrace{P_s}_{\text{pequeno}}) = \frac{\Delta V}{\Delta t} P_x$$

$$Q = C\, P_{atm} = \frac{\Delta V}{\Delta t} P_x$$

$$C = \frac{\Delta V}{\Delta t} \frac{P_x}{P_{atm}} \qquad \text{mas } P_x \sim P_{atm}$$

então $\boxed{C \simeq \frac{\Delta V}{\Delta t}}$

(b) Por que o método funciona?

$$Q = PS = 10^{-5}\, 100\, \ell/s = \frac{\Delta V}{\Delta t}\, Patm$$

$$\frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{10^{-3}}{Patm} = \frac{10^{-3}}{700} \sim 10^{-6}\, \ell/s$$

$$10^{-6} \frac{\ell}{s} = 10^{-3} \frac{m\ell}{s} = 10^{-3}\, m\ell \times \frac{60}{min}$$

$$\boxed{\frac{\Delta t}{\Delta t} = 0{,}1\, m\ell/min}$$

Valor mensurável

A válvula agulha estrangula

o sistema !!

Condutância

Regime viscoso $C_{N_2} = \frac{180\, D^4 \bar{P}}{L}$

Regime molecular $C_{N_2} = \frac{12\, D^3}{L}$

Intermediário

$$\boxed{C_{Int} = C_v + \alpha\, C_m}$$

$$\boxed{C_{Int} = C_m \left(\frac{0{,}074 D}{\bar{\lambda}} + 1 \right)}$$

$$\alpha = \frac{1 + \frac{125 D}{\bar{\lambda}}}{1 + 1{,}55 D/\bar{\lambda}}$$

$$\boxed{\bar{\lambda} = \frac{5 \times 10^{3}}{\bar{P}\,(Torr)}}$$

Exercício 13 - lista 3

Avalie o erro cometido se houver um vazamento de 10^{-4} Torr além do throughput injetado.

O método permite saber quanto se está injetando no sistema.

DADOS:

$D = 1\,\mu m = 10^{-3}\, mm = 10^{-4}\, cm$

$\boxed{P_s = 3 \times 10^{-4}\ \text{Torr}}$ $\boxed{S = 45\ \ell/s}$

- Sem vazamento $\boxed{Q = PS = P_0 \dfrac{\Delta V}{\Delta t}}$ (I) única fonte de gás

- com vazamento

$$\boxed{PS = P_0 \frac{\Delta V}{\Delta t} + Q_{\text{VAZAMENTO}}}$$

$$PS_v = P_0 \frac{\Delta V}{\Delta t} + C(P_{atm} - \cancel{P_s})$$ pequeno

$$\boxed{PS_v = P_0 \frac{\Delta V}{\Delta t} + C P_{atm}} \quad \text{(II)}$$

subtraindo (II - I)

$$P(S_v - S) = P_0 \frac{\Delta V}{\Delta t} + C P_{atm} - P_0 \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

$$P(S_v - S) = C P_{atm}$$

$$\boxed{100 \frac{S_v - S}{S} = \frac{C P_{atm}}{P\ S} \times 100}$$

Para um vazamento de 10^{-4} cm

$$C = 9D^2 \quad \text{(regime molecular)}$$

Para o regime viscoso $P_2 < 0{,}1 P_1$

$$C = 20A = 20\,\frac{\pi D^2}{4} \simeq 15D^2$$

então

$$100\left(\frac{S_V - S}{S}\right) = \frac{9D^2\,700}{\underbrace{3\times10^{-4}}_{P_S}\;\underbrace{45}_{S}} \times 100$$

$$100\left(\frac{S_V - S}{S}\right) = \frac{9(10^{-4})^2\,700}{3\times10^{-4}\;45} \times 100 \simeq 0{,}5\%$$

(b) Para uma pressão $P_S = 10^{-5}$ Torr, temos:

$$100\left(\frac{S_V - S}{S}\right) = \frac{9(10^{-4})^2\,700}{10^{-5}\cdot\times 45} \times 100 = 0{,}14$$

$\therefore$ diferença é de 14%