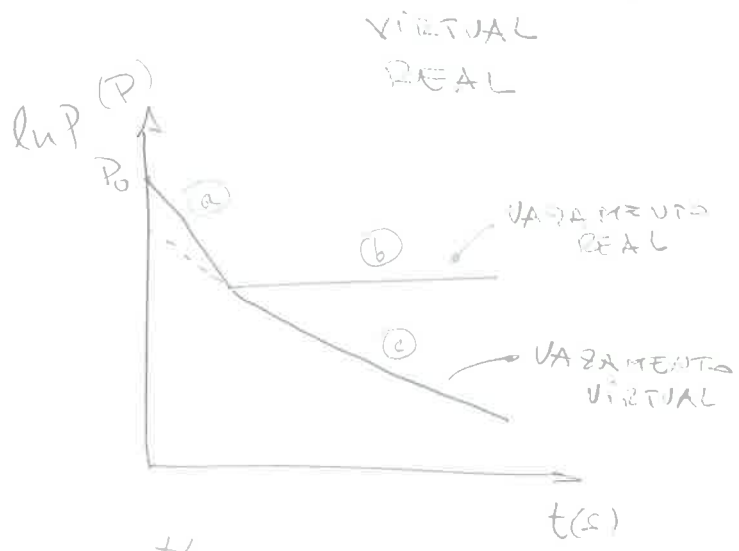


AULA 13

Resumo da aula anterior

Prova na próxima aula } Trazer calculadora, lápis, régua, borracha e muita disposição

- Sistema para o estudo de vazamentos

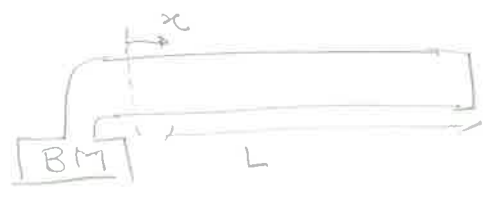


(a) $P = P_0 e^{-t/\tau_0}$

(b) $P_r = \frac{C_r P_{atm}}{S} \equiv \text{VAZAMENTO REAL}$

(c) $P_{res} = \frac{C_{rx}}{S} P_0 e^{-\frac{C_{vv}}{V_0} t} \equiv \text{VAZAMENTO VIRTUAL}$

Perfil da pressão ao longo do tubo



$$P_x = P_0 + \rho B \left[\frac{a}{c} - \frac{x^2}{2LC} \right]$$

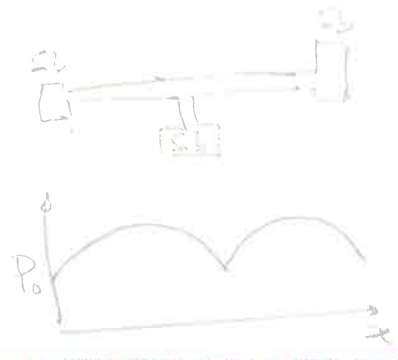
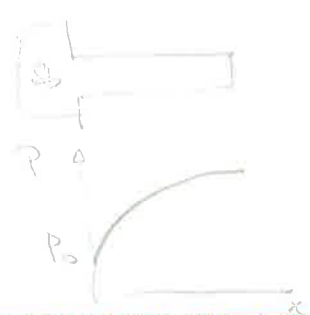
$$P_L - P_0 = \frac{\rho BL}{2C}$$

$$P_0 = \frac{\rho BL}{S_b}$$

Condições de contorno

(1) $\frac{dP}{dx} \Big|_{x=L} = 0$

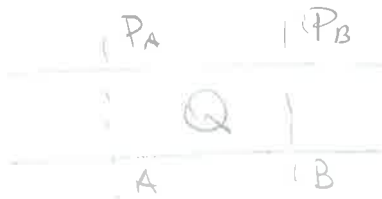
(2) $x=0 \quad P=P_0$



Fluxo de Massa

Q throughput cte

$$Z_{AB} = \frac{P_A - P_B}{Q}$$



$$C_{AB} = \frac{1}{Z_{AB}} = \frac{Q}{P_A - P_B}$$

$$Q_A = P_A S_A$$

$$Q_B = P_B S_B$$

$$Q = Q_A = Q_B = cte$$

$$S_{ef} = \frac{C S_b}{S_b + C}$$

$$\lambda = \frac{5 \times 10^{-3} (cm)}{P (Torr)}$$

$$PV = NkT$$

$$n = \frac{P}{kT}$$

$$v = \frac{1}{4} n \bar{v} \equiv \frac{\text{n.º de moléculas}}{\text{área tempo}}$$

Distribuição de M-B

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}$$

• Regime viscoso

fluxo turbulento
fluxo laminar

$$\lambda \ll D \quad DP \gg 1$$

$$Re > 2100$$

$$Re < 110$$

$$Re = \frac{\rho v D}{\eta}$$

• Regime intermediário

$$10^{-2} < DP < 1$$

• Regime molecular

$$\lambda \gg D \quad DP \leq 10^{-2}$$

Número de Knudsen

$$N_k = \frac{\lambda}{D}$$

Tempo para a formação de uma nuvem chamada

(2)

$$C_0 = \frac{2.7 \times 10^{-6}}{P(\text{Torr})}$$

Condutores

Regime Molecular

$$Q = CAP$$

orifício:

$$C = A \sqrt{\frac{KT}{12\pi M}}$$

(N₂) (T=20°C)

$$C_0 = 9D^2$$

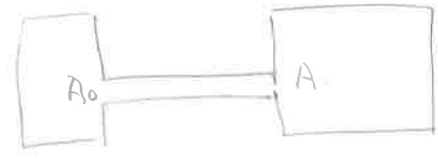
D (cm)

C₀ (l/s)

$$C \propto \sqrt{\frac{T}{M}}$$

diafragma:

$$C_{ef} = 12A \left(\frac{A_0}{A_0 - A} \right)$$



duto circular

$$C = K \frac{4}{3} \frac{\bar{v}}{\int_0^L \frac{B \, de}{A^2}}$$

eq. geral

pl tubo

$$C = \frac{\pi}{12} \frac{\bar{v}}{L} D^3$$

$$C_{air} = \frac{12 D^3}{L}$$

D (cm)

L (cm)

C (l/s)

duto anular



$$C = 12k (D_2 - D_1)^2 (D_1 + D_2)$$

$$C = \frac{12}{L} (D_2^3 - D_1^3) \left(1 - \frac{D_1}{D_2} \right)$$

Condutância regime viscoso

Orifício

$$\frac{\delta}{P_1} = 0,1$$

Expansão adiabática

$$C = 20 \frac{A}{1 - \frac{P_2}{P_1}}$$

$$P_1 - P_2 < 0,1 P_1$$

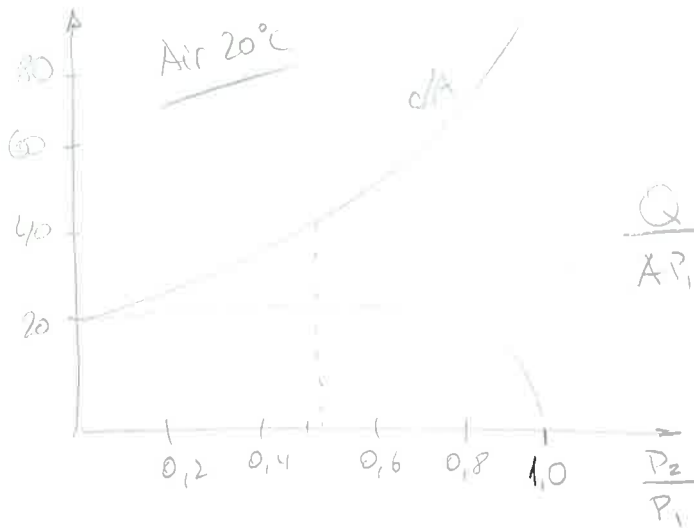
$$C \approx 20 A$$

Transparência

$$\left[\frac{Q}{S \Delta P} \right]$$

$$\frac{1}{\mu}$$

$$\frac{1}{\mu}$$



$$\frac{Q}{A P_1} = \frac{S}{A}$$

Tubo

$$C_{N_2} = \frac{180 D^4 \bar{P}}{L}$$

$$\bar{P} = \frac{P_1 + P_2}{2}$$

$$C = \frac{1}{\eta} \frac{\pi D^4 \bar{P}}{428 L}$$

dependendo do gás

Regime intermediário

$$10^{-2} < D \bar{P} < L$$

$$C_I = C_m \left(0,0736 \frac{D}{\lambda} + 1 \right)$$

$$\lambda = \frac{5 \times 10^{-3}}{\bar{P}(\text{Torr})} \text{ cm}$$

Bombamento $P(t)$

Regime viscoso

Mostrar que $\frac{t}{V} \times S_b$

$$\frac{D^4}{L} = \frac{128\eta E}{\pi}$$

para $L \rightarrow 0$ em $E \rightarrow \infty$ então

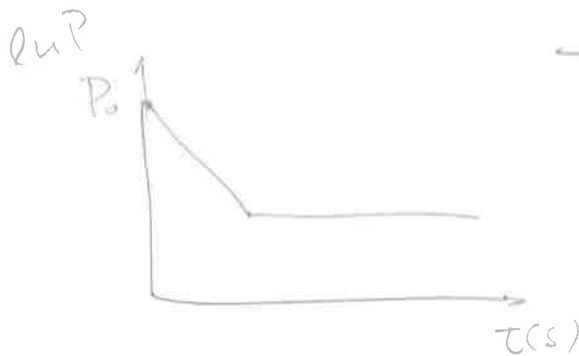
$$\frac{t}{V} = \frac{L}{S_b} \ln \frac{P_i + P_i}{P_f P_i}$$

$$P = P_i e^{-\frac{S_b t}{V}}$$

Regime inercial

$$P = P_0 e^{-\frac{S t}{V}} + P_{res}$$

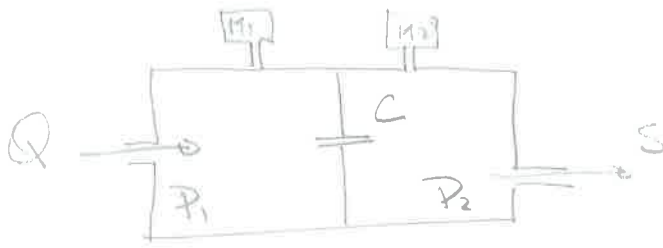
$$P_{res} = \frac{\sum Q_i}{S}$$



Outros métodos para medidas de S e C

④

① Velocidade de bombeamento



Em condições estacionárias

$$\begin{cases} Q = C \Delta P = C (P_1 - P_2) & (I) \\ S = \frac{Q}{P_1} = \frac{Q}{P_2} & (II) \end{cases}$$

Substituindo I em II

$$S = \frac{Q}{P_2} = \frac{C (P_1 - P_2)}{P_2} = C \left(\frac{P_1}{P_2} - 1 \right)$$

Se a condutância for conhecida, então determina-se S .

No regime molecular $C \approx \text{cte}$

Se $S \gg C$ $P_2 \ll P_1$ então

$$S = C \frac{P_1}{P_2}$$

② Medida de S pela variação do fluxo de massa (Q)

$$-V \frac{dP}{dt} = PS = \sum_i^1 Q_i$$

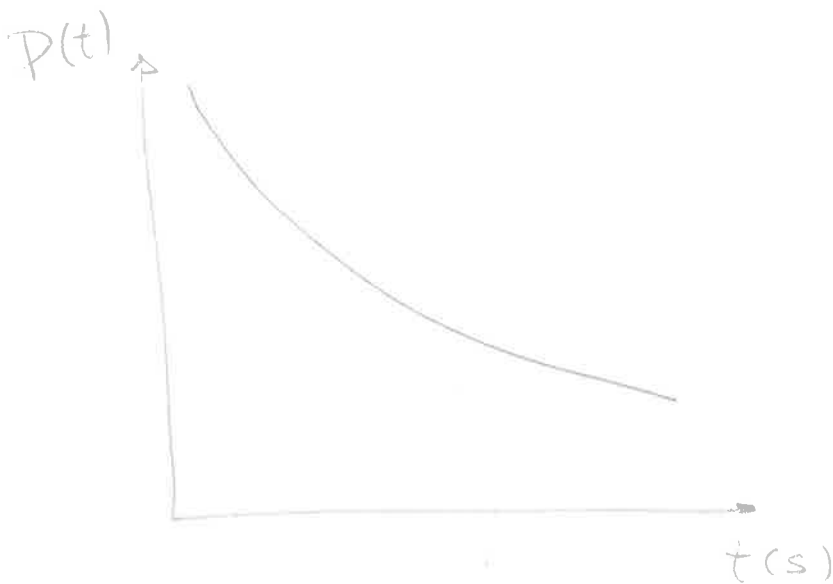
$$P_{res} = \frac{\sum_i^1 Q_i}{S} \quad \text{então} \quad \sum_i^1 Q_i = P_{res} S$$

logo $-V \frac{dP}{dt} = PS - P_{res} S$

$$-V \frac{dP}{dt} = (P - P_{res}) S$$

então

$$S = \frac{-V}{P - P_{res}} \frac{dP}{dt}$$



③ Medida de S conhecendo-se $P(t)$

⑤

$$P = P_0 e^{-\frac{S}{V}t} + P_{res}$$

Para $P_{res} \ll P$

então $P = \frac{P_0}{e} = P_0 e^{-\frac{S}{V}t}$

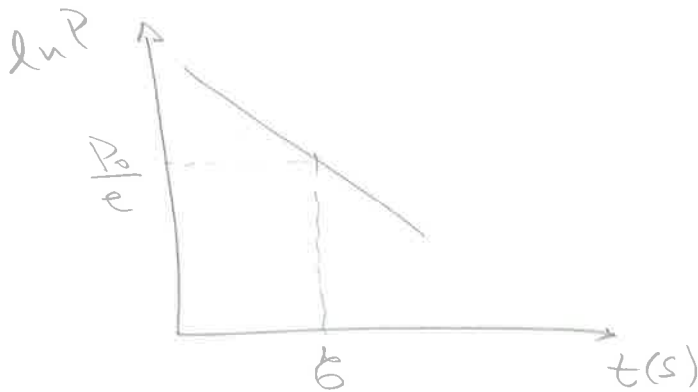
$$e^{-1} = \frac{P_0}{P_0} e^{-\frac{S}{V}t} \Rightarrow e = e^{\frac{S}{V}t}$$

$$\ln e = \ln e^{\frac{S}{V}t} \rightarrow 1 = \frac{S}{V}t$$

$$t = \frac{V}{S} \Rightarrow \boxed{\tau = V/S}$$

tempo de bombeamento característico do sistema

τ é a constante de bombeamento



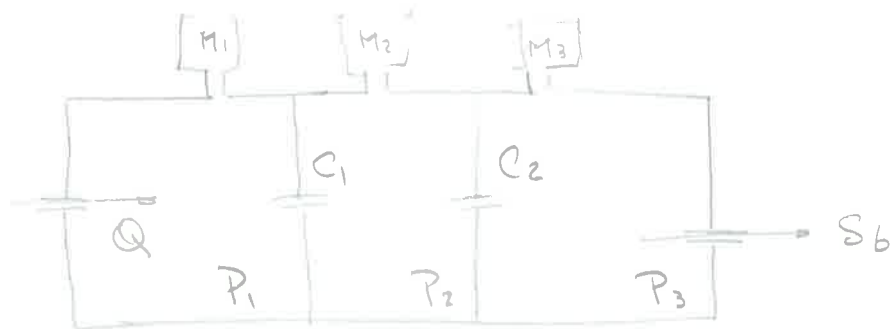
$$T_{1/2} = \tau \ln 2$$

$$P = P_0 e^{-t/\tau} \quad P = \frac{P_0}{2} ? \quad \Rightarrow \quad \frac{P_0}{2} = P_0 e^{-t/\tau}$$

$$\ln 2 = t/\tau$$

$$\boxed{t = T_{1/2} = \tau \ln 2}$$

④ Medida da condutância



$$Q = C_1 (P_1 - P_2)$$

$$Q = C_2 (P_2 - P_3)$$

Para C_2 conhecida

$$Q = C_1 (P_1 - P_2) = C_2 (P_2 - P_3)$$

$$C_2 = \frac{C_1 (P_1 - P_2)}{(P_2 - P_3)} \quad \text{ou} \quad C_1 = \frac{C_2 (P_2 - P_3)}{(P_1 - P_2)}$$

$$\text{Se } S \gg C \implies P_3 \ll P_2$$

$$\therefore C_1 = \frac{C_2 P_2}{P_1 - P_2} \implies \boxed{C_1 = \frac{C_2}{\frac{P_1}{P_2} - 1}}$$

$$\text{Para } C_2 \gg C_1 \implies P_2 \ll P_1$$

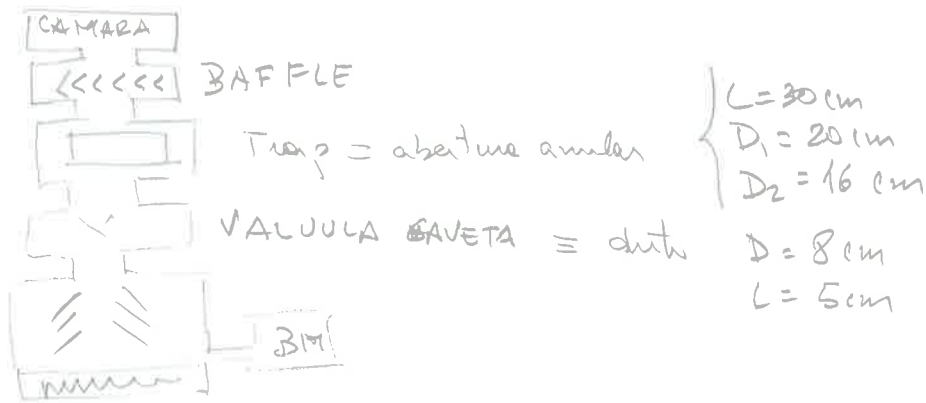
Neste caso

$$\boxed{C_1 = \frac{P_2}{P_1} C_2}$$

Exercício 19 - lista 3

6

Bomba difusora $D = 3'' \approx 7,5 \text{ cm}$



a) calcule S_{BD} na boca do sistema sem N_2

$$S_{BD} \approx 50\% C_0 = 50\% 9D^2 \quad (\text{condutância do orifício})$$

$$S_{BD} = 4,5 (7,5)^2 = 253 \text{ l/s}$$

3 impedâncias em série

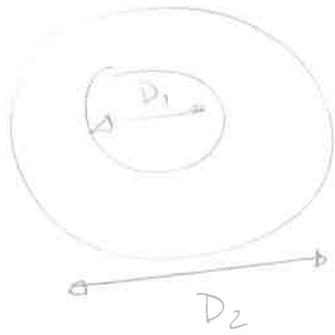
VALVULA + TRAP + BAFFLE

$$C_{VALVULA} = \frac{12D^3}{L} \quad \begin{matrix} L = 5 \text{ cm} \\ D = 8 \text{ cm} \end{matrix}$$

$$C_{VALVULA} = \frac{12(8)^3}{5} \approx 1228 \text{ l/s}$$

$$C_{BAFFLE} = 500 \text{ l/s}$$

$$C_{armadilha} = ?$$



$$\begin{cases} D_1 = 16 \text{ cm} \\ D_2 = 20 \text{ cm} \\ L = 30 \text{ cm} \end{cases}$$

$$C = 9(D_2^2 - D_1^2)$$

$$C = 9(20^2 - 16^2) = 1296 \text{ l/s} \quad \text{abertura anular}$$

$$C_{\text{duto anular}} = \frac{12}{L} (D_2^3 - D_1^3) \left(1 - \frac{D_1}{D_2}\right)$$

$$C_{\text{duto anular}} = \frac{12}{30} (20^3 - 16^3) \left(1 - \frac{16}{20}\right) = 312 \text{ l/s}$$

$$\frac{1}{C_{\text{total}}} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{C_i} = \frac{1}{1228} + \frac{1}{500} + \frac{1}{1296} + \frac{1}{312}$$

$$C = 147 \text{ l/s}$$

sem nitrogênio líquido

$$S_{\text{ef}} = \frac{S_b \times C}{S_b + C} = \frac{253 \times 147}{147 + 253} = 93 \text{ l/s}$$

6) Calcule S_{ef} na boca do sistema com N_2 líquido

7

O N_2 líquido age apenas na atmosfera

$$C \propto \sqrt{T}$$

$$\frac{C_{293}}{C_{77}} = \frac{\sqrt{293}}{\sqrt{77}} \approx 1,95$$

$\frac{C_{77}}{C_{293}} \approx 0,51$ ou seja a condutância cai pela metade

abertura $1295 \text{ l/s} \longrightarrow 661 \text{ l/s}$

tubo $312 \text{ l/s} \longrightarrow 159 \text{ l/s}$

então:

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{1228} + \frac{1}{500} + \frac{1}{661} + \frac{1}{159} \Rightarrow C_T = 94 \text{ l/s}$$

$$S_{ef} = \frac{S_b C_T}{C_T + S_b} = \frac{253 \times 94}{94 + 253} = 68 \text{ l/s}$$

Nesse cálculo foi admitida a conservação do throughput

A eficiência do BD diminui.

© Aplicada a uma esfera de $D = 30 \text{ cm}$
com pressão de operação $P = 10^{-6} \text{ Torr}$, qual
podem ser a máxima taxa de degaseificação
dessa câmara para se manter essa pressão de 10^{-6} Torr ?

$$Q = P S = 10^{-6} \times 68$$

$$\therefore Q = 6,8 \times 10^{-5} \frac{\text{Torr l}}{\text{s}}$$

$$D = 30 \text{ cm} \quad A = 4\pi R^2 = 2826 \text{ cm}^2$$

$$q = \frac{Q}{A} \quad q = \frac{6,8 \times 10^{-5}}{2826} \frac{\text{Torr l}}{\text{s cm}^2}$$

$$q = 2,5 \times 10^{-8} \frac{\text{Torr l}}{\text{s cm}^2}$$

Exercício 5 lista 3 (Modificado)

8

Qual a massa de gás retirada de um sistema de vácuo?

Considerar uma câmara com volume $V = 1\text{ l}$ a uma pressão de 700 Torr



$$Q = PS = -V \frac{dP}{dt} = kT \frac{dN}{dt}$$

Regime viscoso 700 Torr até 1 Torr

$\Delta t \approx 5\text{ seg}$ banhada 2

$$\frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{700 - 1}{5} = 140 \frac{\text{Torr}}{\text{s}}$$

$$Q = V \frac{\Delta P}{\Delta t} = 1 \cdot 140 = 140 \frac{\text{Torr l}}{\text{s}}$$

$$\text{Se } k = 10^{-22} \frac{\text{Torr l}}{\text{K}}$$

$$T = 300\text{ K}$$

então

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} = V \frac{\Delta P}{\Delta t} \frac{1}{kT}$$

$$\left[n = \frac{N}{V} = \frac{P}{kT} \right]$$

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} = 140 \frac{1}{10^{-22} \cdot 300} \approx 5 \times 10^{21} \text{ moléculas/s}$$

$$\text{N}_2: m = 53,1 \times 10^{-24} \text{ g}$$

$$\frac{\Delta N}{\Delta t} \times m = 5 \times 10^{21} \times 53,1 \times 10^{-24} \text{ g} = 0,3 \text{ g/s}$$

em $\Delta t = 5\text{ seg}$

$$\boxed{m_{\text{total}} = 1,5 \text{ g}}$$

Neste intervalo de tempo qual a velocidade de bombeamento?

$$Q = PS \quad \bar{P} = 350 \text{ Torr}$$

$$S = \frac{140 \frac{\text{Torr l}}{\text{s}}}{350 \frac{\text{Torr}}{\text{s}}} = 0,4 \text{ l/s}$$

$$S = 25 \text{ l/min}$$

ou

$$S = 1,5 \text{ m}^3/\text{h}$$

Exercício 2 - lista 3

9

A partir de qual livre caminho médio pode ser considerado regime molecular?

- Considere
- (a) câmara esférica $D = 30 \text{ cm}$
 - (b) duto de 2" (5 cm)

Definição do regime depende do número de Knudsen

$$N_k = \frac{\lambda}{D}$$

$$\lambda = \frac{5 \times 10^{-3}}{P(\text{Torr})} \text{ (cm)}$$

Regime molecular $DP \leq 10^{-2}$ em Torr cm

Substituindo $D \times \frac{5 \times 10^{-3}}{\lambda} \leq 10^{-2}$

$$\frac{D}{\lambda} \leq \frac{10^{-2}}{5 \times 10^{-3}}$$



$$\lambda \geq 5 \times 10^{-1} D$$

D é a dimensão do sistema

(a) Para $D = 30 \text{ cm}$

$$\lambda \geq 5 \times 10^{-1} \times 30 \therefore$$

$$\lambda \geq 15 \text{ cm}$$

(b) Para duto de $D = 5 \text{ cm}$

$$\lambda = 5 \times 10^{-1} (5)$$

$$\lambda \geq 2,5 \text{ cm}$$

Exercício 3 - lista 3

A partir de qual pressão pode ser considerado o regime molecular?

$$DP \leq 10^{-2} \text{ Torr em}$$



$$P \leq \frac{10^{-2}}{D} \text{ cm Torr}$$

a) $D = 30 \text{ cm}$

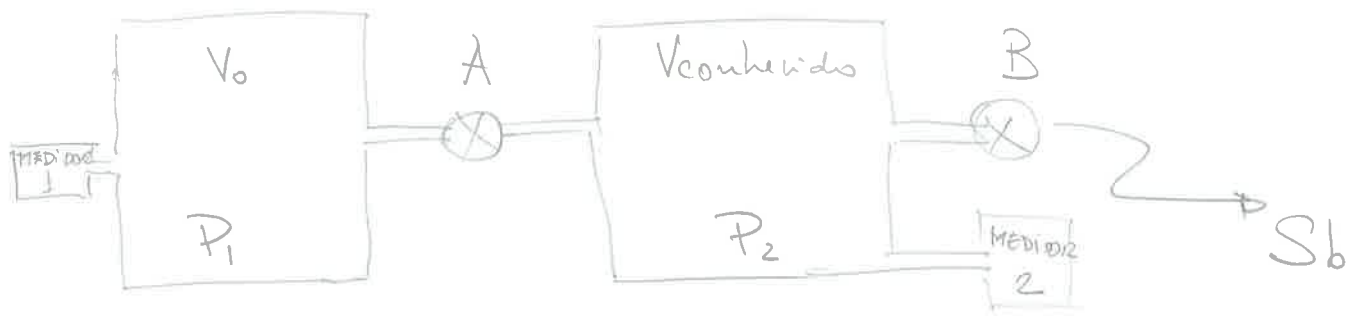
$$P \leq 3 \times 10^{-4} \text{ Torr}$$

b) $D = 5 \text{ cm}$

$$P \leq 2 \times 10^{-3} \text{ Torr}$$

Exercício 23 - lista 2

Determinar o volume V_0



Temperaturas iguais

$$PV = NkT$$

$$P_1 V_0 + P_2 V = P_{final} (V_0 + V)$$

- ① Bombearmos em $V_{conhecido}$
- ② Válvula B fechada
- ③ Válvula A aberta

○ número de moléculas e mols de gás

$$(P_1 - P_{final}) V_0 = (P_{final} - P_2) V$$

$$V_0 = \left(\frac{P_{final} - P_2}{P_1 - P_{final}} \right) V_{conhecido}$$

