

DOGMA DO FATOR DE SEGURANÇA

Nelson Aoki
USP – São Carlos
nelsonak@sc.usp.br

RESUMO.

Fator de segurança *maior que um* é um dogma. O *fator de segurança* do projeto ótimo deve atender três aspectos de engenharia: a) o *técnico* que considera a fórmula que associa o fator de segurança à probabilidade de ruína; b) o *legal* de adotar o valor do fator de segurança mínimo da norma e, c) ao *mercado* que comanda o custo total incluindo o custo do risco das *conseqüências econômico – financeiras* da ruína. O valor do fator de segurança da *alternativa ótima de projeto* é o fator de segurança que atende o dogma.

1. INTRODUÇÃO.

Nos tempos da antiga Babilônia, o Artigo 229 do Código de Hamurabi [1] estabelecia a seguinte penalidade: “*Se um construtor construir uma casa para outrem, e não a fizer bem feita, e se a casa cair e matar seu dono, então o construtor deverá ser condenado à morte*”. No caso de ruína da construção, o exercício de Engenharia implicava problema de vida ou morte para o construtor.

Hoje, no caso de ocorrência de ruína da obra, além das penas legais, o profissional de engenharia civil responsável pela obra sujeita-se muitas vezes à execução pública em geral e, em particular, dentro da própria classe. De fato, a ruína pode ser conseqüência de erro humano ou fruto de incompetência profissional, conforme estatísticas efetuadas por Melchers [2]. Entretanto, mesmo na ausência de tais fatores, uma obra pode vir a ruir devido a fatores aleatórios e variáveis que independem da fragilidade da condição humana.

Tradicionalmente, pensa-se que o estabelecimento de um fator de segurança elevado afasta a obra da condição de ruína. Mas, seria a engenharia uma ciência exata, determinística, a ponto de se poder evitar a condição de ruína através de um simples fator de segurança? Ou, como ocorre na medicina, seria uma profissão sabidamente sujeita à aleatoriedade de fatores independentes e fora de seu controle? O profissional de engenharia civil experiente sabe que fator de segurança maior que um nada significa, e não garante que a obra não venha a ruir. Este é o tema do artigo: como prever o fator de segurança ótimo à luz do dogma.

O problema é que não se ensina, adequadamente, como estabelecer a relação entre a probabilidade de ruína decorrente de fatores aleatórios, e o fator de segurança prescrito nas normas. *A probabilidade de ruína e o fator de segurança não podem ser tratados independentemente*: são formas diferentes de prover margem de segurança adequada para a obra. Na verdade existe uma relação direta entre os dois parâmetros.

Portanto, a meta do artigo é determinar o valor ótimo do fator de segurança considerando a relação entre o fator de segurança e a probabilidade de ruína, a partir da variabilidade das cargas atuantes, do mecanismo de interação solo – estrutura, da resistência dos materiais, e dos custos incluindo o risco de ruína.

Note-se que a variabilidade pode ser percebida de forma intuitiva: os coeficientes de variação podem ser intuídos pela experiência. Para os engenheiros experientes a confiabilidade da obra é quantificada pela prática. Para aqueles neófitos, resta aprender a analisar os dados disponíveis para quantificar o fator de segurança e a probabilidade de ruína associada, a partir de uma análise de otimização deste valor.

Resumindo, consideram-se as seguintes variáveis: tipo de estrutura, cargas atuantes (A), solicitações (S) resultantes da interação das cargas com a estrutura e resistências (R) dos materiais. Os parâmetros que condicionam a relação entre fator de segurança (F_S) e fator de confiabilidade (β) são os coeficientes de variação (v_S) da solicitação (S) e (v_R) da resistência (R). Os quatro últimos valores comandam a segurança e a confiabilidade estrutural e constituem objeto de análise deste artigo. Em resumo, conclui-se que a análise do fator de segurança ótimo deve considerar aspectos técnicos, legais, de mercado e o custo do risco da obra.

2. VARIABILIDADES DAS CARGAS, MODELOS ESTRUTURAIS E RESISTÊNCIAS.

As causas da variabilidade dos fatores independentes que influenciam a probabilidade de ruína, e que devem ser considerados no projeto de estruturas em geral, incluem os seguintes grupos e classes, conforme Freudenthal [3]:

Grupo A. Causas de flutuação no valor das cargas.

- I. Incertezas e variabilidade de condições de carregamento (cargas funcionais e ambientais).
 - a) Carga permanente.
 - b) Carga móvel inclusive efeito dinâmico.
- II. Incerteza e variabilidade de condições externas independentes da carga.
 - a) Variação de temperatura.
 - b) Forças de vento.
 - c) Incerteza de comportamento do solo.

Grupo intermediário. Causas de incerteza no cálculo da sollicitação.

- III. Variação de rigidez.
- IV. Imperfeição de métodos e defeitos de premissas.
 - a) Acurácia do método e tolerância do cálculo numérico.
 - b) Inadequação de premissa acerca de condições iniciais e de contorno.

Grupo B. Causas de flutuação da resistência.

- V. Incerteza e imprecisão do mecanismo de resistência adotado.
 - a) Imprecisão ou inadequação do mecanismo concebido.
 - b) Variabilidade dos limites de resistência dos materiais.
- VI. Variação das dimensões da estrutura, inclusive das camadas de solo.

O grupo intermediário trata da variabilidade inerente ao modelo de interação solo-estrutura que condiciona o valor da sollicitação, ou seja, do efeito da carga sobre o sistema estrutural em análise.

A variabilidade final resultante da flutuação e incertezas, nas cargas e no cálculo da deformação, condiciona o valor do coeficiente de variação (v_s) da sollicitação e, a flutuação e incertezas na resistência condiciona o valor (v_R) do coeficiente de variação da resistência dos elementos estruturais e do solo.

Quanto à incerteza de comportamento do solo, Phoon [4] considera dois tipos de incerteza geotécnica: a do modelo de cálculo e a dos respectivos parâmetros geotécnicos envolvidos. Ressalta que a incerteza na avaliação de parâmetros de solos e rochas é um dos aspectos chave de projeto, que distingue a engenharia geotécnica da engenharia de estruturas. Esta incerteza decorre da variabilidade intrínseca que resulta do processo geológico natural que produziu e continuamente modifica o maciço de solo *in situ*.

Acrescenta ainda, a variabilidade dos efeitos de execução e do tempo decorrido após a execução. Considera que a incerteza na medida do parâmetro é afetada por efeitos decorrentes do equipamento, do procedimento de ensaio e/ou operador, além de efeitos aleatórios durante a realização do teste.

A última incerteza envolve a transformação das medidas de laboratório ou de campo, em propriedades do solo para fins de projeto. Apresenta, também, valores indicativos de coeficientes de variação pertinentes aos vários fatores e tipos de solos tratados. Phoon [4] conclui que qualquer estudo de variabilidade geotécnica só se aplica ao local específico analisado. Para esclarecer a incerteza referente ao modelo de cálculo preconiza: a) realização de testes de protótipos realistas, b) obtenção de quantidade de dados suficientemente grande e representativo e, c) testes de qualidade razoavelmente alta onde incertezas devido a interferências estejam controladas.

Finalmente, lembra-se que a resistência final da fundação depende do grau de perturbação provocado pela execução, das propriedades do solo natural. Portanto, os coeficientes de variação da resistência do solo natural não são iguais aos da fundação. Neste contexto, valores indicativos da variabilidade final da resistência de alguns tipos de estacas em maciços de solos brasileiros podem ser encontrados em Silva [5].

3. FATOR DE SEGURANÇA NO PROJETO DE ESTRUTURAS.

De modo geral, o comportamento de uma estrutura sob ação das cargas funcionais e ambientais é considerado satisfatório, quando: a) no estado limite último ou de ruína, o sistema oferece uma segurança satisfatória contra a ruptura; b) no estado limite de serviço, os deslocamentos e rotações são compatíveis com a funcionalidade da obra, e com as condições impostas pela estética, funcionalidade e durabilidade da obra;

A ruína de qualquer elemento estrutural ocorre quando: a) os materiais componentes se deformam e a solicitação (S), resultante da ação do carregamento de ruptura, atinge o valor da resistência na ruptura (R) do elemento ou, b) os deslocamentos e/ou rotações são excessivos e impedem seu funcionamento.

A ruína da construção ocorre quando estes eventos resultam na formação de uma estrutura hipostática.

A condição fundamental para não ocorrência de ruína, de qualquer elemento de uma população finita ou infinita de elementos estruturais ou de fundação de uma construção, exige que:

$$R > S \quad (1)$$

Dividindo-se ambos os termos da desigualdade (1) por (S), resulta:

$$\left(\frac{R}{S}\right) > 1 \quad (2)$$

A não ocorrência de ruína exige que o quociente (R/S) denominado fator de segurança (F) seja maior que um, ou seja:

$$F = \left(\frac{R}{S}\right) > 1 \quad (3)$$

Alternativamente, pode-se subtrair (S) de ambos os termos da inequação (1), resultando:

$$(R-S) > 0 \quad (4)$$

A diferença (R-S) define nova variável dependente denominada margem de segurança (M) e, a nova condição não ocorrência de ruína exige que:

$$M = (R-S) > 0 \quad (5)$$

Substituindo-se nesta expressão o valor (R) da expressão (3), resulta a condição de não ocorrência de ruína que relaciona a margem de segurança (M) com o fator de segurança (F):

$$M = (F - 1) S > 0 \quad (6)$$

Pode-se dizer que a nova condição de não ocorrência de ruína exige, alternativamente, que a margem de segurança seja maior que zero.

A condição de não ocorrência de ruína fundamentada na noção de fator de segurança maior que um vem sendo aplicada há muito tempo na engenharia civil.

Neste contexto o inovador artigo de Hansen [6] mostrou como aplicar o fator de segurança no dimensionamento de obras geotécnicas, a partir dos seguintes princípios: a) Princípio das tensões admissíveis; b) Princípio das cargas de ruptura e, c) Princípio dos fatores parciais de segurança.

3.1 Princípio das tensões admissíveis.

De acordo com o princípio das tensões admissíveis, as tensões máximas oriundas das solicitações do carregamento de serviço, não devem ultrapassar as tensões admissíveis dos materiais. As tensões admissíveis são obtidas dividindo-se as tensões de ruptura por fatores de segurança globais adequados, ou seja:

$$\sigma(g+p) \leq \frac{\sigma_f}{F_m} \quad (7)$$

$\sigma(g+p)$ = tensões devidas às cargas permanentes (g) e móveis (p);

σ_f = tensão resistência última do material;

F_m = fator de segurança global.

SEFE VI – Seminário Engenharia Fundações Especiais e Geotecnia

O fator de segurança global é também denominado fator de segurança. A aplicação do princípio das tensões admissíveis na engenharia civil é tão antiga quanto à prática da construção na história do homem. De fato, o Manual de Engenharia Civil de Rankine [7], conhecido precursor da teoria de empuxo na área de Mecânica dos Solos, já recomendava prováveis valores de fatores de segurança para materiais perfeitos e materiais comuns de boa qualidade, indicados na Tabela 1:

Tabela 1: Fatores de segurança do Manual de Engenharia Civil (Rankine, 1861).

Condição do material	Cargas impostas lentamente (<i>dead load</i>)	Cargas impostas subitamente (<i>live load</i>)
Materiais perfeitos e manufaturados	2	4
Materiais comuns bons e manufaturados:		
Metal (ferro)	3	6
Madeira	4 a 5	8 a 10
Alvenaria	4	8

Quando o carregamento de trabalho era composto por carga aplicada lenta ou subitamente, deviam-se multiplicar cada parcela de carga por seu próprio fator de segurança e somar os produtos. O fator de segurança para material metálico comum era 1,5 vezes o valor recomendado para os materiais perfeitos. Nota-se ainda certa semelhança entre os fatores de segurança de alvenaria e madeira.

Decorrido um século depois desta publicação, esta era ainda a filosofia das normas brasileiras aprovadas nos anos 1950/1960, referentes às estruturas de madeira, aço concreto armado e fundações. A Tabela 2 apresenta os valores das tensões admissíveis à compressão para peças curtas, de vários materiais admitidos nestas normas:

Tabela 2. Tensões admissíveis à compressão peças curtas comprimidas de diversas normas brasileiras.

Material	Norma ABNT	Resistência σ_f (kgf/cm ²)	F_m	Tensão admissível (kgf/cm ²)
Aço	NB14-1958	$\sigma_c = 2400$	2	$\sigma_{f1} = 1200$
Concreto (Estádio II)	NB1-1950	$\sigma_{c28} = 180$	3	$\sigma_c = 60$
Madeira	NB11- 1950	$\sigma_m = 257$ (Pinho Paraná)	5	$\sigma_c = 51$

Nota-se que os fatores de segurança eram praticamente iguais aos recomendados por Rankine cem anos antes. Neste espaço de tempo o emprego do concreto praticamente substituiu o emprego da alvenaria como material estrutural. Atualmente, a alvenaria estrutural reassume aos poucos seu antigo papel.

Os diferentes valores de fator de segurança (F_m) refletem o grau de confiabilidade que se tem sobre a resistência do material cuja dispersão em torno do valor médio é função do controle da qualidade que se exerce sobre os procedimentos utilizados durante as fases de projeto e execução da estrutura. No caso de materiais manufaturados, quanto mais rígidos os métodos e processos de seleção e controle exercidos, menores serão os valores das dispersões em torno da média e, maior a certeza sobre a resistência do material.

Para os materiais geotécnicos, a variabilidade da rigidez e resistência das camadas de solo decorre de sua formação natural podendo-se, até certo ponto, conhecer a distribuição espacial das propriedades das camadas, através de ensaios de campo ou laboratório.

Contudo, tratamentos para alterar as propriedades naturais de um solo pouco resistente constituem, ainda, processos dispendiosos, difíceis e complexos.

A Tabela 3 apresenta os fatores de segurança da norma brasileira NBR 6122/1996 - Projeto e execução de fundações [8] (atualmente em processo de revisão).

Tabela 3. Fator de segurança mínimo norma NBR 6122/1996 - Projeto e execução de fundações.

Condição	Fator segurança F_s
Capacidade de carga de fundações superficiais	3,0
Capacidade de carga de estacas e tubulões sem prova de carga	2,0
Capacidade de carga de estacas e tubulões com prova de carga	1,6

3.2

Princípio da carga de ruptura.

Pelo princípio da carga de ruptura, as tensões de trabalho majoradas por fatores de segurança globais não devem ultrapassar as tensões de resistência última do material. O dimensionamento é feito no estado limite de ruptura comprovando-se que:

$$\sigma (F_g \cdot g + F_p \cdot p) \leq \sigma_f \quad (8)$$

Onde: $\sigma (F_g \cdot g + F_p \cdot p)$ = tensões produzidas pelas cargas permanentes (g) majoradas pelo fator de segurança (F_g) e pelas cargas móveis majoradas pelo fator de segurança (F_p). Este método permite aplicar diferentes fatores de segurança para diferentes tipos de cargas aplicadas, conforme Hansen [6].

No Brasil apenas a norma de concreto armado evoluiu por este estágio, com a adoção pela NB1-1960 e NB2-1961 do dimensionamento no chamado estágio III. Segundo estas normas, para o caso de compressão simples, multiplicavam-se as cargas permanentes e acidentais por $F_g = 2$ e as cargas móveis por $F_p = 2,4$ e as tensões resultantes no concreto e aço não deviam ultrapassar os limites de resistência destes materiais.

Para o concreto admitia-se curva normal para a distribuição de resistência, introduzindo-se a noção de resistência característica (σ_{Rk}) à compressão mínima, com 95% de certeza, definida pela expressão:

$$\sigma_{Rk} = (1 - 1,645 \cdot v_R) \cdot \sigma_{c28} \quad (9)$$

v_R = coeficiente de variação da resistência à compressão simples do concreto:

σ_{c28} = resistência média à compressão simples do concreto aos 28 dias, obtida em, no mínimo 32 ensaios em corpos de prova cilíndricos padronizados.

$$v_R = \frac{\sigma_{Rk}}{\sigma_{c28}} \quad (10)$$

σ_{Rk} = desvio padrão da resistência à compressão simples do concreto.

Quando não se conhecia o coeficiente de variação adotavam-se padrões de qualidade de controle:

- para controle rigoroso: $\sigma_{Rk} = 3/4 \cdot \sigma_{c28}$
- para controle razoável: $\sigma_{Rk} = 2/3 \cdot \sigma_{c28}$
- para controle regular: $\sigma_{Rk} = 3/5 \cdot \sigma_{c28} \sigma_R$

3.3 Princípio dos fatores parciais de segurança.

Pelo princípio dos fatores parciais de segurança aplicam-se fatores parciais de majoração para as diferentes cargas características e comparam-se as tensões majoradas com as resistências características minoradas por fatores de minoração, comprovando-se que:

$$\sigma(f_g g + f_p p) \leq \frac{\sigma_f}{f_m} \quad (11)$$

f_g, f_p = fatores parciais de majoração das cargas;

f_m = fator parcial de minoração da resistência.

O dimensionamento é feito no estado nominal de cálculo de ruptura comprovando-se que as tensões devidas aos diferentes tipos de carga, devidamente majoradas, não ultrapassam as tensões resistentes minoradas, conforme Hansen [6].

No Brasil, a norma de concreto armado NB1-1978 adotava um fator de majoração $\gamma_f = 1,4$ para as cargas e um fator de minoração $\gamma_c = 1,4$ para o concreto de resistência característica mínima f_{ck} , definido por:

$$f_{ck} = (1 - 1,645 \cdot v_R) \cdot \sigma_{c28} \quad (12)$$

Para indicar que somente o terceiro princípio era aplicável ao caso de problemas de ruptura ou estabilidade em Mecânica dos Solos, Hansen [6] dava dois exemplos de aplicação. O primeiro exemplo é o de um dique seco de concreto submetido à carga de subpressão. O problema implica em duas cargas e

nenhuma resistência de material. Neste caso, deve-se aplicar um fator de segurança a pelo menos uma das cargas. O segundo exemplo é o de um talude em areia sem sobrecarga. Neste caso, a segurança exige que a resistência média ao cisalhamento ao longo da superfície crítica de ruptura deve exceder a tensão cisalhante ao longo desta superfície. Aparentemente, o problema implica em uma carga: o peso específico da areia e uma resistência do material: o ângulo de atrito da areia. Contudo não se majora o peso uma vez que as resistências ao cisalhamento e as tensões cisalhantes cresceriam proporcionalmente. Daí, ser irrelevante majorar ou não o peso específico do material: o fator de segurança pode ser aplicado somente sobre o ângulo de atrito que é uma constante do material. Assim, a resistência ao cisalhamento de cálculo (τ_d) do solo seria calculada pela expressão:

$$\tau_d = \frac{\sigma \operatorname{tg}\phi}{f_\phi} + \frac{c}{f_c} \quad (13)$$

ϕ = ângulo de atrito interno efetivo;

c = coesão efetiva;

f_ϕ, f_c = fatores parciais de minoração.

É importante salientar que, desde 1954, a norma dinamarquesa de fundações DS 415 [9] utiliza, pioneiramente, estes princípios básicos, precedendo assim as recomendações do CEB-1964 que introduziu na Europa o cálculo de concreto armado segundo o princípio dos fatores de segurança parciais.

4. RELAÇÕES ENTRE OS FATORES DE SEGURANÇA.

Considere-se a existência de um conjunto de elementos estruturais que formam a obra ou parte da obra, por exemplo, o estaqueamento que é o conjunto de elementos isolados de fundação por estaca, sobre o qual atua um carregamento externo (A). Sob ação do carregamento externo (A) a estrutura se deforma e surge em cada elemento componente do conjunto, uma reação denominada *efeito da carga ou solicitação* (S). Por questões de segurança, a *resistência* (R) do elemento isolado deve ser maior que a *solicitação* (S) atendendo a condição da expressão (1).

Os valores das variáveis (R) e (S) não são constantes e devem ser tratadas como variáveis dependentes do carregamento externo (cargas atuantes funcionais e ambientais), da geometria do sistema estrutural, da resistência dos materiais, do modelo de interação solo-estrutura, do tempo, etc. Nesta análise, o fator de segurança (F) resultante, definido pela expressão (3), depende da variabilidade da resistência (R) e da solicitação (S) que são as variáveis a serem analisadas sob a luz das regras da Estatística.

Para facilitar a exposição do assunto, considera-se neste artigo que as funções estatísticas de densidades de probabilidade das funções sejam normais ou gaussianas. Neste caso, a curva de densidade de probabilidade da variável em estudo é definida por dois pontos notáveis da curva: a média (μ) que é o valor mais provável da variável e dois pontos de inflexão da curva caracterizados por $\pm (\sigma)$ que é o desvio padrão. Mede-se a dispersão da curva pelo coeficiente de variação (v): relação entre o desvio padrão e o valor médio.

A curva de resistência fica então determinada por:

μ_R = resistência média;

σ_R = desvio padrão da resistência;

$$v_R = \text{coeficiente de variação da resistência} = \frac{\sigma_R}{\mu_R} \quad (14)$$

A curva de resistência fica então determinada por:

μ_S = solicitação média;

σ_S = desvio padrão da solicitação;

$$v_S = \text{coeficiente de variação da solicitação} = \frac{\sigma_S}{\mu_S} \quad (15)$$

A condição geral (3) de não ocorrência de ruína exige que o valor médio do fator de segurança ou simplesmente fator de segurança (F_S) seja maior que um, resultando a condição particular:

$$F_S = \left(\frac{\mu_R}{\mu_S} \right) > 1 \tag{16}$$

Esta condição constitui o ponto fundamental e indiscutível (dogma) do fator de segurança: o valor do fator de segurança deve ser maior que um! O que não se sabe é o quanto maior que um deve ser o fator de segurança, para não ocorrer ruína. De fato, se (ϵ) for o número racional maior que zero que excede a unidade, pode-se escrever que, o fator de segurança que atende a condição de não ruína, vale:

$$F_S = (1 + \epsilon) \quad \forall (0 < \epsilon \leq \infty) \tag{17}$$

Portanto, qualquer valor (ϵ) maior que zero é satisfatório. Na prática, o uso local continuado desta filosofia gera uma experiência que se consolida em normas que fixam o valor mais conveniente de F_S . Conclui-se que o tradicional fator de segurança (F_S) é um valor arbitrário qualquer derivado da experiência.

A aplicação da condição geral (1) aos valores relacionados aos pontos notáveis caracterizados pelo desvio padrão de (R) e (S) geram a noção de fator de segurança característico que se segue.

Denomina-se sollicitação característica S_k e resistência característica R_k aos seguintes valores notáveis:

$$S_k = \text{sollicitação característica} = \mu_S + \alpha_S \cdot \sigma_S \tag{18}$$

$$R_k = \text{resistência característica} = \mu_R - \alpha_R \cdot \sigma_R \tag{19}$$

Onde,

α_S = número que caracteriza a sollicitação em termos de desvios padrão;

α_R = número que caracteriza a resistência em termos de desvios padrão.

Considerando as expressões (14) a (19), verifica-se que os valores característicos notáveis valem:

$$S_k = \mu_S (1 + \alpha_S v_S) \tag{20}$$

$$R_k = \mu_R (1 - \alpha_R v_R) \tag{21}$$

Quando a probabilidade de ocorrência desejada é de 5% resulta: $\alpha_S = \alpha_R = 1,645$.

A Figura 1 apresenta as curvas de probabilidade de resistência $f_R(r)$ e de sollicitação $f_S(s)$, indicando os valores médios, característicos e desvios padrões. Os pontos B e C de mudança de curvatura das curvas definem os respectivos desvios padrões das curvas de sollicitação e resistência. Esta figura apresenta ainda as relações entre todos os valores e os fatores de segurança médio e característico.

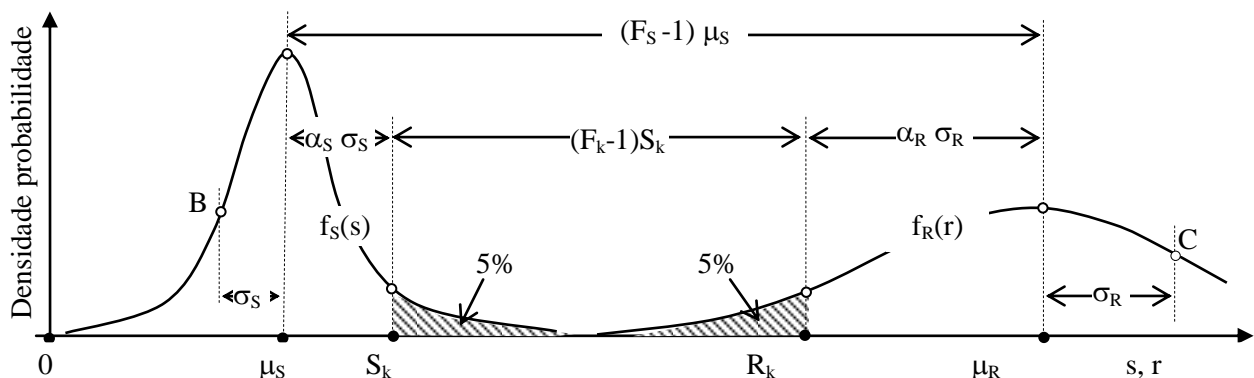


Figura 1. Curvas de resistência e sollicitação e fatores de segurança médio e característico.

A condição de não ocorrência de ruína aplicada à relação entre a resistência característica R_k e a sollicitação característica S_k resulta no fator de segurança característico definido por:

$$F_k = \left(\frac{R_k}{S_k} \right) > 1 \tag{22}$$

Substituindo-se nesta expressão, os valores característicos das equações (20) e (21), resulta:

$$F_k = \left[\frac{\mu_R (1 - \alpha_R v_R)}{\mu_S (1 + \alpha_S v_S)} \right] > 1 \quad (23)$$

Considerando a expressão (16) e a expressão (23), chega-se à relação entre o *fator de segurança* e o *fator de segurança característico*:

$$F_k = F_S \left(\frac{1 - \alpha_R v_R}{1 + \alpha_S v_S} \right) \quad (24)$$

A expressão (23) é muito utilizada na área de Engenharia Mecânica para o dimensionamento de elementos estruturais de máquinas, conforme Shigley & Mischke [10].

A norma EN 1990 do Eurocode [11] e a Norma Brasileira NBR 6122/1996 [8] preconizam a verificação de segurança no estado nominal de cálculo no estado limite último.

De acordo com estas normas deve-se comprovar que, neste estado nominal, a solicitação de cálculo (S_d) seja menor ou igual à resistência de cálculo (R_d):

$$S_d \leq R_d \quad (25)$$

Onde:

$$S_d = \text{solicitação máxima de cálculo} = S_k \cdot \gamma_f \quad (26)$$

$$R_d = \text{resistência mínima de cálculo} = R_k / \gamma_m \quad (27)$$

Sendo,

γ_f = fator parcial de majoração da solicitação, legalmente fixado em norma;

γ_m = fator parcial de minoração da resistência, legalmente fixado em norma.

A figura 2 apresenta a filosofia de dimensionamento no estado nominal de cálculo, conforme Aoki [12]. A figura indica os valores médios, característicos e de cálculo que condicionam a verificação de segurança no estado nominal de cálculo, conforme a expressão (25). Apresenta ainda a relação entre a margem de segurança, o fator de segurança médio e os fatores de segurança parciais.

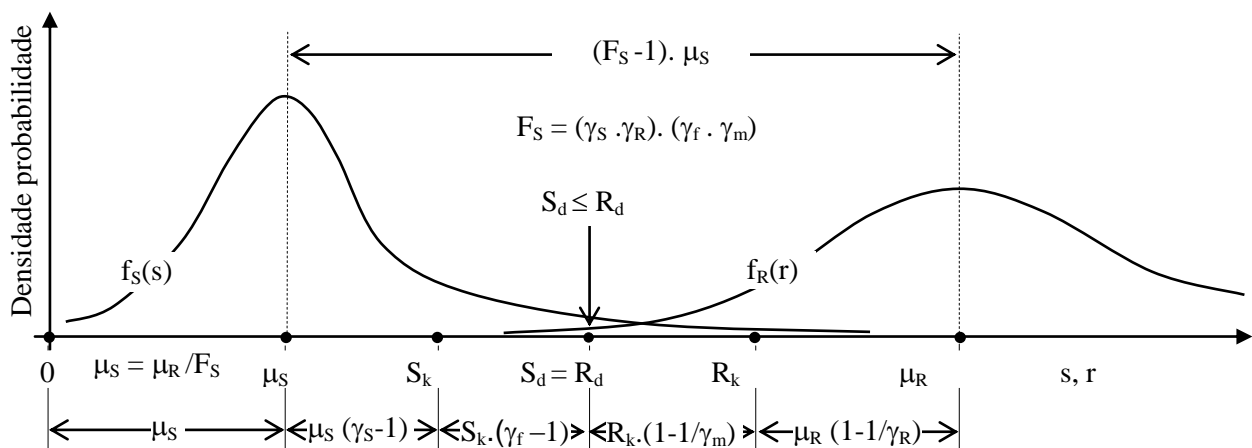


Figura 2. Filosofia de dimensionamento no estado nominal de cálculo

Além dos fatores parciais definidos em norma é possível determinar os seguintes fatores parciais de segurança que dependem da variabilidade das curvas de solicitação e resistência:

$$\gamma_S = \text{fator parcial de variabilidade da solicitação} = \frac{S_k}{\mu_S} = (1 + \alpha_S v_S) \quad (28)$$

$$\gamma_R = \text{fator parcial de variabilidade da resistência} = \frac{\mu_R}{R_k} = \frac{1}{(1 - \alpha_R v_R)} \quad (29)$$

As expressões (26) a (29) permite escrever:

$$S_d = \mu_s \cdot \gamma_s \cdot \gamma_f \quad (30)$$

$$R_d = \frac{\mu_R}{\gamma_m \gamma_R} \quad (31)$$

As condições (16) e (25) combinada com as expressões (30) e (31) permite concluir que a relação entre o fator de segurança médio e os fatores parciais de segurança vale:

$$F_S = (\gamma_s \gamma_f \gamma_R \gamma_m) > 1 \quad (32)$$

Das expressões (22), (25), (26) e (27) resulta uma condição legal a ser obedecida nos projetos:

$$F_k = \text{fator parcial da norma (fatores parciais fixados em norma)} = (\gamma_f \cdot \gamma_m) \geq 1 \quad (33)$$

O produto $(\gamma_f \cdot \gamma_m)$ deve ser tratado como um único valor: arbitrado um valor o outro fica determinado:

$$\gamma_{m,f} = \left(\frac{F_k}{\gamma_{f,m}} \right) \quad (34)$$

Substituindo o valor de $(\gamma_f \cdot \gamma_m)$ na expressão (32), resulta:

$$F_S = F_k (\gamma_s \gamma_R) > 1 \quad (35)$$

Denominando-se:

$$F_v = \text{fator parcial relativo à variabilidade das curvas de (S) e (R)} = (\gamma_s \cdot \gamma_R) > 1 \quad (36)$$

Este valor pode ser obtido combinando-se as expressões (28) e (29), resultando:

$$F_v = \frac{(1 + \alpha_s v_s)}{(1 - \alpha_R v_R)} > 1 \quad (37)$$

Portanto, o fator de segurança médio é sempre variável em cada obra e pode ser decomposto em um fator F_v que considera a variabilidade das curvas de (S) e (R) e outro fator F_k que é fixado em norma, ou seja:

$$F_S = \text{valor variável em cada obra} = F_k \cdot F_v = (\gamma_s \gamma_f \gamma_R \gamma_m) \geq 1 \quad (38)$$

Na metodologia de projeto no estado nominal de cálculo, o fator de segurança fixado em norma é o fator de segurança característico da expressão (22).

Em geral, no caso da resistência característica exige-se a comprovação deste valor por meio de ensaios de materiais e/ou provas de carga.

No caso de obras de concreto armado, a empresa projetista fixa nos desenhos e especificações da obra, o valor característico da resistência do concreto, sem explicitar o *valor médio e o desvio padrão* que deram origem a este valor de projeto.

O executor, por desconhecer o *valor médio e o desvio padrão* adotado no projeto, e preocupado em atender ao valor característico exigido, executa a obra com uma dosagem de concreto que atende ao valor exigido, mas com um *valor médio e um desvio padrão de sua conveniência*.

Assim, o coeficiente de variação da resistência de projeto é diferente do coeficiente de variação da resistência da obra executada.

Logo, para atender à lógica de existência de coerência entre o projeto e a execução, é altamente recomendável especificar no projeto, o valor característico, a média e o desvio padrão de resistência ou, o valor característico e o coeficiente de variação máximo de resistência previsto.

As tabelas 4, 5, 6 e 7 apresentam os fatores parciais de segurança mínimos recomendados pela norma brasileira e pela norma dinamarquesa.

Tabela 4. NBR 6122/1996 - Fatores parciais para resistências de materiais (γ_m)

Parâmetros	In situ ^(A)	Laboratório	Correlações ^(B)
Tangente do ângulo de atrito	1,2	1,3	1,4
Coesão (estabilidade e empuxo de terra)	1,3	1,4	1,5
Coesão (capacidade de carga de fundações)	1,4	1,5	1,6

^(A) Ensaios CPT, Palheta, Vane

^(B) Ensaios SPT, Dilatômetro

Tabela 5. NBR 6122/1996 - Fatores parciais para capacidade de carga de fundações (γ_m)

Condição	Fator parcial minoração
Fundação superficial (sem prova de carga) ^(A)	2,2
Fundação profunda (sem prova de carga) ^(A)	1,5
Fundação com prova de carga	1,2

^(A) Capacidade de carga obtida por método semi – empírico.

Tabela 6. Norma Dinamarquesa DS415 - Fatores parciais minoração resistência (γ_m)

Condição	Fator parcial minoração	
	Normal	Especial
Capacidade de carga de elementos isolados de fundação sem prova de carga	2,0	2,2
Capacidade de carga de elementos isolados de fundação com prova de carga	1,6	1,75
Estaca sujeita a ensaio de prova de carga	1,4	1,55

Tabela 7. Norma Dinamarquesa DS415 - Fatores parciais majoração das cargas (γ_f)

Ações	Fator parcial majoração
Cargas permanentes	1,0
Cargas móveis	1,3

5. PROBABILIDADE DE RUÍNA.

As bases e o desenvolvimento da abordagem denominada *teoria de confiabilidade estrutural* foram pioneiramente estabelecidas nos idos de 1950 por Freudenthal [3] [13] e, desde então, seu desenvolvimento tem sido notável especialmente na engenharia de estruturas.

A Figura 3 apresenta a definição de probabilidade de ruína que é numericamente igual à área hachurada sob a curva de densidade de probabilidade da função probabilidade de ruína p_f .

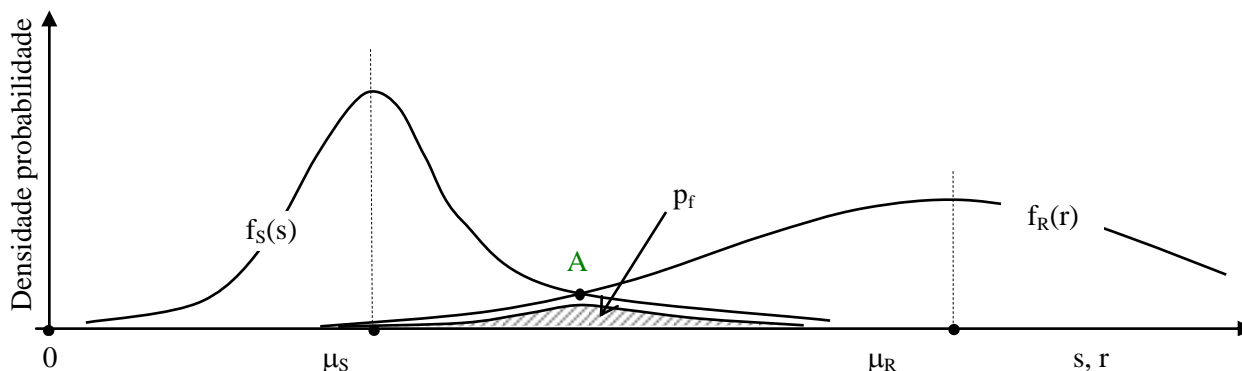


Figura 3. Probabilidade de ruína e curva de densidade de probabilidade de ruína.

Se estas distribuições forem especificadas em termos das funções de densidades de probabilidade $f_R(r)$ e $f_S(s)$ respectivamente, então a probabilidade de ruína (p_f), ou seja, a probabilidade de ($R \leq S$) se escreve:

$$p_f \equiv P(\text{ruína}) = P(R \leq S) = \int_{-\infty}^{\infty} f_S(s) \left[\int_{-\infty}^s f_R(r) dr \right] ds \quad (39)$$

$$P_f = \int_{-\infty}^{\infty} f_S(s) F_R(s) ds \quad (40)$$

As expressões (39) e (40) representam a convolução das funções $F_R(s)$ e $f_S(s)$, onde $F_R(s)$ é a distribuição acumulada de $f_R(r)$, condicionada por valores da função $f_S(s)$, conforme Lawrence [14]. Após o ponto (A) da Figura (3), os valores de probabilidade de ocorrência de R são maiores do que S e, no cálculo de $F_R(s)$ deve-se limitar o valor $f_R(s)$ ao valor de $f_S(s)$ disponível. Esta limitação condiciona a convolução.

Além disso, dependendo do problema analisado, o limite inferior de integração pode não se estender a menos infinito: a solitação e/ou a resistência mínima pode ser igual a zero ou ser limitada a valores fixos.

A probabilidade de ruína determinada pela expressão (40) considera que existe completa aleatoriedade de atuação de solitação e resistência. Muitas vezes podem-se impor condições, por exemplo, comparar subconjuntos de pares ordenados de resistência e solitação resultando em valores de probabilidade de ruína condicionados. Trata-se de um dos aspectos da análise de vulnerabilidade ao evento de ruína previsto.

A Figura 4 mostra que a integral (40) corresponde à *convolução* das funções $f_S(s)$ e $F_R(s)$, onde a área hachurada pode ser obtida por planilhamento da curva indicada. Por exemplo, ordenando-se *todos* os valores de resistência em ordem crescente e comparando-se, termo a termo, com *todos* os valores de solitação ordenados em ordem decrescente, resulta a área hachurada à esquerda do ponto A da Figura 5, que representa a probabilidade de ruína condicionada $p_{f,r}$.

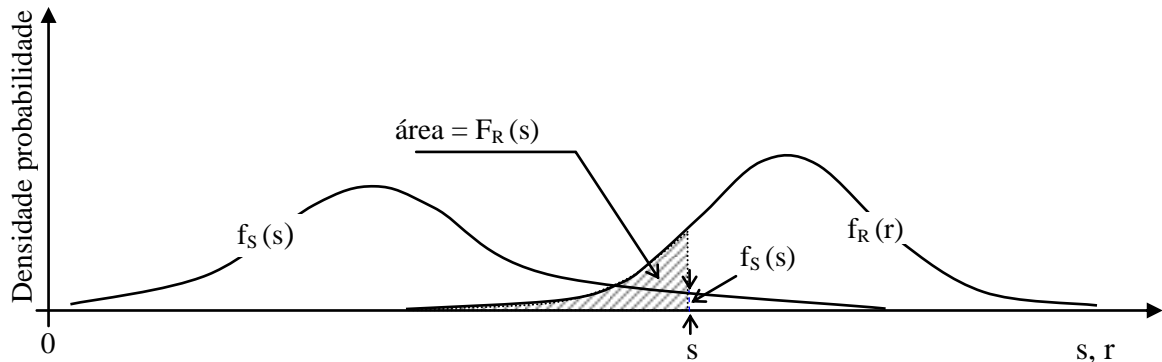


Figura 4 – Convolução: definição das funções $f_S(s)$ e $F_R(s)$ da equação (40).

Procedendo de modo inverso, ou seja, ordenando-se *todos* os valores de solitação em ordem crescente e comparando-se, termo a termo, com *todos* os valores de resistência ordenados em ordem decrescente, resulta a área hachurada à direita do ponto A da mesma figura, que representa a probabilidade condicionada $p_{f,s}$.

A presença de blocos sobre mais de uma estaca requer também análise especial. De fato, a ruína de uma estaca sob o bloco de fundação pode causar certa redistribuição de solitação nas demais estacas, não ocorrendo, necessariamente, a ruptura do apoio representado pelo bloco que sustenta o pilar que sobre ele se apóia. Neste caso pode-se proceder a análise que considera a plastificação de uma estaca do grupo, com conseqüente redistribuição de solitações nas demais estacas do bloco, conforme Schiel [15].

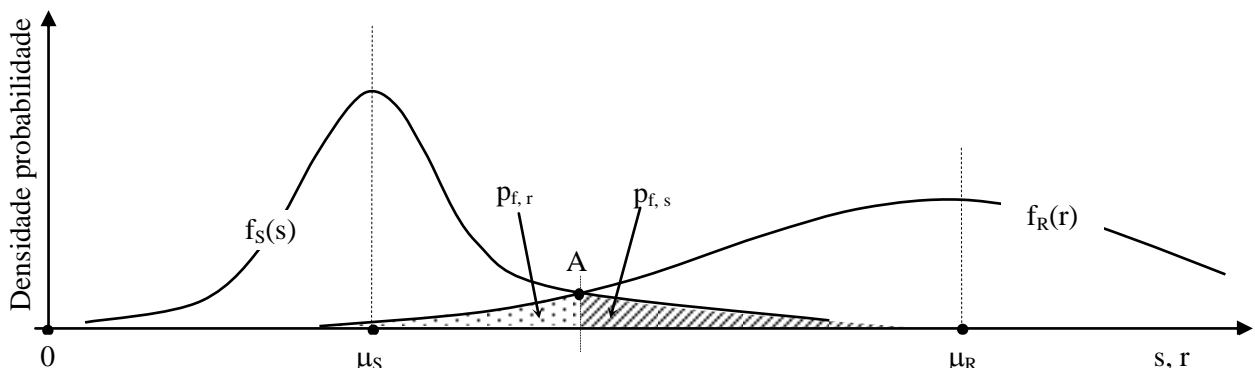


Figura 5. Probabilidade de ruína condicionada: casos de resistência crescente ou solitação crescente.

Para estabelecer uma conexão entre a teoria de confiabilidade estrutural proposta por Freudenthal, com os fatores de segurança de Hansen, deve-se voltar à definição de fator de segurança e margem de segurança definido em (3) e (5) com a probabilidade de ruína definida em (39).

O método do índice de confiabilidade de Hasofer [16], também conhecido como método do segundo momento de primeira ordem (*FORM - First Order Reliability Method*), parte da expressão (5) da margem de segurança (M) definida pela diferença (R-S).

No caso de *distribuições normais ou gaussianas* o valor médio da variável dependente margem de segurança (M) da inequação (5) se reescreve:

$$\mu_M = (\mu_R - \mu_S) > 0 \quad (41)$$

Neste caso, a curva de densidade de probabilidade da margem de segurança (M) é também gaussiana e é definida pelo valor médio (μ_M), desvio padrão (σ_M) e coeficiente de variação (v_M):

μ_M = valor da margem de segurança média;

σ_M = valor do desvio padrão da margem de segurança;

$$\sigma_M = \sqrt{(\sigma_R)^2 + (\sigma_S)^2 - 2 \rho_{RS} \sigma_R \sigma_S} \quad (42)$$

ρ_{RS} = coeficiente de correlação entre as variáveis (R) e (S).

$$v_M = \text{coeficiente de variação da margem de segurança} = \frac{\sigma_M}{\mu_M} \quad (43)$$

Se as variáveis (R) e (S) forem independentes a expressão (42) simplifica-se:

$$\sigma_M = \sqrt{(\sigma_R)^2 + (\sigma_S)^2} \quad (44)$$

Adotando-se como *unidade de medida* da margem de segurança média da expressão (41), o valor do desvio padrão (σ_M), pode-se escrever que:

$$\mu_M = \beta \sigma_M \quad (45)$$

Neste caso, o número que mede a margem de segurança média é denominado fator (ou índice) de confiabilidade β definido por:

$$\beta = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sigma_M} = \frac{\mu_M}{\sigma_M} \quad (46)$$

A Figura 6 apresenta a curva de margem de segurança e a definição de fronteira de ruína e probabilidade de ruína no método do fator de confiabilidade β :

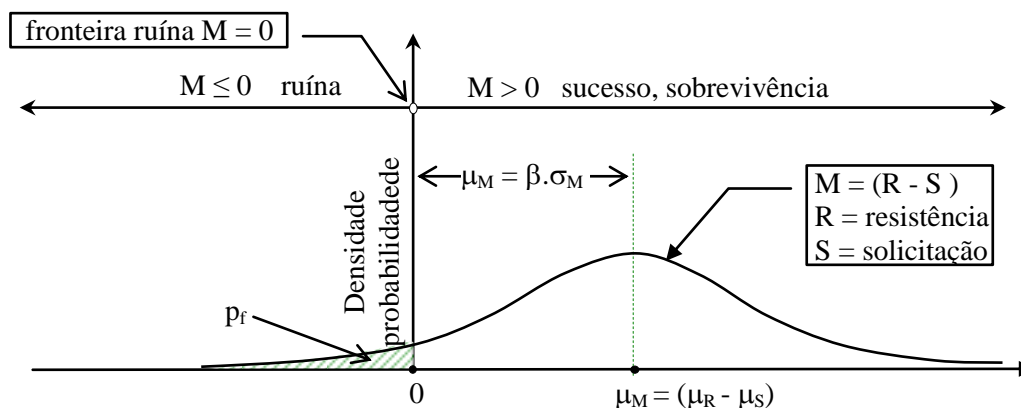


Figura 6. Método do fator de confiabilidade β .

Conclui-se, como acontece com o fator de segurança, que o fator de confiabilidade é uma medida direta da margem de segurança. A diferença é que este fator leva em conta, diretamente, a variabilidade das curvas de resistência e solitação já que a unidade de medida é o valor σ_M .

Por definição, o fator de confiabilidade é inversamente proporcional ao coeficiente de variação da margem de segurança. Quanto maior a variabilidade da margem de segurança menor a confiabilidade expressa por β .

$$\beta = \frac{\mu_M}{\sigma_M} = \frac{1}{v_M} \quad (47)$$

No Brasil, o dimensionamento baseado no princípio dos fatores parciais de segurança ou no conceito de probabilidade de ruína é pouco utilizado em fundações, embora seja obrigatório, por exemplo, no caso de estruturas de concreto armado. Em outros países (Canadá, Estados Unidos da América e União Européia), a prática é semelhante a do Brasil, ressaltando-se que, no caso da União Européia, exige-se a verificação baseada em fatores parciais para todos os tipos de estruturas.

Assim, para o dimensionamento no estado limite último estas noções já se encontram incorporadas em normas internacionais como o Eurocode EN 1990 [11] que prescreve os valores mínimos do índice ou fator de confiabilidade β para diversas classes de conseqüências da ruína ou mau funcionamento da estrutura.

De fato, nestes países a discussão atual centra-se no problema da calibração de fatores de segurança parciais que sejam compatíveis com a probabilidade de ruína implícita no fator de confiabilidade prescrito.

Sabe-se que o risco, medido pela conseqüência da ruína em termos econômicos, sociais e ambientais, depende do tipo de obra, e da vulnerabilidade específica do conjunto de elementos estruturais analisado.

A Tabela 8 apresenta, para fins de dimensionamento no estado limite último, as diferentes classes de conseqüências (CC) da ruína previstas no Eurocode EN 1990:

Tabela 8. Definição das classes de conseqüências conforme Eurocode EN 1990.

Classe de conseqüência	Descrição	Exemplos de edificações e obras civis
CC3	Alta conseqüência em termos de perda de vidas humanas e conseqüência muito grande em termos econômico, social ou ambiental.	Estádios, edifícios públicos onde as conseqüências da ruína são altas (por exemplo, sala de concertos)
CC2	Média conseqüência em termos de perda de vidas humanas e conseqüência considerável em termos econômico, social ou ambiental.	Edifício residencial e edifício de escritórios, edifícios públicos onde as conseqüências da ruína são médias (por exemplo, edifício de escritórios)
CC1	Baixa conseqüência em termos de perda de vidas humanas e conseqüência pequena ou negligenciável em termos econômico, social ou ambiental.	Edificações agrícolas onde normalmente não entram pessoas (por exemplo, edifício de estocagem), estufas.

Nota: Atualmente os requisitos de confiabilidade são relacionados ao elemento estrutural da obra de construção analisada que constituem o objeto de estudo específico.

- O critério para classificação das conseqüências é a importância, em termos de conseqüências da ruína, da estrutura ou elemento estrutural que é objeto de estudo.

- Dependendo da forma do elemento estrutural e decisões tomadas durante o projeto, um elemento particular da estrutura pode ser projetado na mesma, maior ou menor classe de conseqüências do que aquela da estrutura como um todo.

A Tabela 9 apresenta os valores de fator de confiabilidade exigidos pelo Eurocode EN 1990.

Tabela 9. Valores mínimos fator de confiabilidade β do Eurocode EN 1990 (estado limite último).

Classe de confiabilidade	Período de referência de um ano		Período de referência de 50 anos	
	Valor mínimo fator confiabilidade β	Máxima probabilidade ruína p_f	Valor mínimo fator confiabilidade β	Máxima probabilidade ruína p_f
RC3	5,2	9,964E-08	4,3	8,540E-06
RC2	4,7	1,301E-06	3,8	7,235E-05
RC1	4,2	1,335E-05	3,3	4,834E-04

Nota: Considera-se que o dimensionamento usando o EN 1990, com fatores parciais do anexo A1 do EN 1991 até EN 1999, conduz a estruturas com valor de fator de confiabilidade maior que 3,8 para um período de referência de 50 anos. A confiabilidade para elementos estruturais de classe acima de RC3 não é considerada neste anexo, uma vez que cada uma destas estruturas requer considerações individuais.

Nos projetos geotécnicos, Phoon et ali.[17] constatam que, no momento, a adoção de fatores de segurança parciais de majoração e minoração associadas a valores mínimos de fator de confiabilidade (β) indicadas na Tabela 9, precisa ser discutida e examinada com muita cautela.

6. RELAÇÃO ENTRE FATOR DE SEGURANÇA E PROBABILIDADE DE RUÍNA.

A relação entre a margem de segurança (M) e o fator de segurança (F) encontra-se na condição de não ocorrência de ruína da expressão (6). Desta expressão determina-se a margem de segurança média em função do fator de segurança médio:

$$\mu_M = (F_S - 1) \mu_S \quad (48)$$

Igualando-se este valor ao valor da margem de segurança média em função do fator de confiabilidade médio da expressão (45), resulta:

$$(F_S - 1) \mu_S = \beta \sigma_M \quad (49)$$

A Figura 7 mostra a margem de segurança média definida pelo fator de segurança e pelo fator de confiabilidade médios, de acordo com as expressões (45) e (48), e a probabilidade de ruína associada.

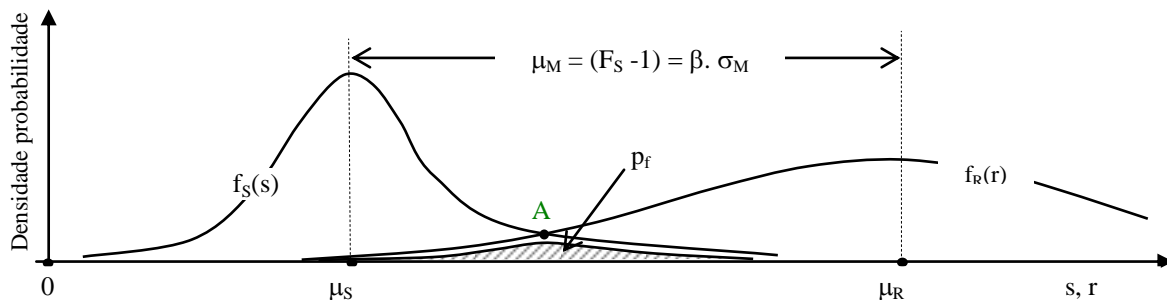


Figura 7. Fator de segurança, margem de segurança e probabilidade de ruína.

Desenvolvendo-se esta expressão chega-se à seguinte equação do segundo grau:

$$F_S^2 (\beta^2 v_R^2 - 1) + 2.F_S + \beta^2 v_S^2 - 1 = 0 \quad (50)$$

Extraindo-se a raiz positiva desta equação resulta:

$$F_S = [1 + \beta (v_S^2 + v_R^2 - \beta^2 v_S^2 v_R^2)^{0.5}] / [1 - \beta^2 v_R^2] \quad (51)$$

A relação inversa encontra-se em Cardoso e Fernandes [18]

$$\beta = (1 - 1/F_S) / [v_R^2 + (1/F_S)^2 v_S^2]^{0.5} \quad (52)$$

A probabilidade de ruína p_f é função direta de β , conforme Ang & Cornell [19] e Ang & Tang [20].

$$p_f = 1 - \Phi(\beta) \quad (53)$$

No caso de distribuições *lognormais* de resistência (R) e de solicitação (S) demonstra-se que:

$$F_S = \exp(\beta * (\ln((1+v_R^2)*(1+v_S^2)) - 1/2 * (\ln(1+v_R^2) - \ln(1+v_S^2)))) \quad (54)$$

Ou, alternativamente,

$$\beta = [\ln(F_S) - 1/2 * \ln(1+v_R^2) + 1/2 * \ln(1+v_S^2)] / [\ln(1+v_R^2) + \ln(1+v_S^2)]^{0.5} \quad (55)$$

Para determinar a probabilidade de ruína p_f a partir de β pode-se utilizar a expressão EXCEL:

$$p_f = 1 - \text{DIST. NORM}(\beta, 0, 1, \text{VERDADEIRO}) \quad (56)$$

Considerando que os coeficientes de variação (v_S) e (v_R) são as variáveis independentes que comandam o problema de segurança e confiabilidade, conclui-se que o fator de segurança e a probabilidade de ruína não podem ser tratados separadamente, e as expressões (51), (52) e (56) mostram sua interdependência. Do mesmo modo, no caso de distribuição estatística lognormal, as fórmulas (53), (54) e (56) relacionam os valores de β e F_S , mostrando novamente a interdependência entre fator de segurança e probabilidade de ruína.

A Figura 8 apresenta a relação entre o fator de confiabilidade β e o inverso da probabilidade de ruína:

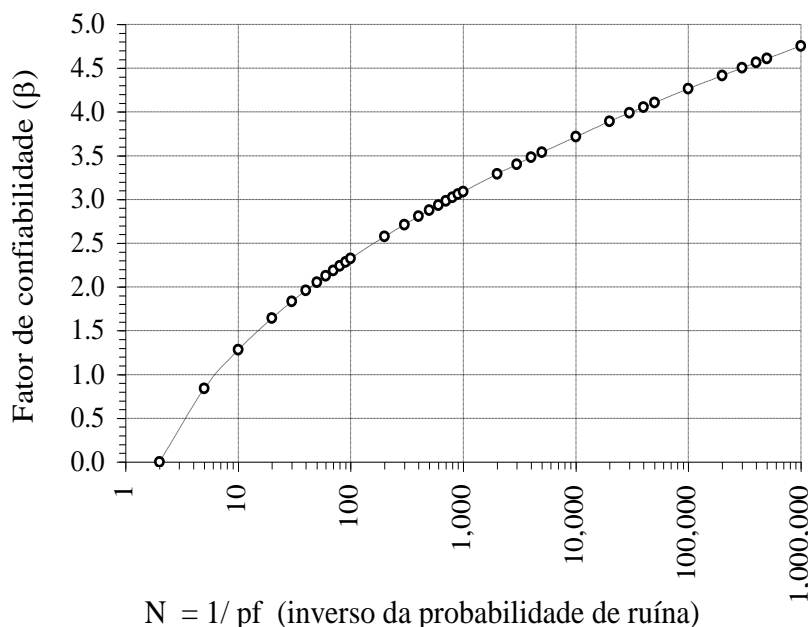


Figura 8. Relação entre fator de confiabilidade e probabilidade de ruína $N = 1/p_f$.

Fixada a forma das curvas (R) e (S) por seus coeficientes de variação (v_R) e (v_S), a cada valor de (F_S) corresponde um único valor de (β). Conclui-se que o fator de segurança médio e a probabilidade de ruína são variáveis inseparáveis, ou seja, *não se pode fixar o valor de fator de segurança médio de uma obra independentemente da probabilidade de ruína a ele associado.*

6.1 Exemplo de aplicação da interdependência do fator de segurança e probabilidade de ruína.

A simples aplicação de fatores de segurança prescritas em normas nos casos de obras correntes pode eventualmente levar a situações potencialmente graves do ponto de vista de confiabilidade da obra. Até um passado relativamente recente discutiu-se muito a questão de fator de segurança no caso de obras controladas com provas de carga estáticas e/ou dinâmicas.

A atual redação da NBR 6122/1996 considera (vide Tabela 3) que, para obras sobre estacas com provas de carga, pode-se adotar fator de segurança igual a 1,6. Apresentam-se a seguir os resultados de uma ponte de madeira, com fundações em estacas de madeira, que foi objeto de tese de Miná [21].

A Figura 9 mostra em destaque, a curva média de variação da resistência N_{SPT} e do coeficiente de variação da resistência v_{NSPT} , ao longo da profundidade. Foram realizadas 12 sondagens e o coeficiente de variação da resistência, na profundidade de assentamento, foi cerca de 30%.

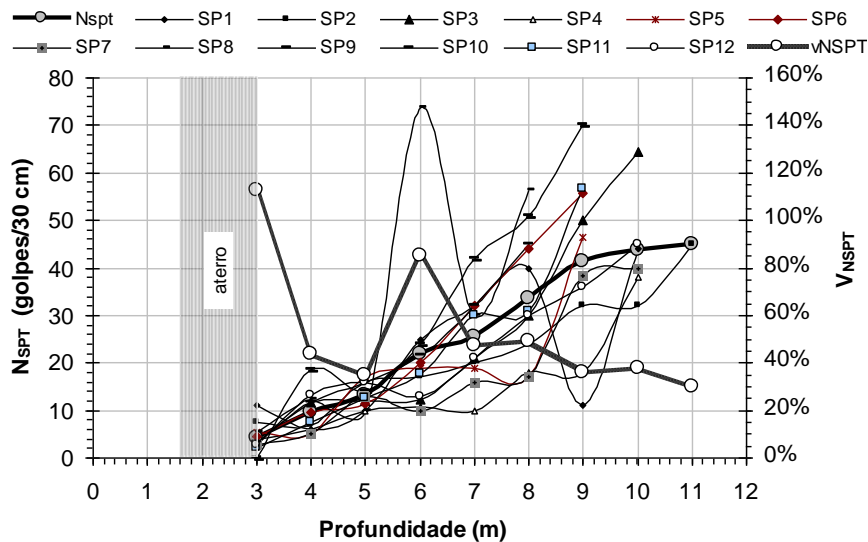


Figura 9. Variação de N_{SPT} ao longo da profundidade.

A Tabela 10 apresenta o resultado de prova de carga dinâmicas realizadas nas 12 estacas de madeira com 10 m de comprimento médio cravado, e diâmetro variável entre 20 cm na ponta a 40 cm no topo:

Tabela 10. Cargas de ruptura obtidas em prova de carga dinâmica de energia crescente.

Estaca	E1	E2	E3	E4	E5	E6	E7	E8	E9	E10	E11	E12
R (kN)	1150	730	500	1150	730	990	800	570	1140	980	690	730

A análise das resistências apresentadas na Tabela 10 conduz aos seguintes resultados estatísticos que definem a forma da curva de resistência (R) do estaqueamento da ponte:

$$\mu_R = 847 \text{ kN}; \quad \sigma_R = 228 \text{ kN}; \quad v_R = 0,269$$

O estaqueamento da ponte foi projetada para a carga admissível de projeto $P_{adm} = 265 \text{ kN}$. Considerou-se uma abordagem semi-probabilista onde a curva de solitação (S) é definida por:

$$\mu_S = 265 \text{ kN}; \quad \sigma_S = 0 \text{ kN}; \quad v_S = 0$$

Aplicando-se a equação (15), chega-se ao fator de segurança médio:

$$F_S = 847 / 265 = 3,196 > 1,60 \text{ (Tabela 3) NBR 6122, obra com prova de carga} \rightarrow \text{valor satisfatório.}$$

Os valores característicos seriam:

$$S_k = 265 (1) = 265 \text{ kN}$$

$$R_k = 847 (1 - 1,645 \times 0,269) = 472,2 \text{ kN}$$

$$F_k = \left(\frac{R_k}{S_k} \right) = \left(\frac{472,2}{265} \right) = 1,781 > 1$$

$$F_k = (\gamma_f \cdot \gamma_m)$$

$$\gamma_f = 1,40 \rightarrow \text{valor fixado pela NBR 8681 [22]}$$

$$\gamma_m = 1,781 / 1,4 = 1,272 > 1,2 \text{ (Tabela 5)} \rightarrow \text{valor satisfatório pois atende ao mínimo fixado.}$$

Neste caso os fatores parciais de segurança que dependem da variabilidade de (S) e (R) seriam:

$$\gamma_S = (1 + \alpha_S v_S) = 1 + 1,645 \times v_S = 1 + 1,645 \times 0 = 1,000$$

$$\gamma_R = \frac{1}{(1 - \alpha_R v_R)} = \frac{1}{(1 - 1,645 \cdot 0,269)} = 1,794$$

O fator parcial (γ_m) pode ser também determinado a partir da expressão (32):

$$\gamma_m = 3,196 / (1,000 \times 1,794 \times 1,40) = 1,272 > 1,2 \text{ (Tabela 5)} \rightarrow \text{valor satisfatório.}$$

Portanto, o estaqueamento da ponte executado apresenta fator de segurança médio e fatores de segurança parciais que atendem aos mínimos fixados nas normas brasileiras.

O fator de confiabilidade β associado ao fator de segurança médio F_S seria:

$$\beta = (1 - 1/F_S) / [v_R^2 + (1/F_S)^2 v_S^2]^{0,5} = (1 - 1/3,196) / [0,269^2 + (1/3,196)^2 \times 0^2]^{0,5} = 2,55$$

Utilizando-se a expressão (56) verifica-se que a probabilidade de ruína correspondente seria:

$$p_f = 1 - \text{DIST. NORM} (2.55, 0, 1, \text{VERDADEIRO}) = 0,0054 = \frac{1}{185}$$

Vick [23] estabelece três tipos de interpretações para este valor: a *frequêncista*, a *subjetiva (ou bayesiana)* e a *motivacional*. A interpretação frequêncista considera que dada uma população de 185 estacas uma romperia com a aplicação da carga de 265 kN. No caso, a população real é de 12 estacas sendo improvável a ocorrência de ruptura. Assim, a probabilidade de ruína de uma em 185 estacas é aceitável.

Para mostrar a importância de se verificar a *confiabilidade implícita* no dimensionamento tradicional baseado em fator de segurança, considere-se a possibilidade legal de se adotar $F_S = 1,6$ indicado na Tabela 3 para obra *com prova de carga*. Note-se que *sem prova de carga* o fator deveria ser igual a dois.

De fato, se o aumento do número de provas de carga justifica diminuir o valor do fator de segurança, esta seria uma possibilidade mais que justa neste caso onde todas as estacas do estaqueamento foram submetidas à prova de carga.

Adotando-se então o fator de segurança prescrito para obras com provas de carga tem-se:

$$F_S = 1,60 \text{ (Tabela 3) NBR 6122, que resultaria em nova carga admissível de:}$$

$P_{adm} = \mu_R / F_S = 847 / 1,6 = 529 \text{ kN}$. Neste caso, o novo fator de confiabilidade seria:

$$\beta = (1 - 1/F_S) / [v_R^2 + (1/F_S)^2 v_S^2]^{0,5} = (1 - 1/1,6) / [0,269^2 + (1/1,6)^2 \times 0^2]^{0,5} = 1,39$$

$p_f = 0,0826 \rightarrow 1/12$ ou seja, a teoria de confiabilidade indica que uma estaca, na população de 12 estacas, romperia com a aplicação de uma solicitação igual à nova carga admissível de 529 kN!

Acaso ou não, a tabela 11 mostra que, realmente, uma estaca (estaca E3) apresentou carga de ruptura de 500 kN, comprovando a aplicabilidade dos conceitos expostos e a ineficácia da prescrição legal da norma.

Conclui-se que, sob o aspecto técnico do problema, não se pode fixar o fator de segurança médio sem associar a este número a probabilidade de ocorrência de ruína, em cada caso específico de obra.

7. OTIMIZAÇÃO DO FATOR DE SEGURANÇA.

As expressões (33) e (38) mostram que o fator de segurança (F_S) é produto de dois fatores: (F_k) arbitrado em norma, e (F_v) que depende de v_R e v_S . O Eurocode EN 1990 denomina *calibração* ao processo de determinação dos fatores parciais γ_f e γ_m que compõem (F_k). O procedimento geral de calibração, que depende da experiência local de cada país, pode ser visto em Gulvanessian et al. [24]. Portanto, o valor ótimo do fator de segurança (F_S), sob o aspecto legal das normas, depende do valor ótimo de (F_k) que deve atender à condição (23).

Na análise sob o aspecto econômico-financeiro o valor ótimo de (F_S) corresponde à obra de *custo total mínimo*. Entende-se por custo total à soma do custo inicial da obra mais o custo do risco.

De acordo com a norma AS/NZS 4360:1999 [25], risco é a eventualidade de algo acontecer que produzirá um impacto nas metas, medido em termos de probabilidade de ocorrência e conseqüências. Assim, o custo do risco, ou simplesmente risco, é igual ao produto da probabilidade de ruína vezes o custo das conseqüências econômico-financeiras da ruína. No cálculo deste custo deve-se levar em conta a vulnerabilidade da população analisada ao evento de ruína. Quanto à importante questão de interpretação da probabilidade, a Norma Australiana opta pela definição da escola frequêncista.

O procedimento de otimização de risco baseada em confiabilidade pode ser encontrado no excelente trabalho de Verzenhassi [26]. Para ilustrar este procedimento de otimização considere-se o caso da obra de ponte com fundação em estaca do item anterior, na qual se conhece a carga vertical total atuante.

Neste caso, supõe-se que a curva de distribuição de resistência (μ_R , σ_R e v_R) das estacas e o coeficiente de variação da sollicitação (v_R) sejam os mesmos valores já apresentados. Tendo em vista a simplicidade do problema sugere-se utilizar o seguinte procedimento:

- a) Fixar o número de estacas e calcular as sollicitações e o fator de segurança resultante;
- b) Determinar as quantidades de serviços e materiais da superestrutura e da fundação;
- c) Determinar os custos da superestrutura e da fundação;
- e) Determinar o *custo inicial* da obra = custo superestrutura + custo fundação;
- f) Determinar p_f = probabilidade de ruína da fundação, associada ao fator de segurança resultante;
- g) Determinar o *custo consequência* em caso de ruína (incluindo a vulnerabilidade);
- h) Determinar o *custo risco* = ($p_f \times$ custo consequência);
- i) Determinar o *custo total* = *custo inicial* + *custo risco*;
- j) Repetir os passos (a) até (i) para valor crescente de número de estacas;
- k) Determinar o ponto da curva de *custo total mínimo* e determinar o *fator de segurança ótimo*.

7.1 Exemplo de aplicação do procedimento de otimização do fator de segurança.

No exemplo da ponte de madeira ficou evidenciado que, sob aspecto técnico, a probabilidade de ruína de 0,0826 no projeto de seis estacas com fator de segurança de 1,6, legalmente possível segundo a Norma NBR 6122/1996, não era satisfatório. Por outro lado, o estaqueamento realmente executado, de 12 estacas, com fator de segurança de 3,2 e uma probabilidade de ruína associada de 0,0054 atendia ambos os aspectos legal e técnico.

A aplicação do procedimento descrito de análise de custo total, para estes e outros projetos, permite determinar o fator de segurança ótimo sob aspecto econômico – financeiro. Naturalmente, a solução ótima de engenharia deve atender simultaneamente aos três aspectos: técnico, legal e econômico – financeiro.

Para fins de análise deste exemplo de aplicação considera-se que a carga vertical total da ponte é constante e igual a $(12 \times 265) = 3180$ kN em todas as soluções de estaqueamento analisadas. Para cada valor de número de estacas, projetado para suportar a carga total da ponte, pode-se determinar o fator de segurança, a probabilidade de ruína e o custo total incluindo o custo do risco. Os resultados encontram-se nas Tabelas 11 e 12 e as análises nos gráficos das Figuras 10, 11 e 12. Destacam-se em negrito os resultados correspondentes ao menor custo total para as condições de mercado fixadas na análise.

A Tabela 11 apresenta os resultados da análise de otimização para número crescente de estacas. A coluna dois da Tabela 11 apresenta a sollicitação (S) supondo que a carga é igualmente distribuída entre as estacas. Para cálculo do custo supõe-se que o custo da superestrutura seja R\$ 120000,00 e que cada estaca de madeira tem um custo unitário de R\$ 600,00. Para fins de cálculo do risco supõe-se que o custo da consequência da ruína é igual ao custo inicial da obra (reconstruir a ponte).

Tabela 11. Otimização do fator de segurança considerando a probabilidade de ruína.

Número estacas	S kN	C _{superestr.} R\$	C _{fundação} R\$	C _{inicial} R\$	F _S	β	P _f	C _{risco} R\$	C _{total} R\$
1	3180	120000	600	120600	0.3	-10.23	1.00000	120600	241200
2	1590	120000	1200	121200	0.5	-3.26	0.99944	121132	242332
3	1060	120000	1800	121800	0.8	-0.93	0.82510	100497	222297
4	795	120000	2400	122400	1.1	0.23	0.41043	50237	172637
5	636	120000	3000	123000	1.3	0.92	0.17793	21885	144885
6	530	120000	3600	123600	1.6	1.39	0.08259	10208	133808
7	454	120000	4200	124200	1.9	1.72	0.04274	5309	129509
8	398	120000	4800	124800	2.1	1.97	0.02450	3058	127858
9	353	120000	5400	125400	2.4	2.16	0.01530	1919	127319
10	318	120000	6000	126000	2.7	2.32	0.01025	1292	127292
11	289	120000	6600	126600	2.9	2.44	0.00727	920	127520
12	265	120000	7200	127200	3.2	2.55	0.00540	687	127887
13	245	120000	7800	127800	3.5	2.64	0.00416	532	128332
14	227	120000	8400	128400	3.7	2.72	0.00331	425	128825
15	212	120000	9000	129000	4.0	2.78	0.00270	349	129349
16	199	120000	9600	129600	4.3	2.84	0.00226	293	129893
17	187	120000	10200	130200	4.5	2.89	0.00192	250	130450
18	177	120000	10800	130800	4.8	2.94	0.00166	217	131017
19	167	120000	11400	131400	5.1	2.98	0.00145	191	131591
20	159	120000	12000	132000	5.3	3.01	0.00129	170	132170

As colunas 3, 4 e 5 da tabela 11 apresentam os valores do custo inicial composto pelos custos da superestrutura e da fundação. O fator de segurança para a resistência de 847 kN encontra-se na coluna 6. A partir de quatro estacas este valor é maior que um. Os valores de (β) e (p_f) das colunas 7 e 8 foram calculados com as expressões (52) e (56). As colunas 9 e 10 apresentam o custo do risco e o custo total. A análise da coluna 10 mostra que o custo total diminui com o aumento do fator de segurança atingindo o valor mínimo de R\$127292,00 no caso de dez estacas. Portanto, o fator de segurança ótimo do ponto de vista de mercado é $F_S = 2,7$. A este valor corresponde uma probabilidade de ruína igual a 0,01025, ou seja, uma ruína em 98 estacas, aceitável na interpretação freqüencista uma vez que a população estudada é de dez estacas.

A tabela 12 apresenta os valores dos fatores parciais que compõem o fator de segurança para todos os casos analisados.

Tabela 12. Fatores parciais de segurança.

Número estacas	F _k	F _v	γ_f	γ_m	γ_s	γ_R
1	0.15	1.80	0.123	1.200	1.000	1.796
2	0.30	1.80	0.247	1.200	1.000	1.796
3	0.44	1.80	0.370	1.200	1.000	1.796
4	0.59	1.80	0.494	1.200	1.000	1.796
5	0.74	1.80	0.617	1.200	1.000	1.796
6	0.89	1.80	0.741	1.200	1.000	1.796
7	1.04	1.80	0.864	1.200	1.000	1.796
8	1.19	1.80	0.988	1.200	1.000	1.796
9	1.33	1.80	1.111	1.200	1.000	1.796
10	1.48	1.80	1.235	1.200	1.000	1.796
11	1.63	1.80	1.358	1.200	1.000	1.796
12	1.78	1.80	1.482	1.200	1.000	1.796
13	1.93	1.80	1.605	1.200	1.000	1.796
14	2.07	1.80	1.729	1.200	1.000	1.796
15	2.22	1.80	1.852	1.200	1.000	1.796
16	2.37	1.80	1.976	1.200	1.000	1.796
17	2.52	1.80	2.099	1.200	1.000	1.796
18	2.67	1.80	2.223	1.200	1.000	1.796
19	2.82	1.80	2.346	1.200	1.000	1.796
20	2.96	1.80	2.470	1.200	1.000	1.796

Note-se que, no dimensionamento, considerou-se coeficiente de variação da solicitação igual a zero. O fator parcial de minoração de resistência foi fixado em 1,2 de acordo com a Tabela 5. Para 10 estacas, o fator de segurança ótimo de 2,7 é composto pelos seguintes fatores parciais:

$$F_k = 1,48; \quad F_v = 1,80; \quad \gamma_f = 1,24; \quad \gamma_m = 1,20; \quad \gamma_s = 1,00; \quad \gamma_R = 1,80$$

Verifica-se que o fator parcial $\gamma_f = 1,24 < 1,4$ valor fixado pela NBR 8681 \rightarrow não é satisfatório.

A Figura 10 apresenta as curvas de custo inicial e total em função do inverso da probabilidade de ruína. Sobre a curva de custo total verifica-se que o mínimo foi de R\$ 127292,00. Na escala secundária apresenta-se a curva de número de estacas em função da probabilidade de ruína.

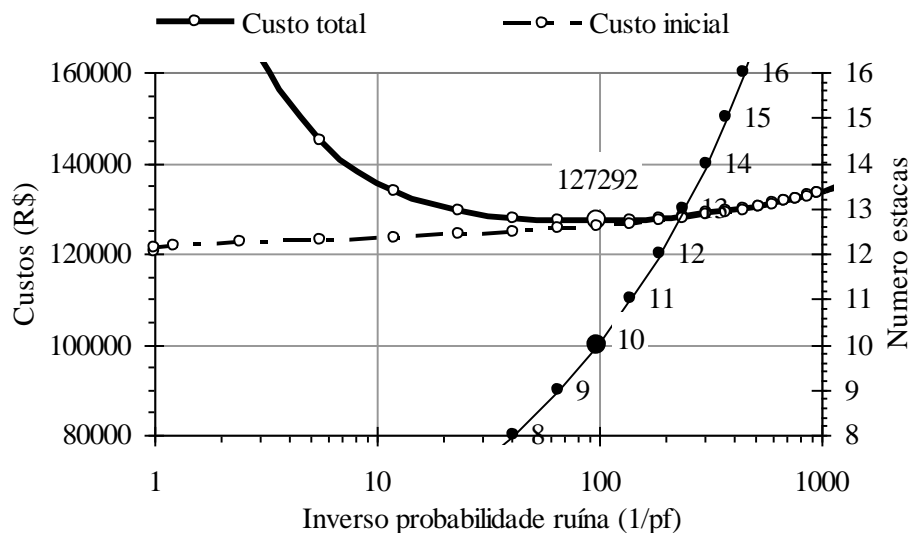


Figura 10. Curvas de custos e número de estacas em função da probabilidade de ruína.

A Figura 11 apresenta a curva de custo inicial e total em função do fator de segurança. A Figura 12 apresenta as mesmas curvas em função do número de estacas. Ambas as figuras mostram que as curvas apresentam custo mínimo para fator de segurança 2,7 correspondente a 10 estacas.

A presente análise de otimização do fator de segurança permite concluir que a solução de 10 estacas é a de menor custo total de mercado levando-se em conta o risco proveniente das variabilidades consideradas. Contudo, nota-se que o fator parcial $\gamma_f = 1,24$ desta solução não atendeu ao valor mínimo legal de 1,4 exigido na Norma Brasileira NBR 8681. Entretanto, se comparada com a Tabela 7 da Norma Dinamarquesa DS 415 verifica-se que, na média entre carga permanente e móvel, este fator seria aceitável.

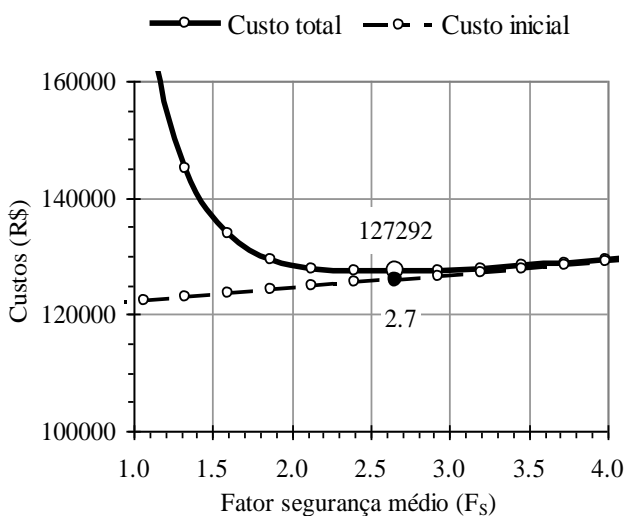


Figura 11. Curvas de custos e fator de segurança

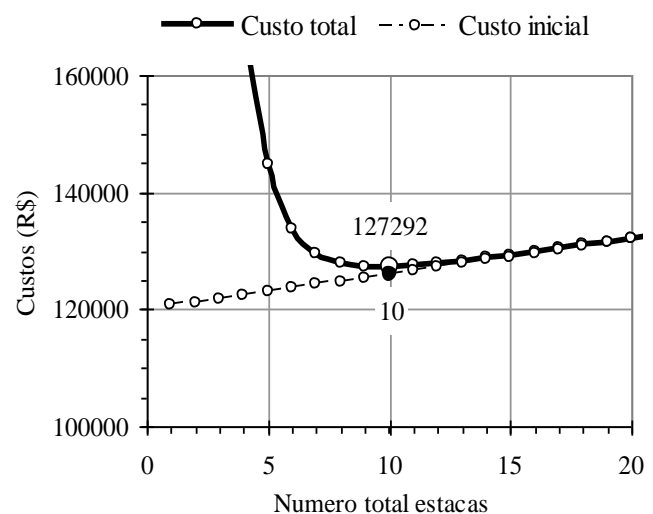


Figura 12. Curvas de custos e número de estacas.

Finalmente, as Tabelas 11 e 12 mostram que para 12 estacas, $F_s = 3,2$ e $p_f = 0,0054$ atendendo simultaneamente, às condições legais e técnicas (de segurança e confiabilidade) com custo total praticamente igual à da solução ótima, sob o aspecto econômico – financeiro.

Conclui-se que a solução otimizada que atende simultaneamente aos aspectos técnicos, legais e de mercado é a solução que foi executada com 12 estacas. O fator de segurança ótimo é 3,2.

8. CONCLUSÕES.

A engenharia é ciência e arte: por mais difícil que sejam as previsões e decisões deve-se tentar fixar fatores de segurança associados às conseqüências da ruína cuja probabilidade seja compatível com as variabilidades reais de resistências e solicitações esperadas.

No dimensionamento baseado na carga admissível *não se pode fixar o valor de fator de segurança médio da obra sem explicitar a probabilidade de ruína a ele associado*. O fator de segurança médio e a probabilidade de ruína de uma obra são variáveis inseparáveis. No dimensionamento a partir de fatores de segurança parciais, a coerência entre o projeto e a execução *exige que se especifique o valor característico e o desvio padrão da resistência, além da probabilidade de ruína esperada*.

A otimização do fator de segurança do ponto de vista econômico – financeiro e de mercado conduz à solução de custo total mínimo. Esta solução deve ser analisada considerando aspectos técnicos relacionados à segurança e à confiabilidade e, aspectos legais relativos aos fatores de segurança mínimos prescritos em Normas. A solução final a ser adotada no projeto deve atender simultaneamente a todos estes aspectos.

O público em geral, o investidor, o projetista e o executor devem estar cientes de que a engenharia é uma atividade de risco, e devem trabalhar no sentido de minimizar a probabilidade de ruína estimada. Os riscos esperados decorrentes desta análise devem ser cobertos por seguros adequados.

Espera-se que este paradigma de otimização da segurança e confiabilidade de estruturas facilite a escolha mais racional do fator de segurança de uma obra de Engenharia.

REFERÊNCIAS

- [1] Hamurabi (1780 a.c.). *Código de Hamurabi*. The Eleventh Edition of the Encyclopaedia Britannica, 1910 pelo Rev. Claude Hermann Walter Johns, M.A. Litt.D.
- [2] Melchers, R. E. (1999). *Structural Reliability Analysis and Prediction*. John Wiley & Sons, Singapore.
- [3] Freudenthal, A. M. (1947). *The Safety of Structures*. Transactions, American Society of Civil Engineers, Paper No. 2296, Vol.112, 125-180.
- [4] Phoon, K. K. (2004). *Towards Reliability-based Design for Geotechnical Engineering*. Special Lecture for Korean Geotechnical Society. Seoul, 9 July 2004.
- [5] Silva, F.C. (2003). *Análise de segurança e confiabilidade de fundações profundas em estacas*. Dissertação (Mestrado). Escola Engenharia São Carlos - Universidade São Paulo. São Carlos. 358 p.
- [6] Hansen, J. B. (1965) – *The Philosophy of Foundation Design: design criteria, safety factors and settlements limits*. Proceedings of Symposium on Bearing Capacity and Settlement of Foundations. Duke University, North Carolina, 9-13.
- [7] Rankine, J.B. (1861) – *A Manual of Civil Engineering*. 5th edn. 1867, London: Griffin. TE. R. Gerstein Library, 777-899.
- [8] ABNT – NBR 6122/1996 – *Projeto e execução de fundações: Procedimento*.
- [9] DS 415. *Norm for fundering (Code of practice for foundation engineering)*.
- [10] Shigley, J. E. & Mischke, C. R. (1989) - *Mechanical Engineering Design*. 5th ed., McGraw Hill, Inc. New York. (ISBN: 0-07-056899-5, Library of Congress: TJ 320.S5 1989).
- [11] Eurocode EN 1990. *Eurocode – Basis of Structural Design*. CEN 2002.

- [12] Aoki, N. (2002). *Probabilidade de falha e carga admissível de fundação por estacas*. Revista Militar de Ciência e Tecnologia. Rio de Janeiro. Vol. XIX – N^o.3, 48-64.
- [13] Freudenthal, A. M., Garrelts, J. M. and Shinozuka, M. (1966). *The Analysis of Structural Safety*. Journal of the Structural Division, ASCE, 92(STI), 267-325.
- [14] Lawrence, L.S. (1954). *Discussion on Freudenthal, A. M. Safety and the Probability of Structural Failure*. Proceedings - Separate No. 468, Transactions, American Society of Civil Engineers, Paper No. 2843, 1377-1381.
- [15] Schiel, F. (1957). *Estática de estaqueamento*. Publicação n^o. 57. Escola Engenharia de São Carlos. USP.
- [16] Hasofer, A. M. & Lind, N.C. (1974). *Exact and Invariant Second Moment Code Format*. J. Engineering Mechanics, ASCE, 100(1), 111-121
- [17] Phoon, K. K., Becker, D. E., Kulhawy, F. H., Honjo, Y., Ovesen, N. K., Lo, S. R. (2003). *Why consider Reliability Analysis for Geotechnical Limit State Design?*. LSD2003: International Workshop on Limit State Design in Geotechnical Engineering Practice. Phoon, Honjo & Gilbert (eds) 2003. World Scientific Publishing Company.
- [18] Cardoso, A. S.; Fernandes, M. M. (2001). *Characteristic Values of Ground Parameters and Probability of Failure in Design according to Eurocode 7*. Geotechnique 51, August 2001, No. 6, 519-531.
- [19] Ang, A. H. S. & Cornell, C.A. (1974). *Reliability Bases of Structural Safety and Design*. Journal of the Structural Division. Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Vol. 100, ST9, September, 1974, 1755-1768.
- [20] Ang, A. H. S. & Tang, W. H. (1984). *Probability Concepts in Engineering Planning and Design: decision, risk and reliability*. New York: John Wiley. vol. 2.
- [21] Miná, A. J. S. (2005). *Estudo de estacas de madeira para fundação de pontes de madeira*. Tese (Doutorado). Escola Engenharia São Carlos - Universidade São Paulo. São Carlos. 177 p.
- [22] ABNT – NBR 8681 – *Ações e segurança em estruturas: Procedimento*.
- [23] Vick, S. G. (2002). *Degrees of Belief: subjective probability and engineering judgment*. American Society of Civil Engineers, ASCE Press, Reston, VA, 455 p. ISBN 0-7844-0598-0.
- [24] Gulvanessian, H.; Calgaro, J. A.; Holicky, M. (2002). *Designer's guide to EN 1990, Eurocodes basis of structural design*. Thomas Telford, London, ISBN: 07277 30118, 192 p.
- [25] AS/NZS 4360: 1999. *Australian Standard. Risk management*. ISBN 07337 2647 X.
- [26] Verzenhassi, C. C. (2008). *Otimização de risco estrutural baseada em confiabilidade*. Dissertação (Mestrado). Escola Engenharia São Carlos - Universidade São Paulo. São Carlos. 154 p.
- [] Rackwitz, R. & Fiessler, B. (1978). *Structural Reliability under Combined Random Load Sequences*, Computers & Structures, 9, Mar 1978, 489-494.