UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO
Escola de Engenharia de Lorena – EEL

4ª Lista de Exercícios – Álgebra Linear – Prof. Erica Romão.
Espaços e Subespaços Vetoriais

1. A seguir apresenta-se um conjunto com as operações de adição e multiplicação por escalar. Verificar quais deles são espaços vetoriais. Para aqueles que não são espaços vetoriais, mostrar com um exemplo qual propriedade não é válida.

a. $V = R^3$, $(x_1, y_1, z_1) + (x_2, y_2, z_2) = (x_1 + x_2, y_1+y_2, z_1+z_2)$ e $\alpha(x, y, z) = (0, 0, 0)$

b. $V = R^2$, $(a, b) + (c, d) = (a, b)$ e $\alpha(a, b) = (\alpha a, \alpha b)$

c. $V = R^3$, $(x_1, y_1, z_1) + (x_2, y_2, z_2) = (x_1, y_1+y_2, z_1+z_2)$ e $\alpha(x, y, z) = (\alpha x, \alpha y, \alpha z)$

d. $V = R^2$, $(x_1, y_1) + (x_2, y_2) = (2x_1 - 2y_1, -x_1+y_1)$ e $k(x, y) = (3ky, -kx)$

e. .$A = \{(x, y) \in R^2 \mid y = 5x\}$ coma as operações usuais

2. Verificar se são subespaços vetoriais os seguintes subconjuntos do espaço vetorial V em relação às operações de adição e multiplicação por escalar usuais, em caso negativo, identificar para cada caso, qual item da definição de subespaço vetorial não é atendido.

a. $S = \{(x, y, z) \in R^3 \mid x = 0\}$

b. $S = \{(x, y, z) \in R^3 \mid y$ é irracional$\}$

c. $S = \{(x, y, z) \in R^3 \mid x - 3z = 0\}$

d. $S = \{(x, y, z) \in R^3 \mid ax + by + cz = 0$, com $a, b, c \in R\}$

e. $S = \{(x, y, z) \in R^3 \mid x^2 + y + z = 0\}$

f. $S = \{(x, y, z) \in R^3 \mid x = 0$ e $y = |z|\}$

g. $S = \{(x, y, z) \in R^3 \mid x \geq 0\}$

h. $S = \{(x, y, z, 0) \in R^4 \mid x, y, z \in R\}$

3. Seja V o espaço vetorial de matrizes quadradas (M_{2x2}), $V = \left\{\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}; a, b, c, d \in R\right\}$

Sendo $S_1 = \left\{\begin{bmatrix} a & b \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; a, b, \in R\right\}$ e $S_2 = \left\{\begin{bmatrix} a & 0 \\ c & 0 \end{bmatrix}; a, c, \in R\right\}$, verificar:

a) S_1 é subespaço de V? S_2 é subespaço de V?

b) A interseção $S = S_1 \cap S_2$ é subespaço de V?

c) $S_1 + S_2$ é subespaço de V?

4. Sejam $U = \{(x, y, z) \in R^3 \mid x+y = 0\}$ e $W = \{(x, y, z) \in R^3 \mid x = 0\}$, verificar:

a) U é subespaço de R^3? W é subespaço de R^3?

b) A interseção $S = U \cap W$ é subespaço de R^3?