

Terceira lista

Tarefa de leitura:

1. **Obrigatória:** capítulo 7 das notas de aula do curso.
2. **Sugerida:** capítulos 6 e 11 do Liboff.
3. **Sugerida para cultura geral:** capítulos 9, 10 e 11 do Feynman Lecture's on Physics volume 3. Estes capítulos tratam de sistemas físicos que podem ser descritos considerando apenas dois estados.

Problemas:

1. Utilizando a representação de Heisenberg, obtenha $x(t)$ e $p(t)$ para uma partícula unidimensional cuja hamiltoniana é dada por

$$H = \frac{p^2}{2\mu} + \frac{1}{2}\mu\omega^2 x^2 + Fx$$

Calcule também $[x(t), x(0)]$ e $[p(t), p(0)]$.

2. Considere um sistema de dois níveis e uma base ortonormal deste $\{|1\rangle, |2\rangle\}$. Na representação de Schrödinger definimos os operadores

$$A_x = \sigma_1, \quad A_y = \sigma_2, \quad A_z = \sigma_3,$$

onde σ_i são as matrizes de Pauli. A hamiltoniana deste sistema é $H = E_0\sigma_3$

- (a) Obtenha os autovalores e autovetores de A_y .
- (b) Considere que no instante $t = 0$ o sistema encontra-se no autovetor de A_y associado ao seu maior autovalor. Utilizando a representação de Schrödinger obtenha o valor médio de A_y como uma função do tempo.

- (c) Utilizando a definição dos operadores na representação de Heisenberg ($O_H = U^\dagger O U$) obtenha A_i nesta representação.
 - (d) Utilizando as equações de Heisenberg obtenha $A_{iH}(t)$.
 - (e) Na representação de Heisenberg calcule o valor esperado de A_y como função do tempo para o estado do item (b).
3. Utilizando a representação de Heisenberg, obtenha $x(t)$ e $p(t)$ para uma partícula unidimensional sujeita a uma força constante F . Calcule também $[x(t), x(0)]$ e $[p(t), p(0)]$.
 4. Mostre que para um oscilador harmônico tridimensional as três componentes do momento angular são conservadas.
 5. Considere um oscilador harmônico unidimensional de massa m e frequência ω . Utilizando a equação de Heisenberg obtenha os operadores $a_H(t)$ e $a_H^\dagger(t)$.
 6. Uma partícula de spin $1/2$ e momento de dipolo magnético $\mu \mathbf{S}$ encontra-se sob a ação de um campo magnético $\mathbf{B} = B_x \mathbf{i} + B_y \mathbf{j}$. Sabendo-se que inicialmente a partícula encontra-se no autoestado de S_z com autovalor $\hbar/2$, obtenha:
 - (a) O estado como uma função do tempo.
 - (b) A probabilidade da partícula estar no autoestado de S_z com autovalor $-1/2$.
 - (c) $\langle S_x \rangle$, $\langle S_y \rangle$ e $\langle S_z \rangle$.
 - (d) O valor esperado de H como uma função do tempo.