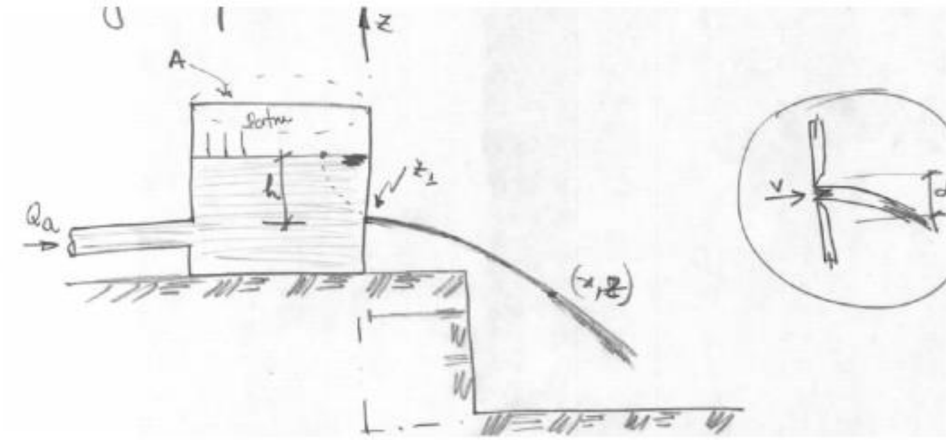
Dica solução exercício 4

Modelar a trajetória do jato efluente de um tanque no qual o nível d´água oscila de acordo com uma lei tipo cossenoidal $h = ho + \Delta h \cos(\frac{2\pi}{T} t)$



Dados:

Pontos da trajetória do jato	30	
Δx dos pontos	0.1	m
Ho	0.5	m
Δh	0.5	m
T (frequência de oscilação)	20	s
Δt	0.02	s
Cv (coeficiente de velocidade do jato	0,98	

O Problema físico

A velocidade de um jato que sai de um orifício pode ser modelada pelas componentes V_x e V_y

$$V_x = Cv\sqrt{2gh} \qquad \textbf{Eq. 1}$$

$$V_y = 0 \qquad \textbf{Eq. 2}$$

Considerando a primeira lei de Newton tem-se que, na direção x, desprezando-se a resistência do ar, a aceleração será nula e a posição do jato é

$$\frac{DV}{Dt} = \frac{dV_x}{dt} + V_x \frac{dV_x}{dx} = 0 \qquad \textbf{Eq. 3}$$

$$x = x_0 + V_x t \qquad \text{Eq. 4}$$

Na direção y, também desprezando a resistência do ar:

$$\frac{dV_y}{dt} = -g \qquad V_y = \int_0^t -g\,dt \qquad V_y = V_{y_0} - gt \qquad \text{Eq. 5}$$

$$\frac{dy}{dt} = V_y \quad y = \int_0^t V_y\,dt \qquad y = y_0 + V_{y_0} t - \frac{1}{2} g t^2 \qquad \text{Eq. 6}$$

Qualquer ponto (x,y) pertencente à trajetória do jato em um instante t será dado por:

$x = x_0 + V_x t$ e $y = y_0 + V_{y_0} t - \frac{1}{2} g t^2$

Lembrando que $x_o = 0$, $y_0 = 0$ e $V_{y0} = 0$ tem-se que, neste instante t:

$$y = \frac{1}{2} g \frac{x^2}{V_x^2} \qquad \text{Eq. 7}$$

Desta forma, uma vez conhecida a velocidade V_x^t em um instante t, é possível calcular a velocidade V_x^{t+1} a partir da aproximação por diferenças finitas da Eq. 1:

$$Vx_i^{t+1} = Vx_i^t - \frac{(Vx_i^t + Vx_{i-1}^t)}{2} \frac{\Delta t}{\Delta x} (Vx_i^t - Vx_{i-1}^t) \qquad \text{Eq. 8}$$

Onde i representa um ponto do jato em $i \cdot \Delta x$. A coordenada y do jato neste ponto será:

$$y_i^{t+1} = \frac{1}{2} g \frac{i\Delta x}{Vx_i^{t+1}} \qquad \text{Eq. 9}$$

<u>Cálculo da trajetória do jato a cada instante</u>

Para ao cálculo da linha do jato em cada instante, organize uma tabela como abaixo:

1	2	3	4	5
i	**X (m)**	Vx_i^t **(m/s)**	Vx_i^{t+1} **(m/s)**	y_i^{t+1} **(m/s)**
0	$i\Delta x$	$Vx_0 = Cv\sqrt{2gh(t)}$	$Vx_0^{t+1} = Cv\sqrt{2gh(t+1)}$	0
i			$Vx_i^{t+1} = Vx_i^t - \frac{(Vx_i^t + Vx_{i-1}^t)}{2} \frac{\Delta t}{\Delta x} (Vx_i^t - Vx_{i-1}^t)$	$y_i^{t+1} = \frac{1}{2} g \frac{i\Delta x}{Vx_i^{t+1}}$
n				

Na coluna (1) da tabela utilize quantas linhas forem necessários para calcular toda a trajetória do jato que lhe interessar. A coluna (2) representa a distância a partir do início do jato e será a coordenada x do jato utilizada no gráfico. Na primeira linha da coluna 3 lance o valor de Vx no ponto 1, obtido da equação do orifício calculada com h(0). Nas demais, mantenha o valor zero. Nas colunas 4 e 5 programe e copie para as demais linhas as fórmulas para aproximação da diferencial por diferenças e calcular o valor de y no instante de tempo t+1.

Crie o gráfico plotando os valores de (x,y) de cada ponto do jato.

Uma vez montada a planilha e o gráfico crie uma rotina que deverá:

Montar um loop que deve avançar no tempo em passos Δt

A cada iteração calcular o valor de h(t) e $Vx_1 = Cv\sqrt{2gh(t)}$ e colocar na primeira linha da coluna 3.

Uma vez calculados os valores das colunas 4 e 5, transferir os valores da coluna 5 para a 3

Recomendações:

Não esquecer de controlar o cálculo automático da planilha de forma adequada
Prever botões para ligar – desligar a simulação
Indicar no gráfico o valor da carga h(t)
Controlar a execução das tarefas do Windows.