
FEA – RP - USP

Matemática Financeira

3 - Séries e Avaliação de Investimentos

Prof. Dr. Daphnis Theodoro da Silva Jr.

Séries uniformes - Juros Compostos

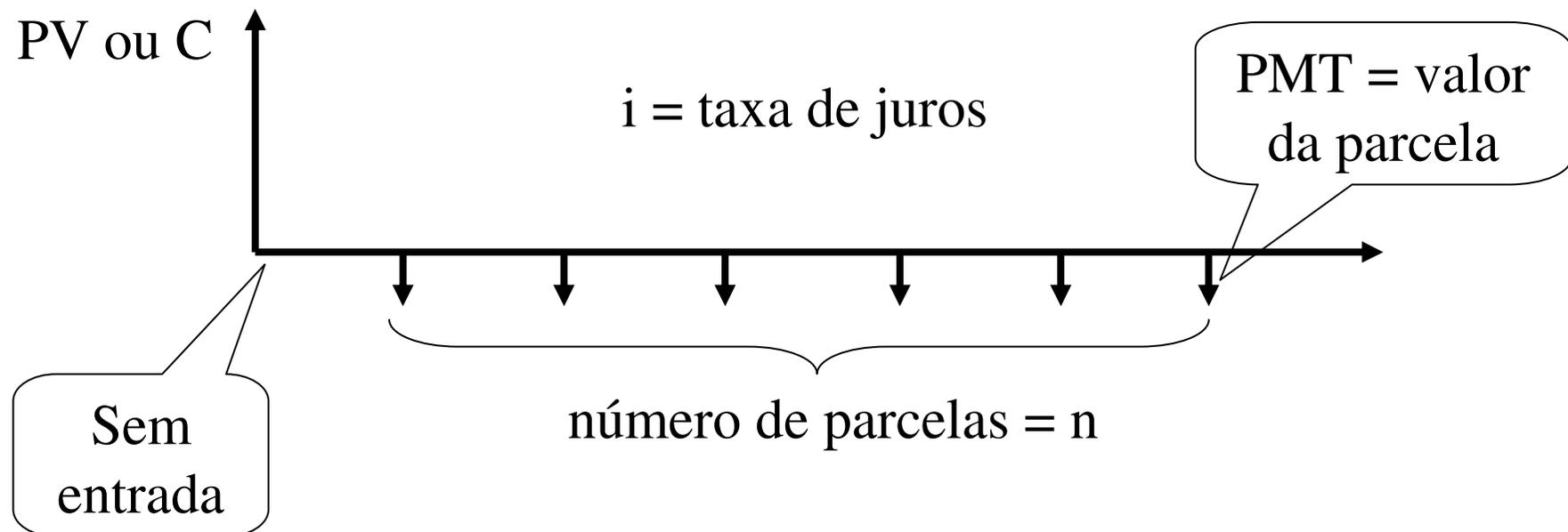
Séries uniformes são séries em que os pagamentos, ou recebimentos, são iguais e uniformes ao longo de intervalos regulares de tempo.

Também chamadas de “rendas” ou “anuidades”.

Séries uniformes - Juros Compostos

Objetivos:

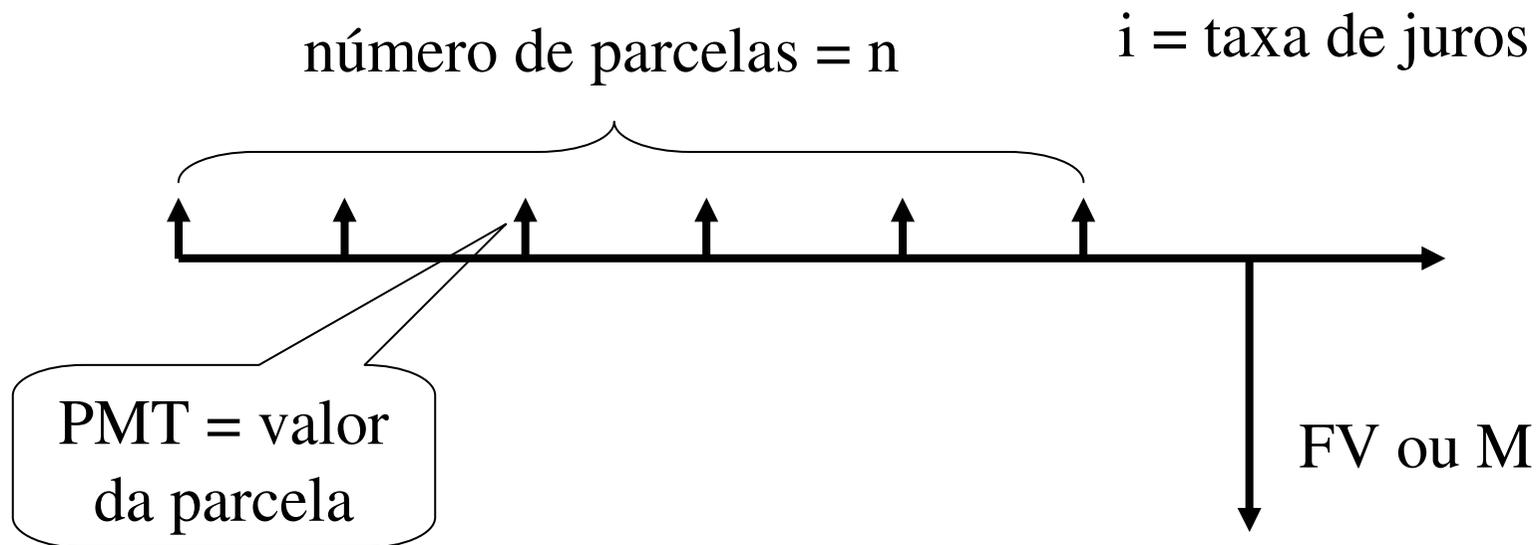
- Amortização de uma dívida (financiamento de um bem)



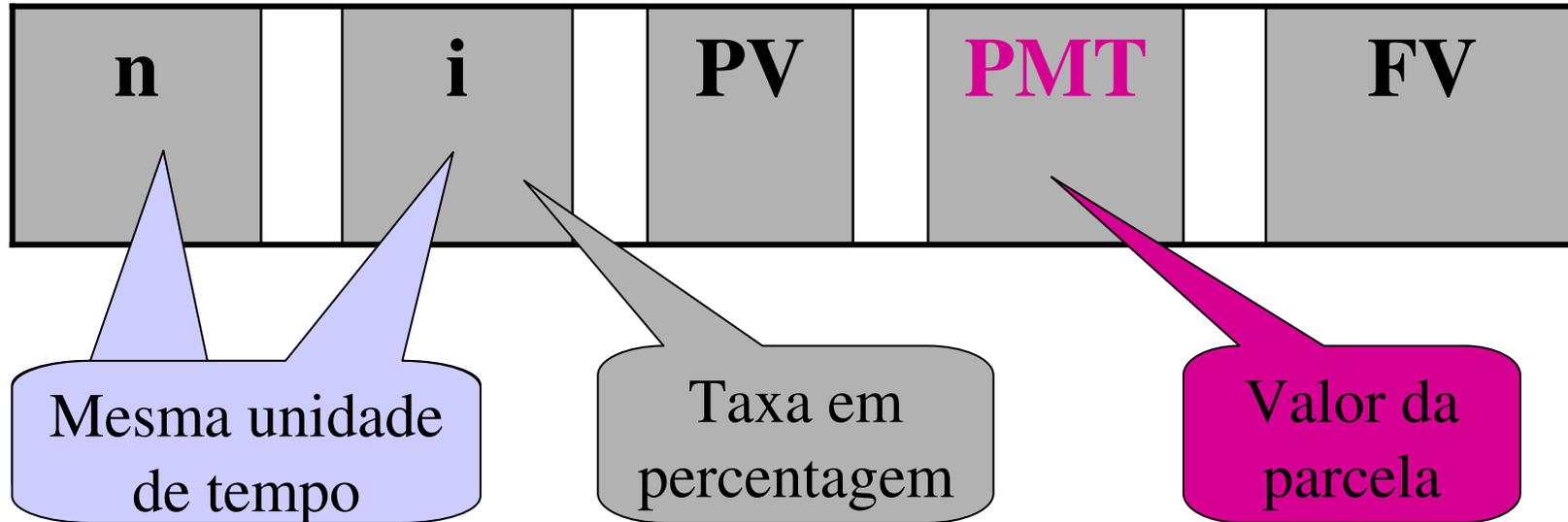
Séries uniformes - Juros Compostos

Objetivos:

- Capitalização de um montante (poupança programada)



Capitalização Composta com HP 12C



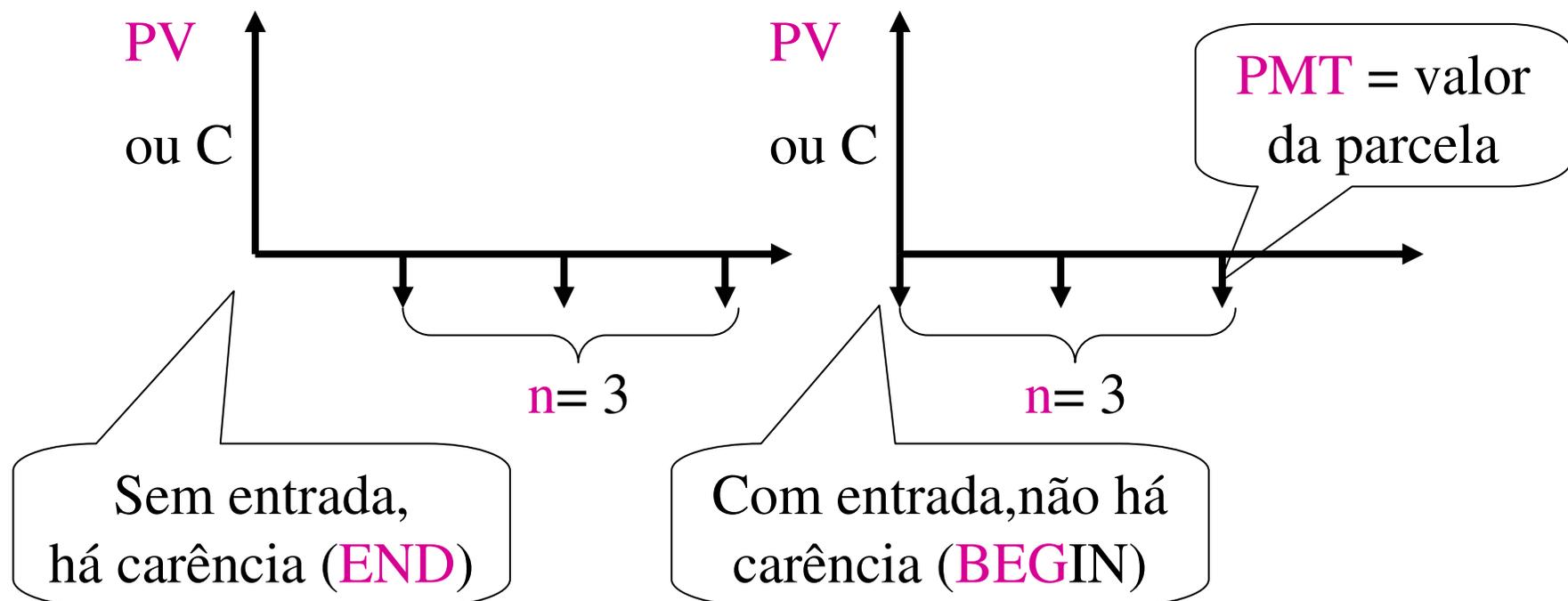
Dispondo de 3 elementos, o quarto é obtido.

IMPORTANTE – respeitar a convenção de sinal do fluxo de caixa.

Séries uniformes - Juros Compostos

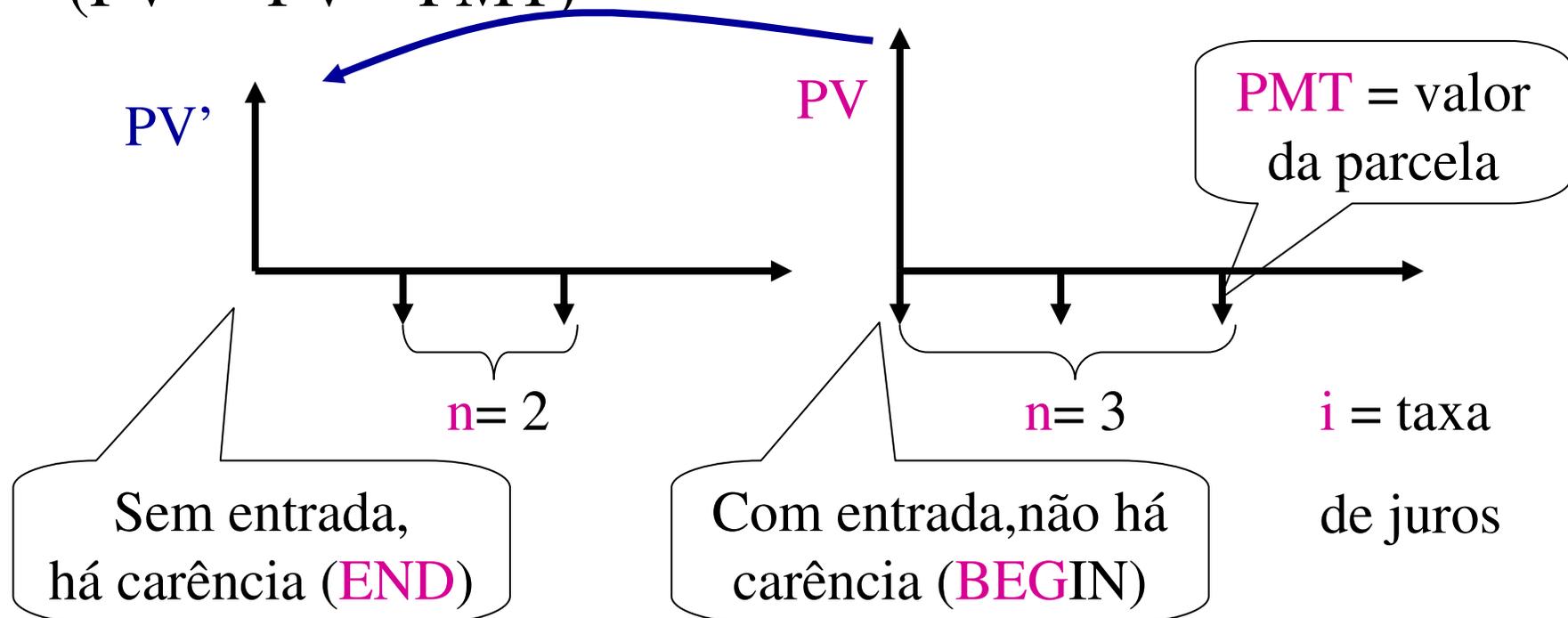
Em operações de financiamento temos duas situações:

i = taxa de juros



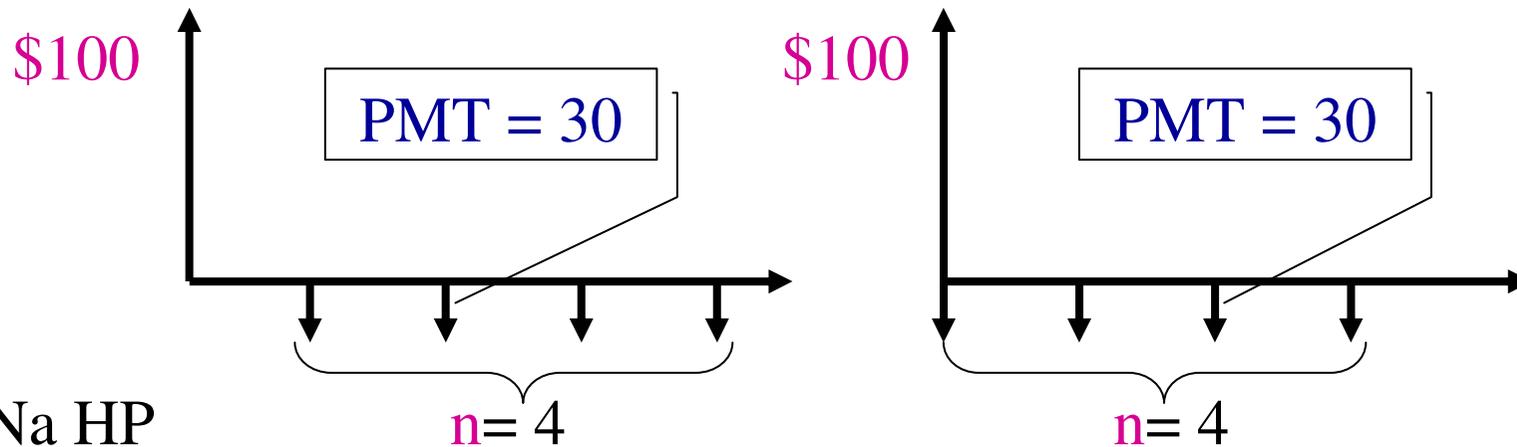
Séries uniformes - Juros Compostos

- Uma forma prática de abordar o fluxo com entrada é descontar do PV o valor da entrada, tornando o fluxo sem entrada.
- $(PV' = PV - PMT)$



Séries uniformes - exemplos

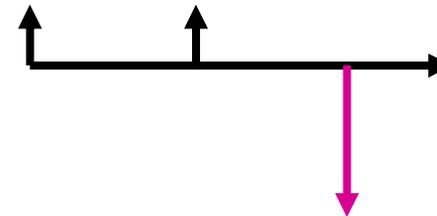
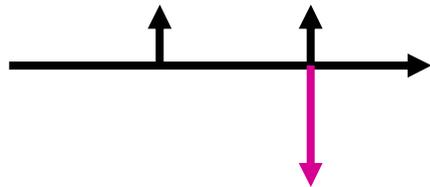
Calcular a taxa de juros de um financiamento de \$100, que será pago em 4 parcelas de \$30.



f FIN ; f REG => limpa	f FIN ; f REG => limpa
g END => fim do período	g BEG => início do período
4 N	4 N
30 CHS PMT	30 CHS PMT
100 PV	100 PV
i => 7,7138% ao mês	i => 13,7009% ao mês

Séries uniformes - exemplos

Calcule o montante que será acumulado ao final do segundo mês para: $n = 2$; $PMT = 100$; $i = 5\%$ a m.

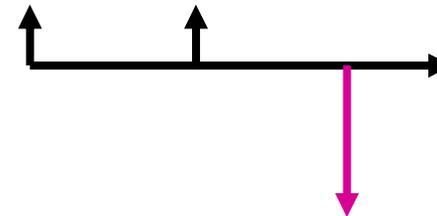
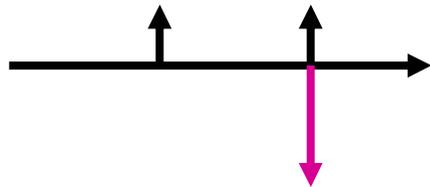


Na HP

f FIN ; f REG => limpa	f FIN ; f REG => limpa
g END => fim do período	g BEG => início do período
2 N	2 N
100 PMT	100 PMT
5 i	5 i
FV => 205	FV => 215,25

Séries uniformes - exemplos

Calcule o montante que será acumulado ao final do segundo mês para: $n = 2$; $PMT = 100$; $i = 5\%$ a m.



Pela fórmula

$FV = PV (1 + i)^n$	$FV = PV (1 + i)^n$
$FV = 100 (1 + 0,05)^1 + 100$	$FV = 100 (1 + 0,05)^2 + 100 (1 + 0,05)^1$
$FV = 105 + 100$	$FV = 110,25 + 105$
$FV = 205$	$FV = 215,25$

Séries uniformes - exercícios

Calcule o valor das prestações mensais de um financiamento habitacional de \$100.000, cuja entrada oriunda de seu FGTS será de \$30.000, e que será pago em 180 parcelas a juros nominais de 12% ao ano. (12% a.a nominais = 1% a. m. efetivos)

Séries uniformes - exercícios

Um automóvel custa \$30.000 a vista e pode ser comprado com uma entrada de 40% e 30 parcelas mensais de \$860. Qual é o valor da taxa de juros cobrada no financiamento?

Séries uniformes - exercícios

Uma TV 46” *widescreen* da marca “*Good4me*” é vendida nas “Casa Ceará” por \$3000 , ou facilitada em 6 vezes sem juros e sem entrada. Pesquisando na *internet* você encontrou a mesma TV no site “Alagoanas.com” por \$2400 a vista. Você tem aplicado na poupança, que rende 0,7% ao mês, dinheiro suficiente para fazer a compra a vista. O que você deve fazer e porque?

Séries uniformes - exercícios

Uma empresa recebeu uma oferta de um contrato de prestação de serviços no valor de \$120.000 que serão recebidos em 12 parcelas iguais e sem entrada.

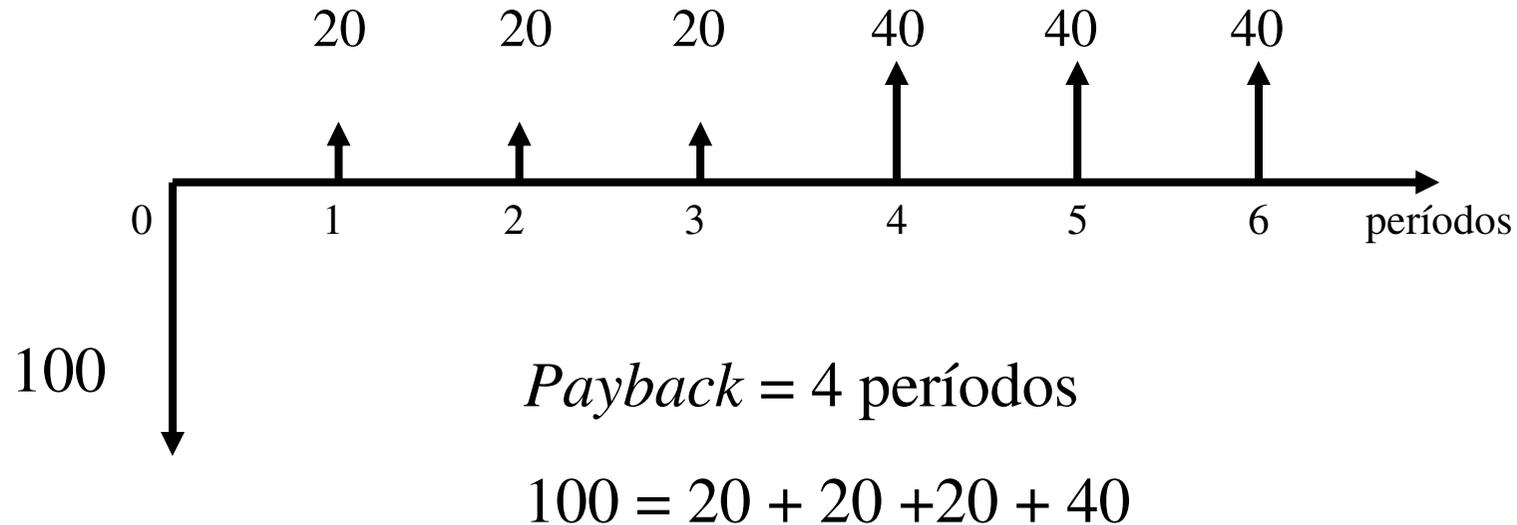
Para ter o contrato firmado a empresa precisa pagar \$20.000 em comissões para as pessoas que liberam o contrato e, sabendo-se que a inflação vigente nos próximos 12 meses será de 2% ao mês, calcule o valor real do contrato hoje.

Métodos de Análise de Investimentos

- *Payback*
- *Payback* descontado
- Valor Presente Líquido – VPL
(*Net Present Value – NPV*)
- Taxa Interna de Retorno – TIR
(*Internal Rate of Return – IRR*)

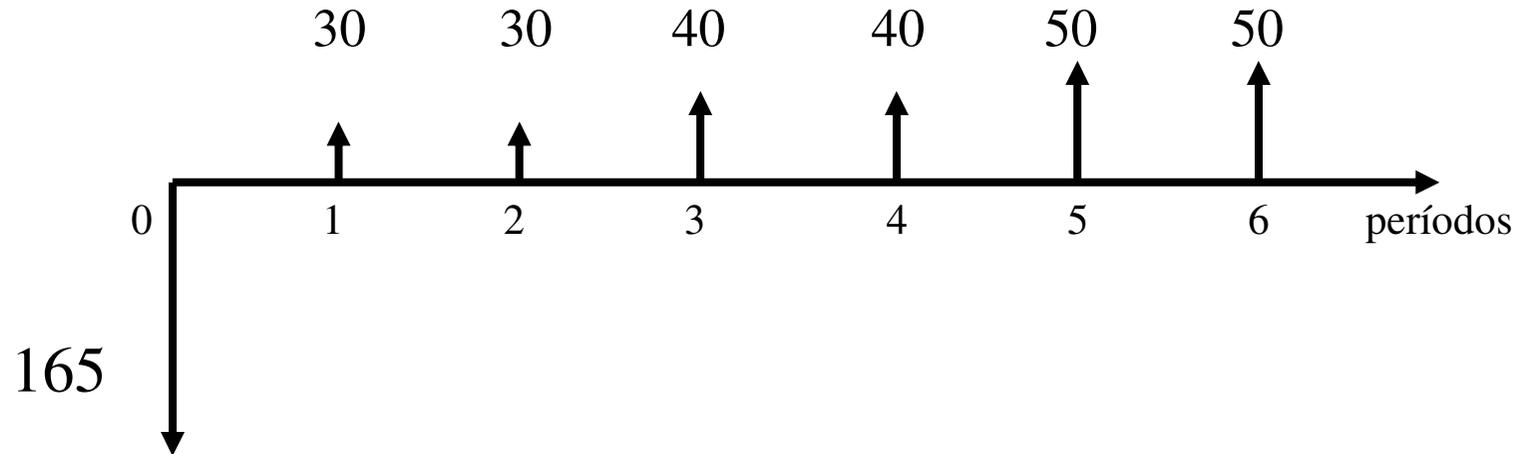
Métodos de Análise de Investimentos - *Payback*

Payback - Indica o número de períodos necessários para a recuperação do capital investido, sem considerar o valor do dinheiro no tempo.



Métodos de Análise de Investimentos - *Payback*

Ex. Calcule o *Payback* do fluxo de caixa abaixo.



Taxa mínima de atratividade - i_{\min}

Para que se possa avaliar um investimento é necessário um elemento de comparação.

Nos métodos: *Payback* descontado, Valor Presente Líquido e Taxa Interna de Retorno, é necessária uma taxa de juros, a taxa mínima de atratividade – i_{\min} , para que a comparação possa ser feita.

A taxa mínima de atratividade – i_{\min} , é o custo de oportunidade do capital.

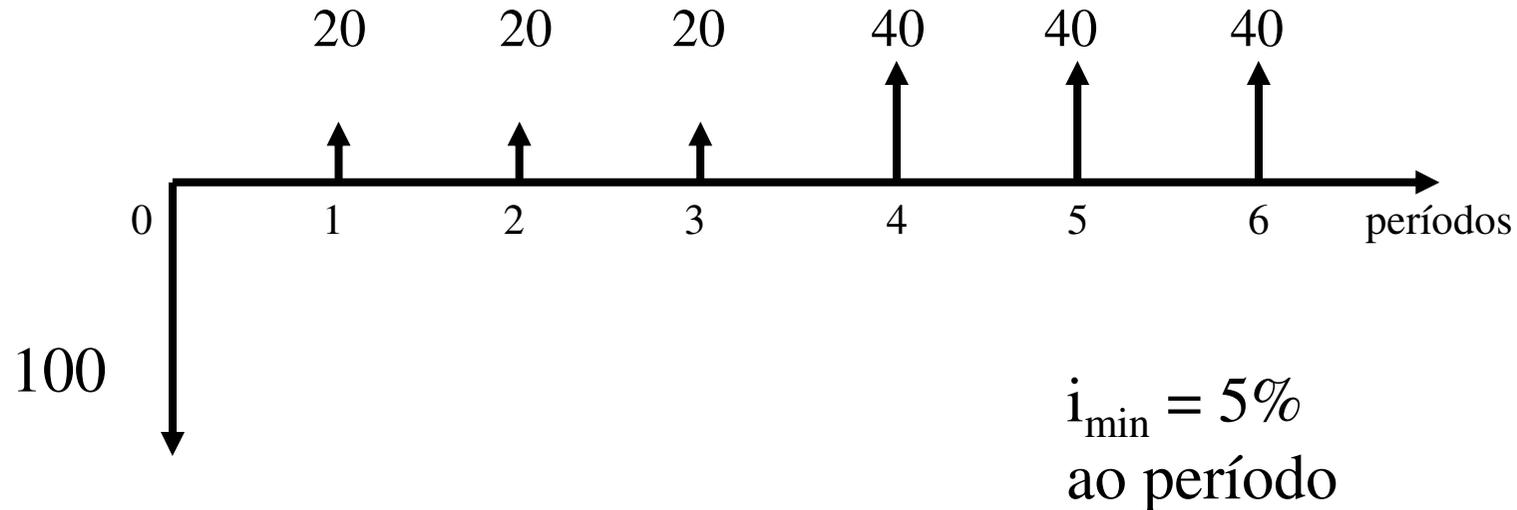
Taxa mínima de atratividade - i_{\min}

A taxa mínima de atratividade – i_{\min} , que representa o custo de oportunidade do capital investido, pode corresponder:

- À taxa de aplicação básica do mercado (caderneta de poupança, etc.) para pessoas físicas.
- Ao custo médio ponderado de capital entre capital próprio e capital de terceiros, para empresas.

Métodos de Análise de Investimentos

Payback descontado - Indica o número de períodos necessários para a recuperação do capital investido, considerando o valor do dinheiro no tempo.



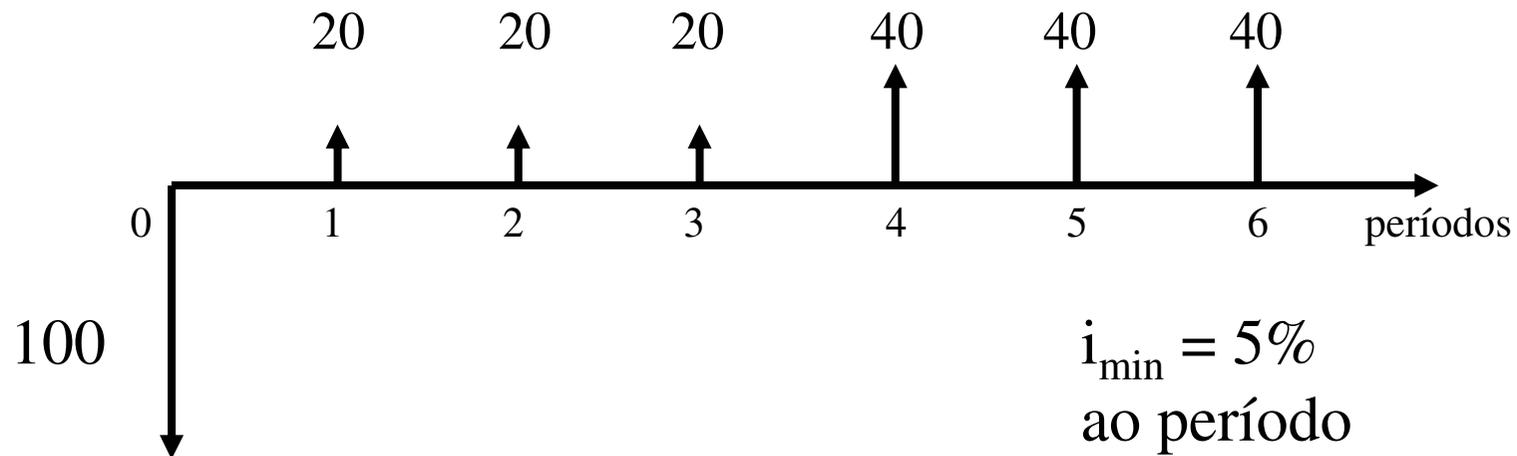
Métodos de Análise de Investimentos

payback descontado

$$= \frac{20}{(1+0,05)^1} + \frac{20}{(1+0,05)^2} + \frac{20}{(1+0,05)^3} + \frac{40}{(1+0,05)^4} + \frac{40}{(1+0,05)^5}$$
$$= 19,04 + 18,14 + 17,27 + 32,90 + 31,34 = 118,69$$

$$4 \text{ periodos} = 87,35 \quad 100 - 87,35 = 12,65 \quad \frac{12,65}{31,34} = 0,4036 \text{ periodos}$$

payback descontado = 4,4036 periodos



Métodos de Análise de Investimentos

Valor Presente Líquido – VPL

(Net Present Value – NPV)

Valor Presente

Taxa de desconto
(é uma taxa de juros)

Equivalência de fluxos de caixa

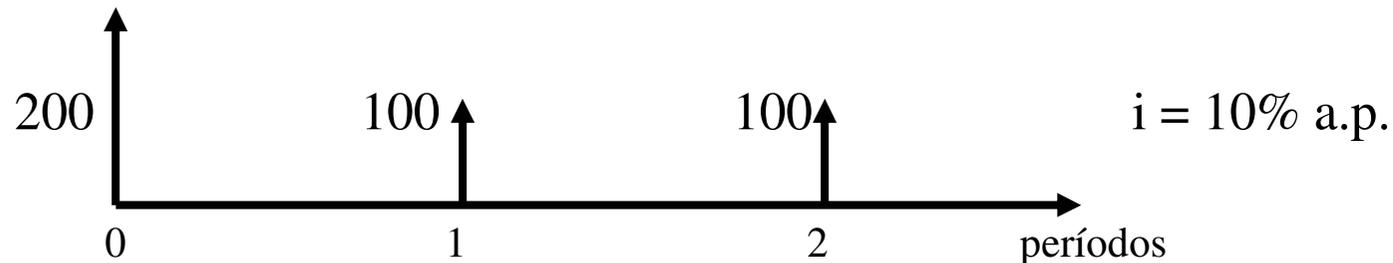
Conceitos
Interligados

Métodos de Análise de Investimentos

Valor Presente Líquido – VPL (*Net Present Value – NPV*)

é o valor na data zero de um fluxo de caixa futuro descontado a uma taxa de juros.

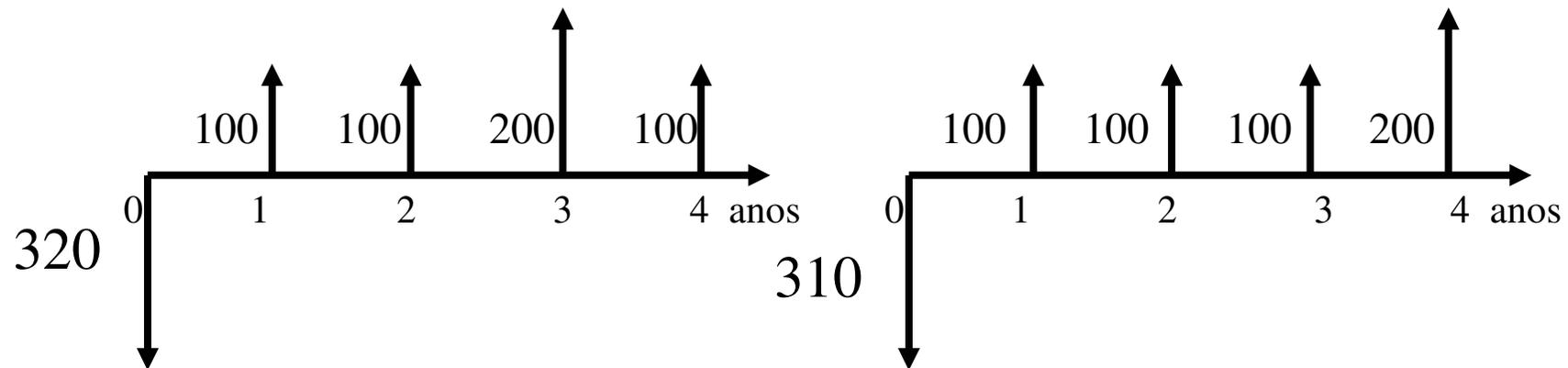
Ex.



O valor presente do fluxo é:

$$200 + 173,5537 = 373,5537$$

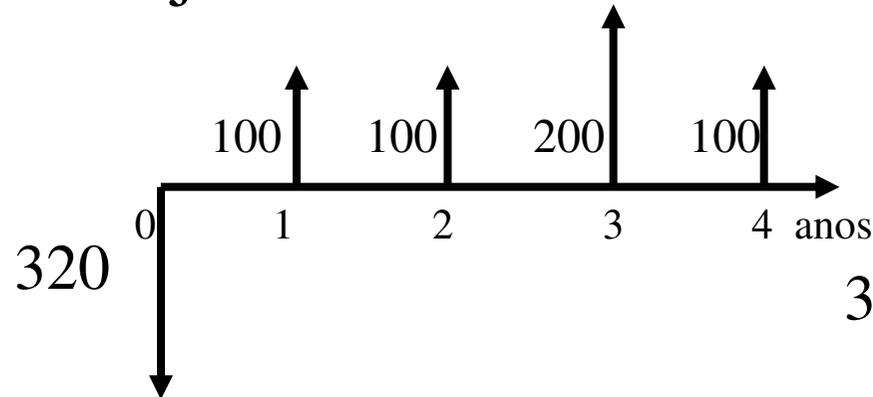
Métodos de Análise de Investimentos



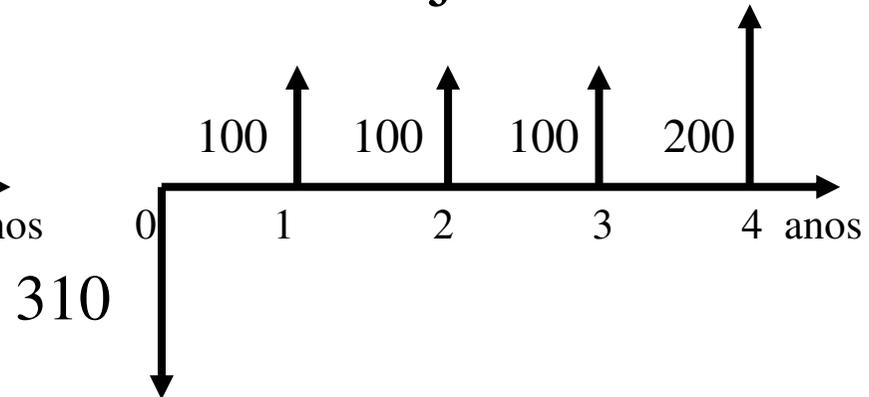
Ex. Uma empresa possui duas oportunidades de investimento representadas pelos dois fluxos de caixa acima. Considerando que a empresa adota como taxa mínima de atratividade 10% ao ano, qual dos dois projetos é melhor?

Métodos de Análise de Investimentos

Projeto A



Projeto B

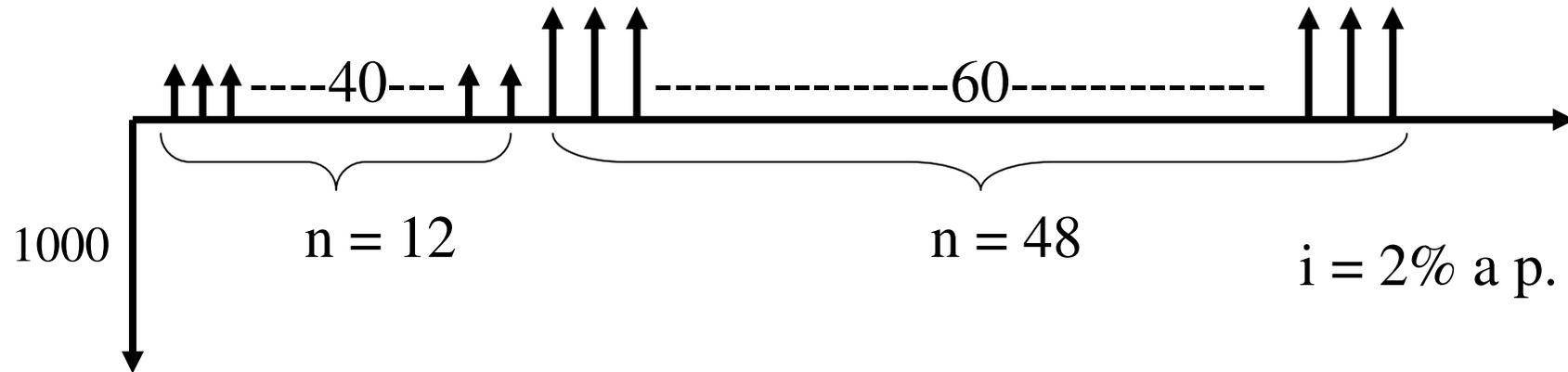


$$VPL_A = 72,1180$$

$$VPL_B = 75,2879$$

Métodos de Análise de Investimentos

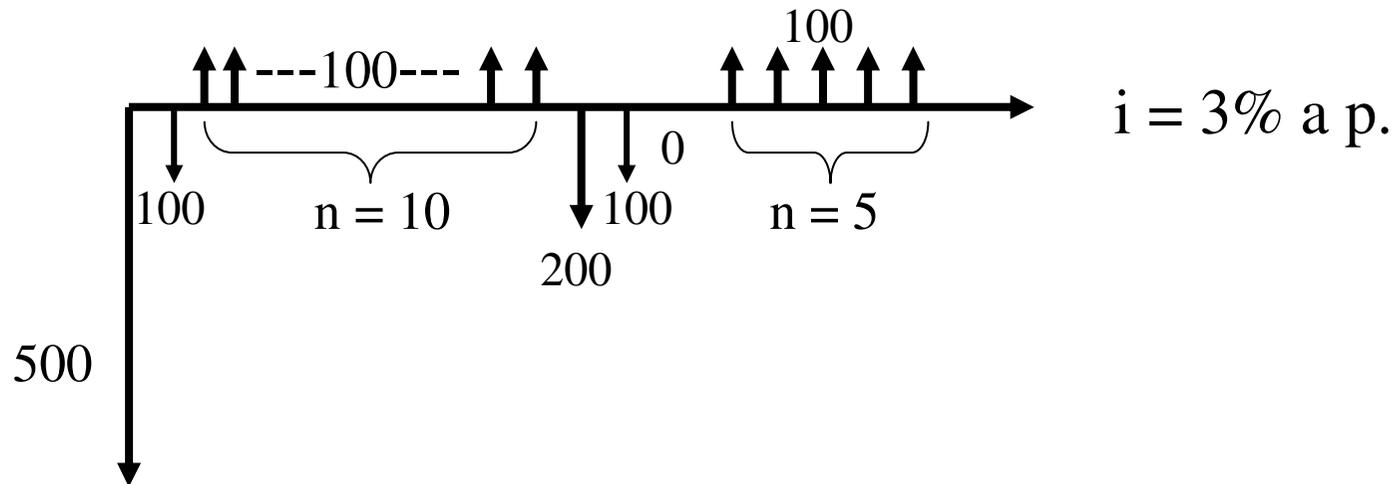
Ex. Qual é o **valor presente líquido** do projeto abaixo?



$$\text{NPV} = 874,1464$$

Métodos de Análise de Investimentos

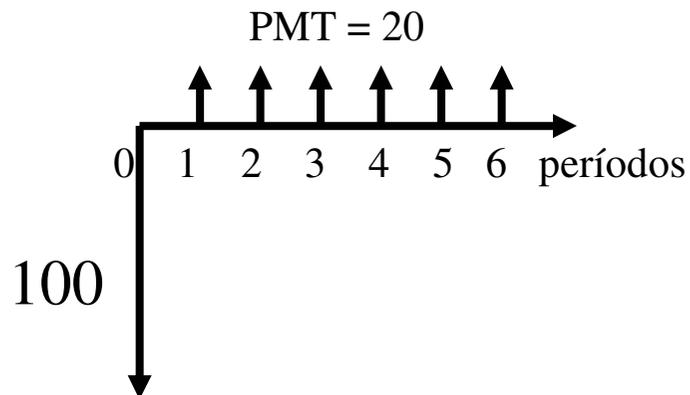
Ex. Qual é o valor presente líquido do projeto abaixo?



$$\text{NPV} = 325,4891$$

Métodos de Análise de Investimentos

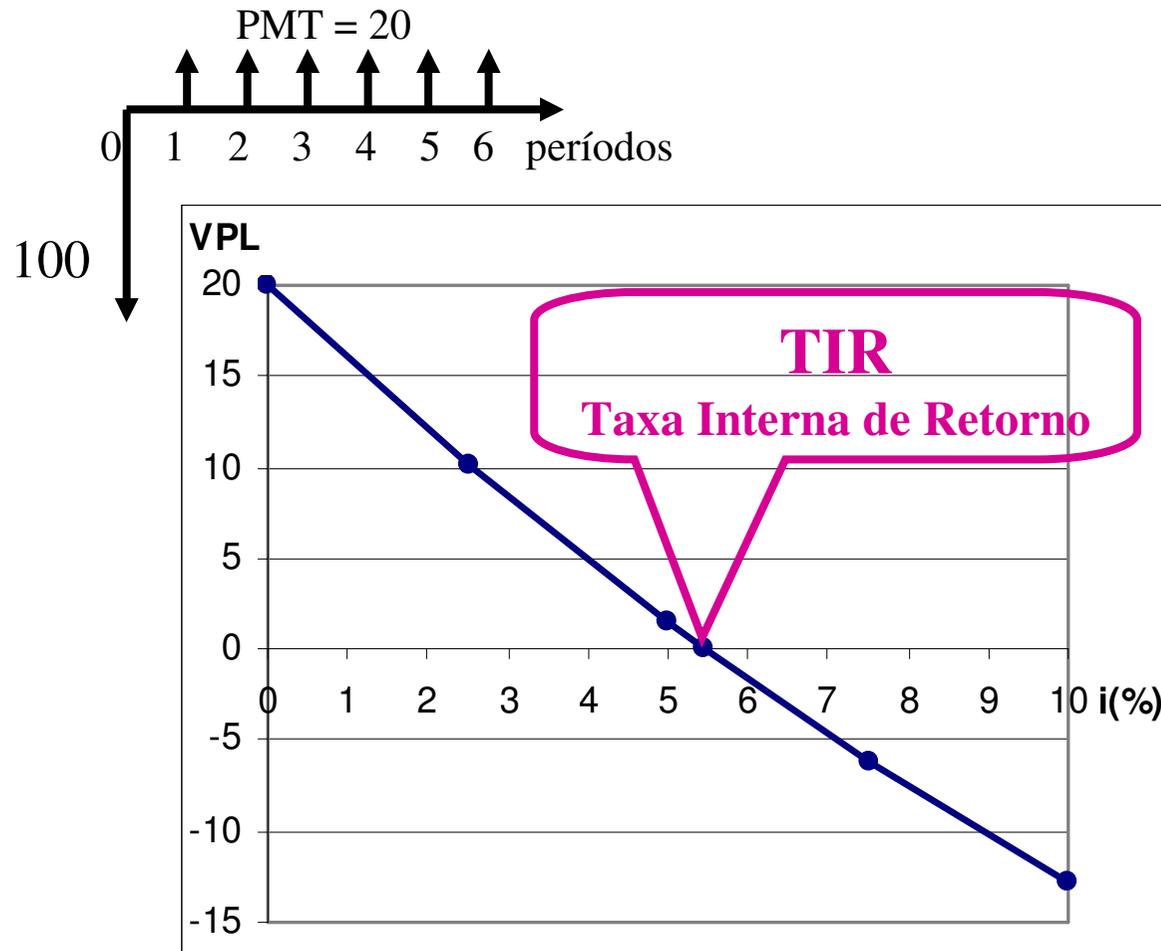
Calcule o **Valor Presente Líquido** do seguinte projeto para as taxas de desconto abaixo.



i (%)	VPL
0	
2,5	
5,0	
5,4718	
7,5	
10,0	

Métodos de Análise de Investimentos

Valor Presente Líquido do projeto para diferentes taxas:



i (%)	VPL
0	20,0
2,5	10,1625
5,0	1,5138
5,4718	0,0
7,5	-6,1231
10,0	-12,89

Métodos de Análise de Investimentos

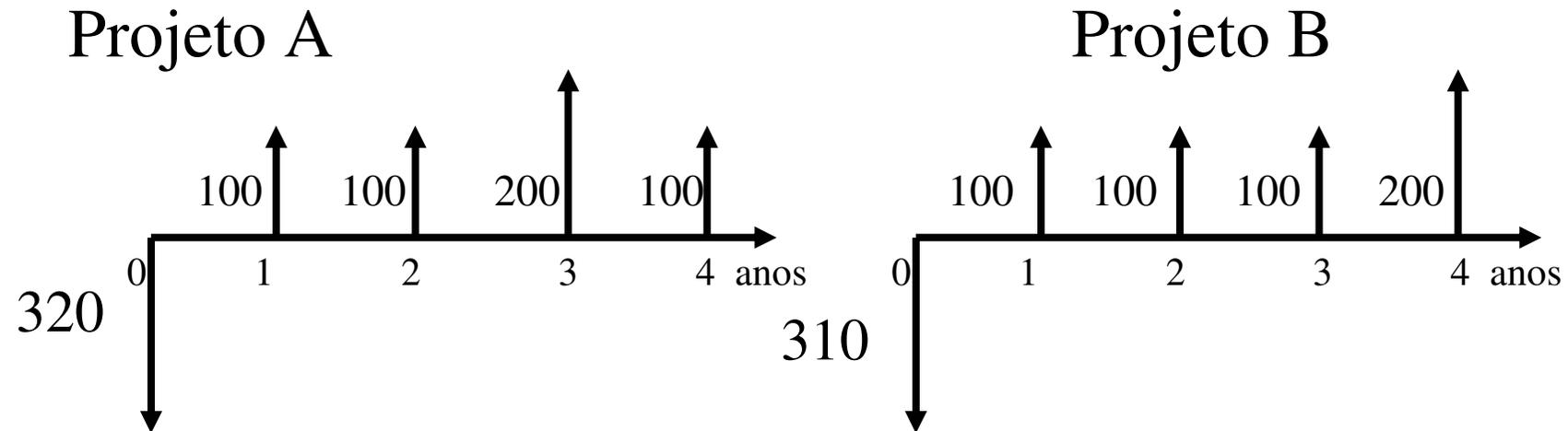
Taxa Interna de Retorno (TIR) é a taxa de juros (desconto) que iguala, em determinado momento do tempo, o valor presente das entradas (recebimentos) com o das saídas (pagamentos) previstas de caixa.

Geralmente é adotado o momento zero como a data focal para a comparação dos fluxos de caixa.

Expressa:

- A rentabilidade de uma aplicação, ou
- O custo de um empréstimo.

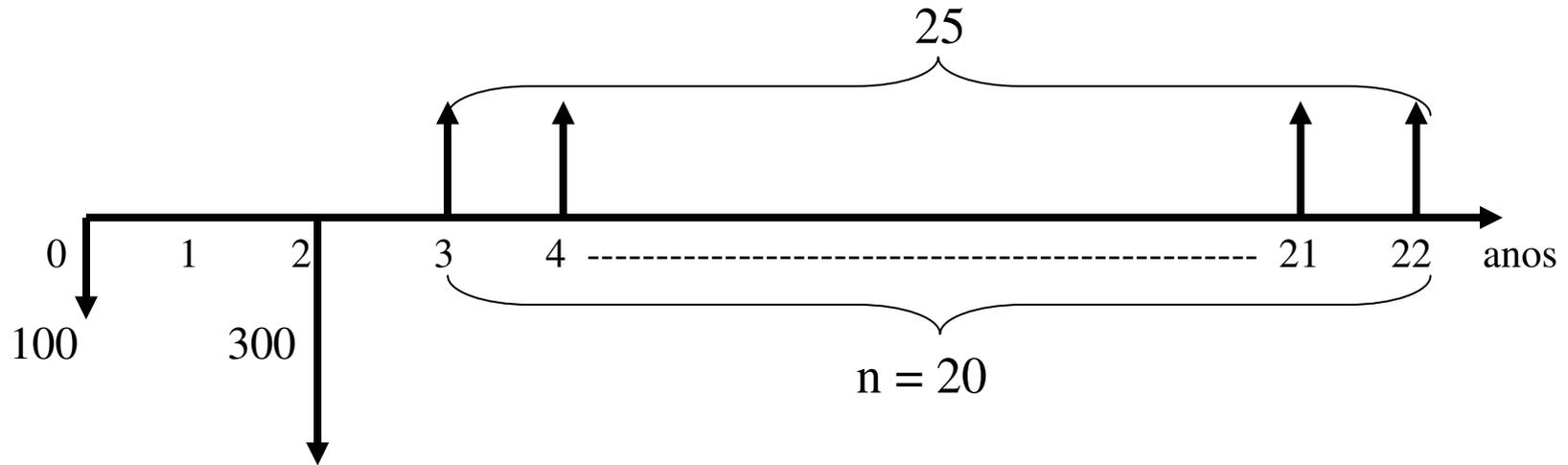
Métodos de Análise de Investimentos - TIR



$$TIR_A = 19,49\% \text{ a.a.}$$

$$TIR_B = 19,55\% \text{ a.a.}$$

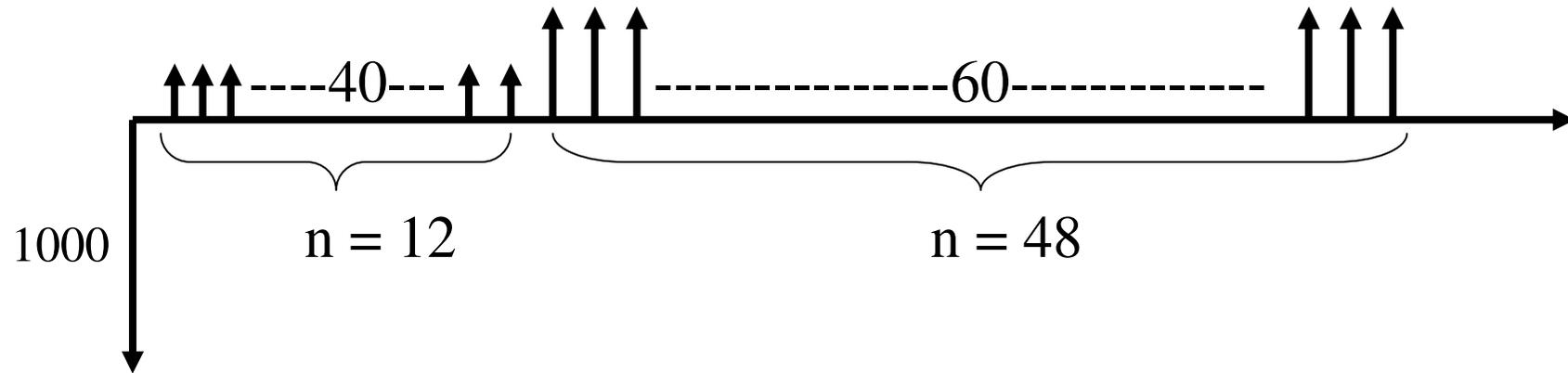
Métodos de Análise de Investimentos - TIR



TIR =

Métodos de Análise de Investimentos

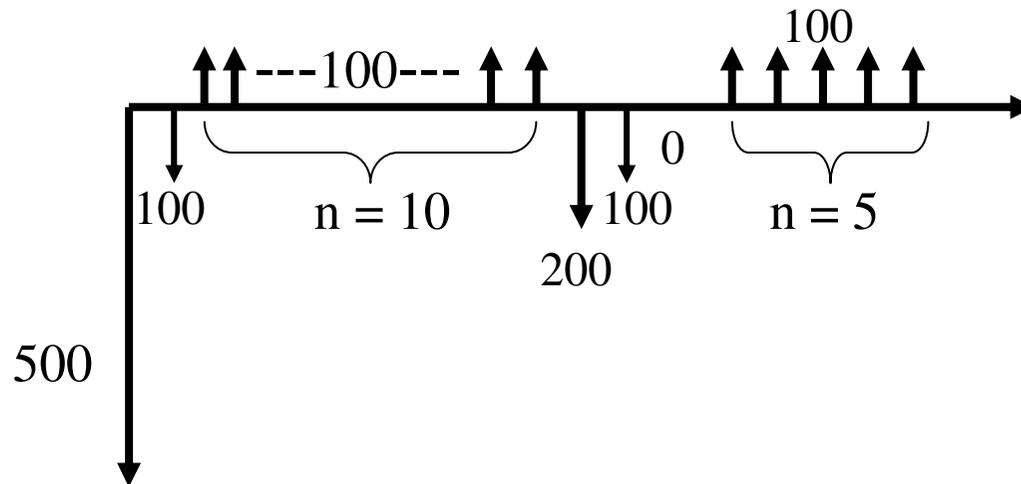
Ex. Qual é a **Taxa Interna de Retorno** do projeto abaixo?



TIR = 4,77% a.p.

Métodos de Análise de Investimentos

Ex. Qual é a **Taxa Interna de Retorno** do projeto abaixo?



TIR = 9,2679% a.p.

Capitalização Contínua

Partindo da capitalização composta

$$F = P(1 + i)^n$$

se a taxa de juros (i) for capitalizada m vezes por período, temos:

$$F = P \left(1 + \frac{i}{m} \right)^{n.m}$$

fazendo m tender ao infinito, temos:

$$F = P.e^{i.t}$$

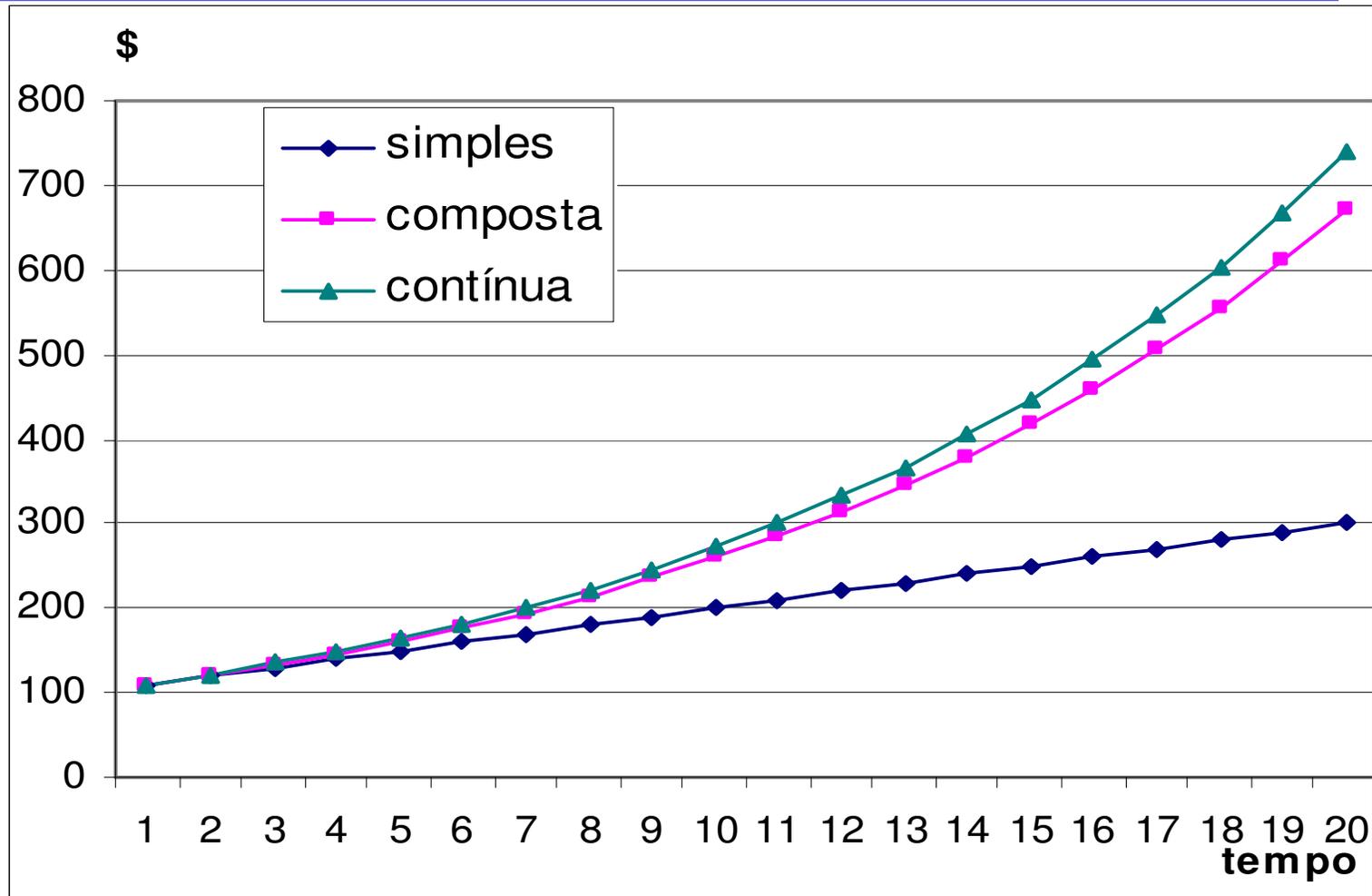
Capitalização Contínua

$$F = P \left(1 + \frac{i}{m} \right)^{n.m} = P \left(1 + \frac{1}{\frac{m}{i}} \right)^{n \cdot \frac{m}{i}} = P \left(1 + \frac{1}{\frac{m}{i}} \right)^{\frac{m}{i} \cdot n \cdot i}$$

como: $\lim_{m \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{m} \right)^m = e = 2,71828\dots, \text{temos :}$

$$F = P \cdot e^{i.t}$$

Capitalizações Simples x Composta x Contínua



Valores calculados para $P = 100$ e $i = 10\%$ ao período

Capitalizações Composta x Contínua exercícios

Qual é o montante produzido por um capital de \$ 10.000,00 que ficou aplicado durante um ano e dois meses à taxa de 2,5% a.m. de juros compostos?

Avaliação de Investimentos

Avaliação \Leftrightarrow Para nota

Fazer a lista de exercícios sobre series e avaliação de investimentos para entrega no início da próxima aula.