

COMPLEMENTOS DE MECÂNICA CLÁSSICA
2ª LISTA DE EXERCÍCIOS/2016

1. Uma partícula de massa m é abandonada a partir do repouso e cai sob a ação da força da gravidade constante e de uma força de resistência do meio dada por $F = b e^{-\alpha v}$ quando o sentido positivo é orientado para cima.

(a) Determine a velocidade da partícula em qualquer instante sabendo que no instante inicial $v(0) = 0$.

(b) Determine a velocidade final da partícula. Verifique na solução $v(t)$ que para $t \rightarrow \infty$ a velocidade se torna constante.

(c) Determine $v(t)$ para $\alpha g t \ll 1$.

2. Considere um corpo de massa m , lançado verticalmente para cima, a partir de um ponto da superfície da Terra. Sabe-se que o corpo está sujeito à força gravitacional terrestre:

$$F(x) = - \frac{GM_T m}{x^2} \text{ onde } M_T \text{ é a massa da Terra, } G \text{ a constante gravitacional e } x \text{ a distância do corpo}$$

ao centro da Terra. Sabe-se que R_T é o raio da Terra. Admita a origem do potencial gravitacional terrestre no infinito.

a) Determine a energia mecânica total E do corpo.

b) Determine o potencial $U(x)$, descreva a natureza das soluções e determine a solução $x(t)$. Discuta os movimentos que podem ocorrer.

3. Uma força $F = F_0 e^{-\alpha t}$ atua sobre um oscilador harmônico de massa m , constante de mola k e constante de amortecimento b . Determine uma solução particular da equação do movimento, partindo da suposição de que existe uma solução possível com a mesma dependência do tempo que a força aplicada. Interprete seu resultado.

4. Um pêndulo simples consiste de uma massa m pendurada de um ponto fixo por uma barra estreita de massa desprezível, inextensível, de comprimento l .

Obtenha a equação de movimento e, utilizando a aproximação $\sin \theta \sim \theta$, mostre que a frequência

natural do pêndulo é $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{l}}$. Discuta o movimento do pêndulo na presença de um meio viscoso representado pela força retardadora $F_R = 2m\sqrt{gl} \frac{d\theta}{dt}$.

5. Dada a equação $m \frac{d^2 x}{dt^2} + b \frac{dx}{dt} + k x = 0$ para oscilações amortecidas do oscilador harmônico.

Mostre que se $E = \frac{1}{2} m \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \frac{1}{2} k x^2$ então $\frac{dE}{dt} = -b \left(\frac{dx}{dt} \right)^2$. Isto mostra que se existe amortecimento, a energia total E decresce com o tempo. O que acontece com a energia perdida?

6. Seja um sistema composto por duas massas M e três molas de igual k , tal que uma das molas de constante k_{12} liga as duas massas e as outras duas molas de constante k estão fixas a suportes num dos lados e ligadas a cada uma das massas do outro lado, formando um sistema massa-mola linear fixo pelas bordas. Determine as frequências normais de vibração e as possíveis soluções desse sistema.