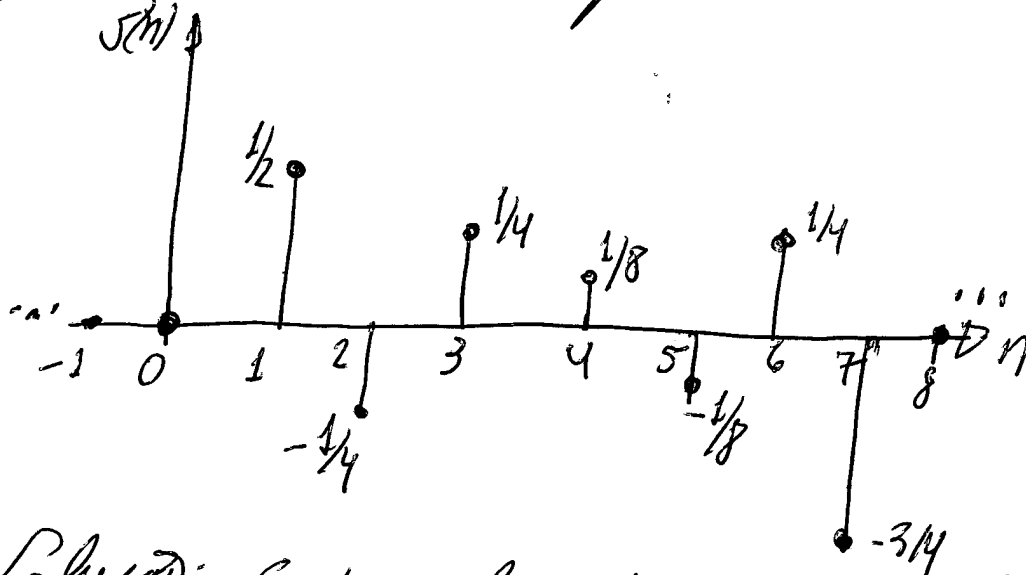


Exemplo de análise preditiva pelo Método da Autocorrelação

Faça a análise preditiva linear completa do sinal $s(n)$ dado abaixo pelo método da autocorrelação.



Solução: Em primeiro lugar, temos que estimar $R(m) = R_{ss}(m)$ para $m = 0, 1, 2$. Usamos o estimador

$$R(m) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} s(n)s(n+m),$$

obtido

$$R(0) = 0^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{8}\right)^2 + \left(-\frac{1}{8}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2 + \left(-\frac{3}{4}\right)^2 \rightarrow R(0) = \frac{33}{32} = 1,0312$$

$$R(1) = 0 \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \left(-\frac{1}{4}\right) + \left(-\frac{1}{4}\right) \times \left(\frac{1}{4}\right) + \frac{1}{4} \times \frac{1}{8} + \frac{1}{8} \times \left(-\frac{1}{8}\right) + \left(-\frac{1}{8}\right) \times \left(\frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4}\right) \times \left(-\frac{3}{4}\right) + \left(-\frac{3}{4}\right) \times 0$$

$$\rightarrow R(1) = -\frac{25}{64} = -0,3906$$

$$R(2) = 0 \times \left(-\frac{1}{4}\right) + \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} + \left(-\frac{1}{4}\right) \times \frac{1}{8} + \frac{1}{4} \times \left(-\frac{1}{8}\right) + \frac{1}{8} \times \left(-\frac{3}{4}\right) + \frac{1}{4} \times 0 + \left(-\frac{3}{4}\right) \times 0$$

$$\rightarrow R(2) = \frac{3}{16} = 0,1875$$

Agora podemos fazer a estimação do filtro inverso e dos erros quadráticos médios das predições. Isto é, prosseguimos com a análise preditiva propriamente dita.

Início: $m=0$: $A_0(z) = 1$
 $B_0(z) = z^{-1}$

Com erro quadrático médio de predição regressiva

$$E_0 = R(0) \rightarrow E_0 = \frac{33}{32} = 40712$$

$m=1$: Usamos a relação de Durbin

$$A_1(z) = A_0(z) + k_1 B_0(z)$$

e impondo a 1^a equação normal

$$\langle A_1(z), z^{-1} \rangle = 0 \quad (1)$$

que se verifica quando o coeficiente PARCOR de ordem 1 é

$$k_1 = - \frac{\langle A_0(z), z^{-1} \rangle}{\langle B_0(z), z^{-1} \rangle} = - \frac{\langle A_0(z), z^{-1} \rangle}{E_0}$$

$$= - \frac{R(1)}{E_0} = - \frac{(-\frac{25}{64})}{\frac{33}{32}} \rightarrow k_1 = + \frac{25}{66} = 03788$$

Assim, obtemos

$$A_1(z) = 1 + 0,3788 z^{-1}$$

e o filtro inverso da predição regressiva é

$$B_1(z) = z^{-2} A_1(1/z) \\ = z^{-2} + 0,3788 z^{-1}$$

O erro quadrático ^{médio} de predição regressiva de ordem 1 é

$$E_1 = (1 - k_1^2) E_0 \\ = (1 - 03788^2) 40712 \rightarrow E_1 = 98833$$

$m=2$: Usamos a relação de Durbin

$$A_2(z) = A_1(z) + k_2 B_1(z)$$

e impondo a 2^a equação normal

$$\langle A_2(z), z^{-2} \rangle = 0, \quad (2)$$

que é satisfeita quando o coeficiente PARCOR de ordem 2 é

$$k_2 = - \frac{\langle A_1(z), z^{-2} \rangle}{\langle B_1(z), z^{-2} \rangle}$$

$$= - \langle B_1(z), 1 \rangle$$

$$k_2 = - \frac{R(2) + 0,3788 R(1)}{0,8833}$$

$$= - \frac{\frac{3}{16} + 0,3788 \cdot (-\frac{25}{64})}{0,8833} \rightarrow k_2 = -0,0448 = -\frac{41}{916}$$

Assim, obtemos

$$A_2(z) = A_1(z) + k_2 B_1(z)$$

$$= 1 + 0,3788 z^{-1} - 0,0448 \times 0,3788 z^{-1} - 0,0448 z^{-2}$$

$$A_2(z) = 1 + 0,3618 z^{-1} - 0,0448 z^{-2}$$

Embora não seja necessário para resolver este problema, podemos obter o filtro inverso da previsão regressiva de ordem 2 como

$$B_2(z) = z^{-3} A_2(1/z)$$

ou

$$B_2(z) = z^{-3} + 0,3618 z^{-2} - 0,0448 z^{-1}$$

O erro quadrático médio da previsão regressiva de 2ª ordem é

$$\varepsilon_2 = (1 - k_2^2) \varepsilon_1$$

$$= (1 - (-0,0448)^2) \times 0,8833$$

$$\varepsilon_2 = 0,8815$$

O filtro de síntese obtido é

$$H_2(z) = \frac{1}{A_2(z)}$$

$$\rightarrow H_2(z) = \frac{1}{1 + 0,3618 z^{-1} - 0,0448 z^{-2}}$$

que é estável porque $|k_1| < 1$ e também $\begin{cases} \varepsilon_1 \geq 0 \\ \varepsilon_2 \geq 0 \end{cases}$

Notamos o poder da análise preditiva nas relações $\varepsilon_2 < \varepsilon_1 < \varepsilon_0$.

Na síntese, ε_2 representa a variância do sinal de excitação $d_2(n)$.