

Física Moderna II

Aula 07

Marcelo G Munhoz
Pellettron, sala 245, ramal 6940
munhoz@if.usp.br

Abordagem estatística na física quântica

- Como essas novas distribuições se manifestam na natureza?
- Quais são os sistemas físicos que manifestam essas propriedades em observáveis?

Calor específico dos sólidos

- Exemplo de aplicação da distribuição de Boltzmann em sistemas quânticos
- O calor específico a volume constante é a quantidade de calor necessária para elevar um mol de um determinado material em um grau de temperatura

Calor específico dos sólidos

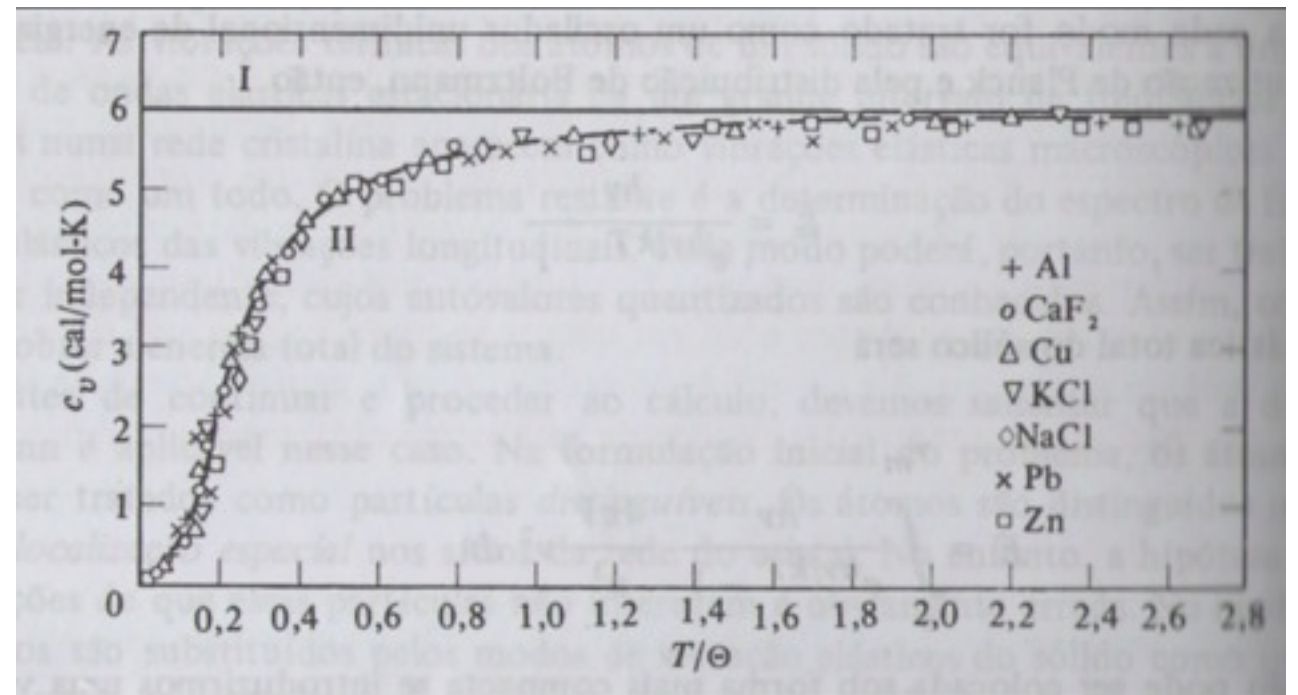
- Dulong e Petit observaram que, a temperatura ambiente, diversos materiais apresentavam o mesmo valor de c_v que é dado por 6 cal/mol-K

- Lei de Dulong e Petit:

$$c_v = \frac{dE}{dT} = 3R = 6\text{cal/mol} - K$$

Calor específico dos sólidos

- Essa lei é uma explicação muito simples e elegante para essa observação!
- Porém, para temperaturas mais baixas, o valor de c_v diminui, com uma dependência de T^3



Calor específico dos sólidos

- Einstein então propõem aplicar neste caso a mesma solução proposta por Planck para o corpo negro.

- Ou seja, ao invés de dizer que

$$\langle E \rangle = kT$$

- utiliza-se:

$$\langle E \rangle = \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

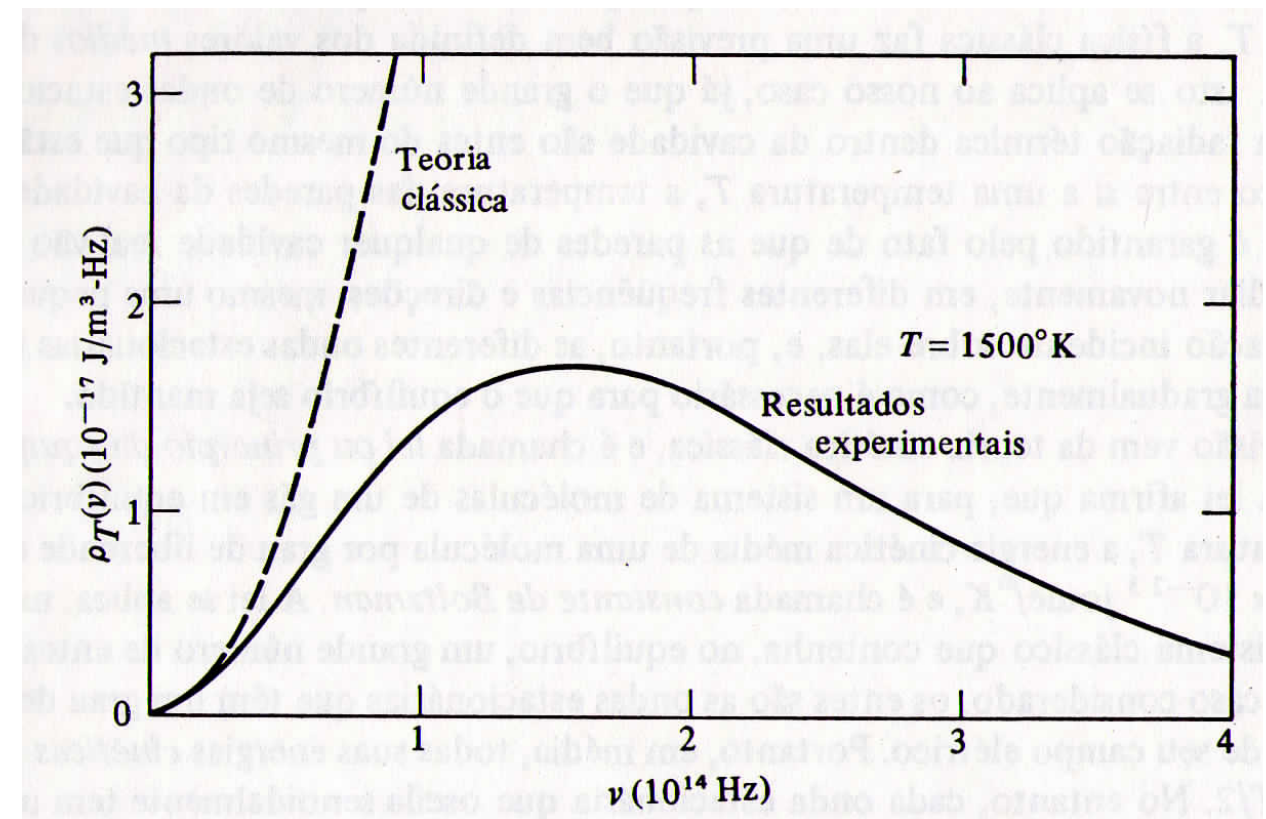
Catástrofe do ultra-violeta

- Planck notou que para $\nu \rightarrow 0$, a solução clássica é admissível:

$$\langle E \rangle = kT$$

- Porém, para $\nu \rightarrow \infty$, deve-se ter:

$$\langle E \rangle \rightarrow 0$$



Proposta de Planck

- Portanto, para se reproduzir os dados é preciso que

$$\Delta E \propto \nu$$

- ou seja,

$$\Delta E = h\nu$$

- onde h é a chamada constante de Planck e que leva a

$$\langle E \rangle = \frac{\sum_{n=1}^{\infty} E_n \cdot P_{MB}(E_n)}{\sum_{n=1}^{\infty} P_{MB}(E_n)} = \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

Calor específico dos sólidos

- Essa hipótese aproxima a teoria aos dados, porém ainda não é completamente satisfatória
- Peter Debye propõem uma outra abordagem, onde as moléculas do sólido não são consideradas independentes
- Ele considera que todas as moléculas do sólido estão fortemente acopladas e que o movimento de oscilação térmica pode ser tratada como uma vibração longitudinais elásticas macroscópicas
- Cada modo de vibração é tratado de maneira independente e a energia total corresponde à soma desses modos de vibração

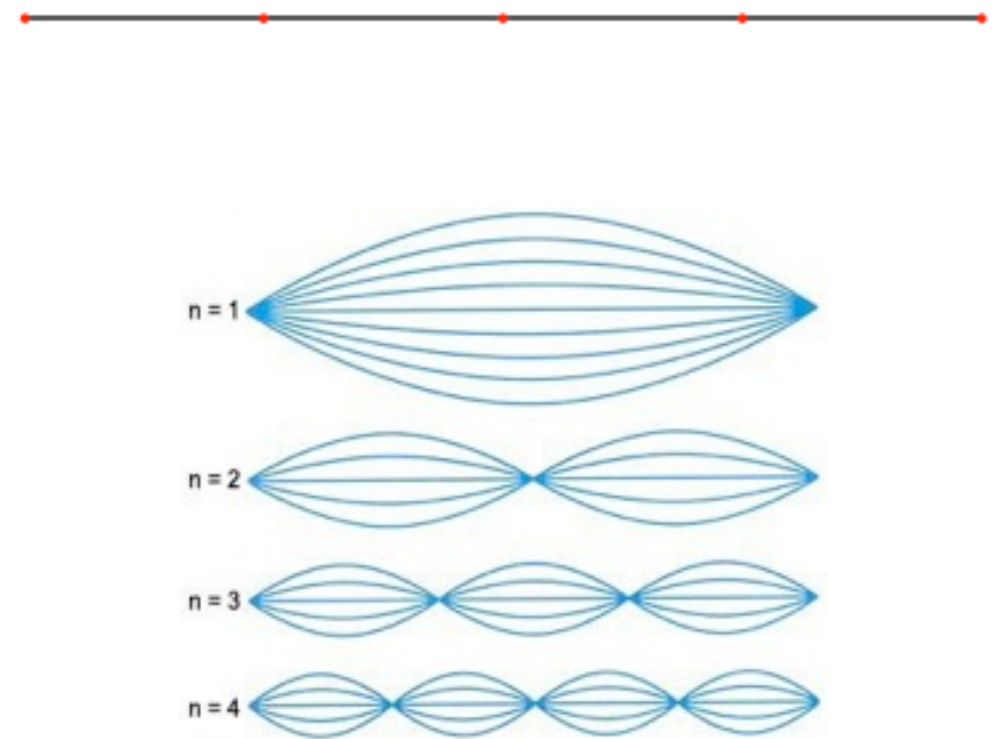
Ondas estacionárias

- Relembrando: são ondas que possuem um perfil estacionário, que não se propagam, resultado da interferência de duas ondas idênticas viajando em sentidos opostos
- Possuem pontos estáticos, chamados de “nós” (A, B e C na figura)



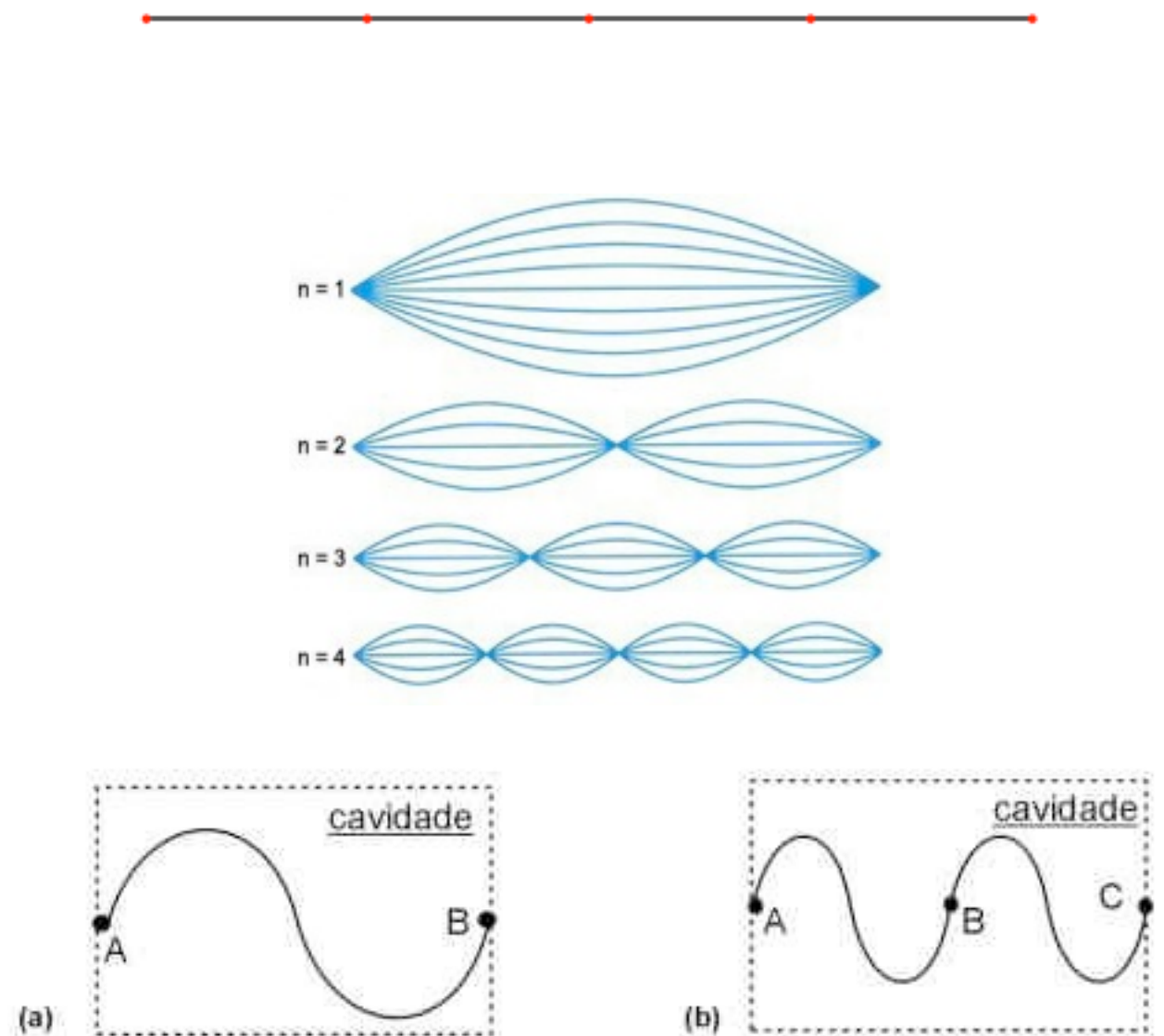
Ondas estacionárias

- Relembrando: são ondas que possuem um perfil estacionário, que não se propagam, resultado da interferência de duas ondas idênticas viajando em sentidos opostos
- Possuem pontos estáticos, chamados de “nós” (A, B e C na figura)



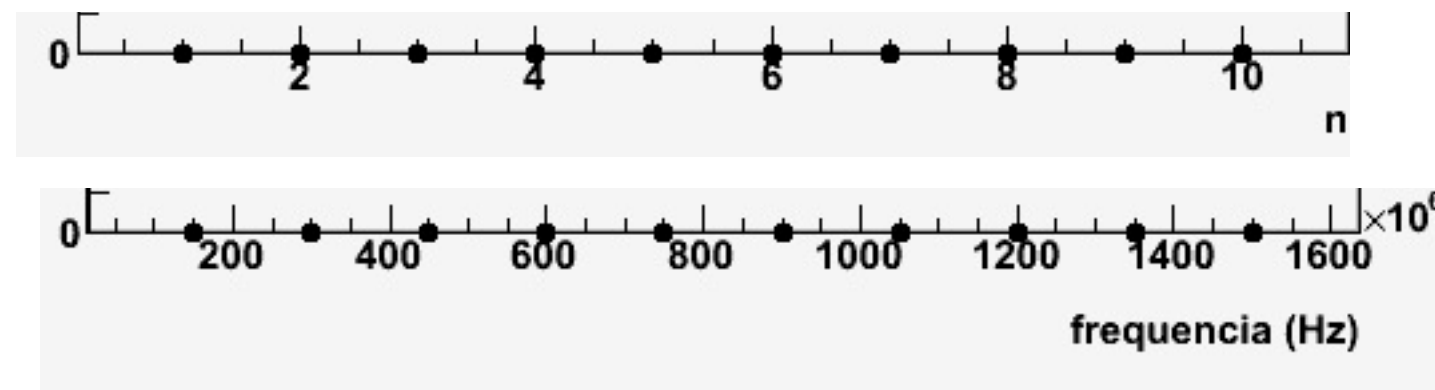
Ondas estacionárias

- Relembrando: são ondas que possuem um perfil estacionário, que não se propagam, resultado da interferência de duas ondas idênticas viajando em sentidos opostos
- Possuem pontos estáticos, chamados de “nós” (A, B e C na figura)



Número de ondas estacionárias dentro da cavidade

- Caso unidimensional:



- Queremos saber o número de modos de oscilação possíveis em termos da frequência
- Como $\nu = \frac{v}{2a} \cdot n$, tem-se que: $N(\nu)d\nu = \frac{2a}{v}d\nu$

Número de ondas estacionárias dentro da cavidade

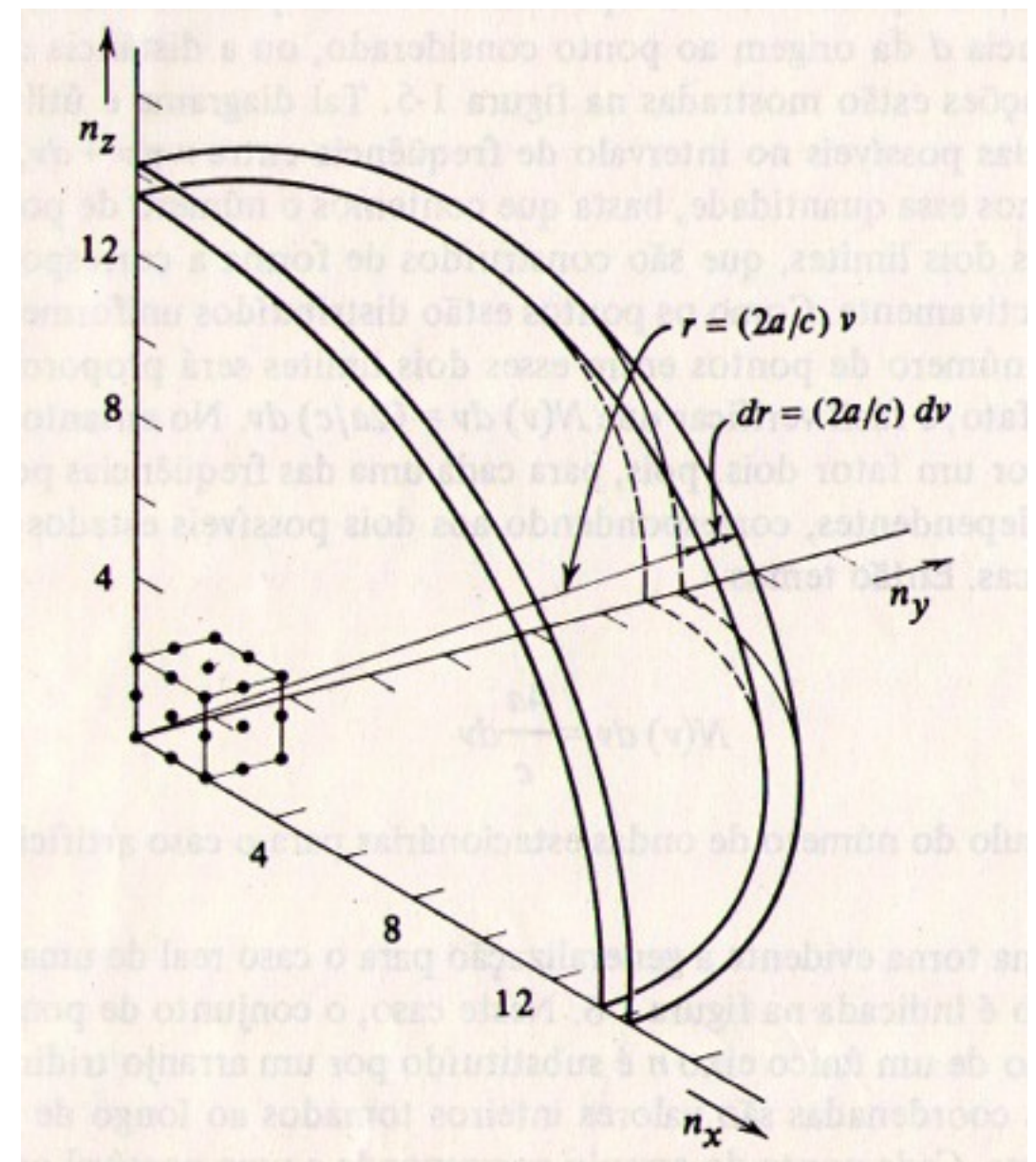
- Caso tridimensional:

- Neste caso

$$\nu = \frac{v}{2a} \cdot \sqrt{n_x^2 + n_y^2 + n_z^2}$$

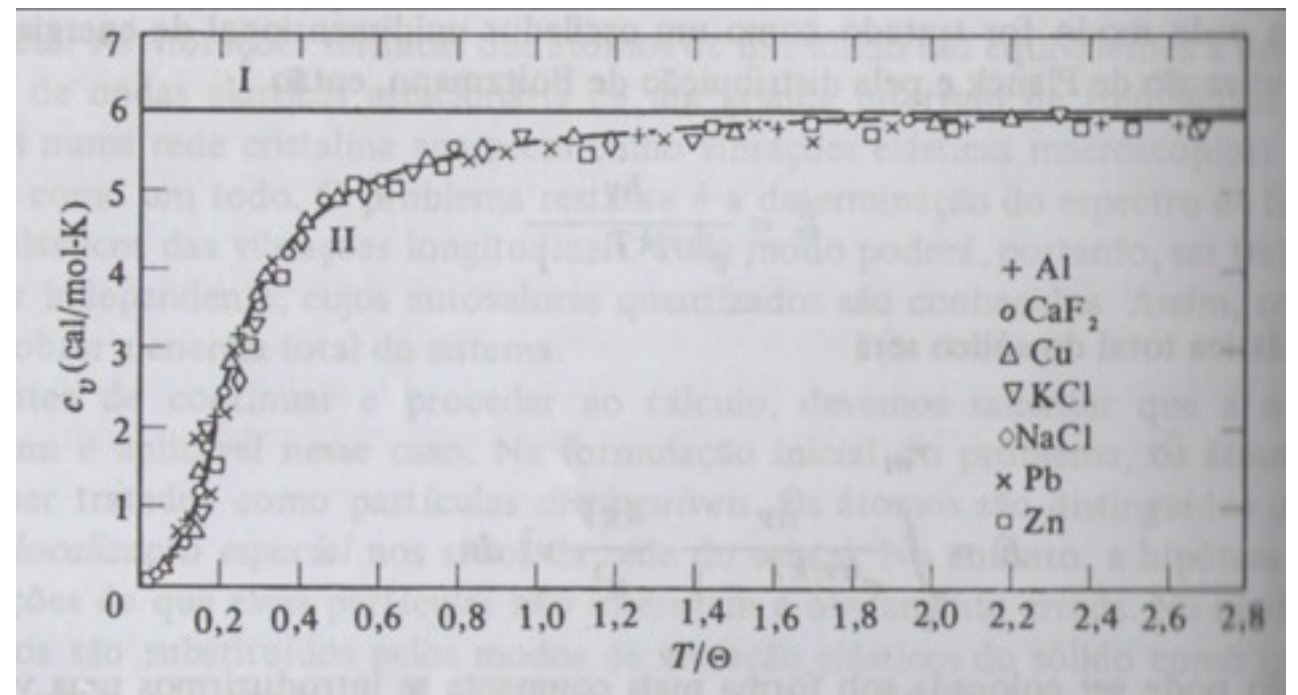
- e:

$$N(\nu)d\nu = \frac{4\pi}{v^3} \cdot V \cdot \nu^2 d\nu$$



Calor específico dos sólidos

- Com isso, Debye chega à solução que descreve muito bem os dados:



$$c_v = \frac{dE}{dT} = 9R \left[4 \left(\frac{T^3}{\Theta} \right) \int_0^{\Theta/T} \frac{x^3}{e^x - 1} dx - \frac{\Theta}{T} \frac{1}{e^{\Theta/T} - 1} \right]$$

Transições entre estados quânticos

- Outro observável importante para a verificação da nossa descrição teórica dos átomos corresponde à intensidade das linhas espectrais emitidas pelos elementos
- Ela está associada à taxa de transição entre os estados quânticos do átomo

Transições entre estados quânticos

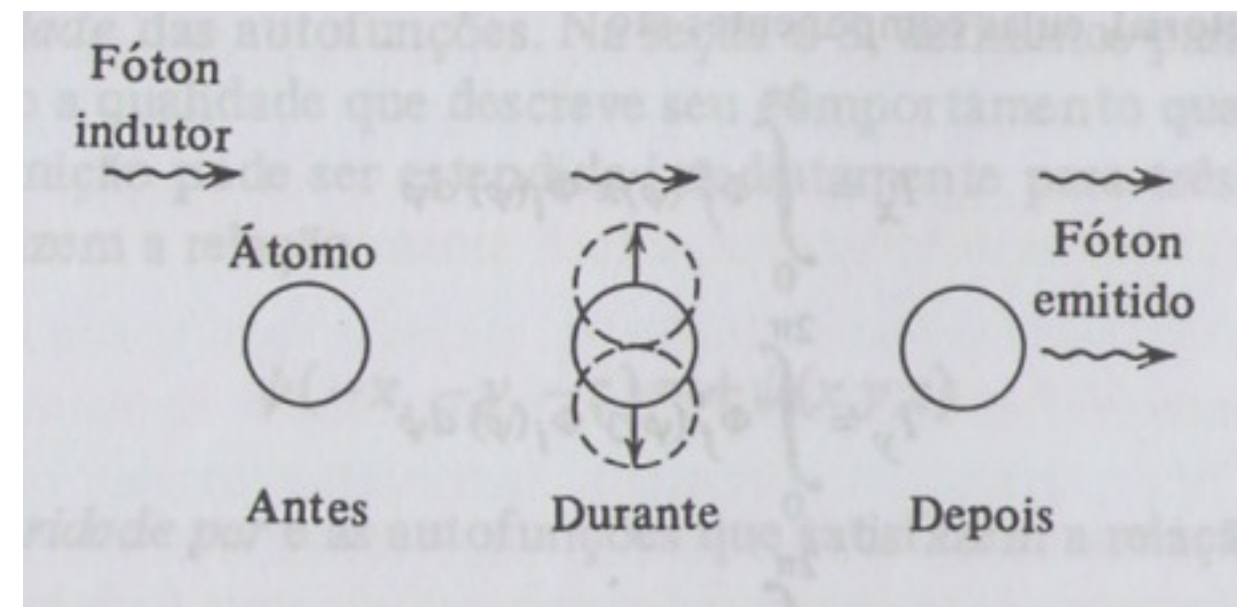
- Podemos encarar a densidade de probabilidade dada pela função de onda de um estado quântico como a densidade de carga do átomo
- Portanto, a emissão de radiação está relacionada à oscilação dessa distribuição de carga

Transições entre estados quânticos

- Na transição, podemos descrever o átomo como estando em um estado misto correspondente aos dois níveis de energia em questão
- Neste caso, a densidade de probabilidade oscila no tempo com a frequência dada pela diferença de energia entre esses dois estados

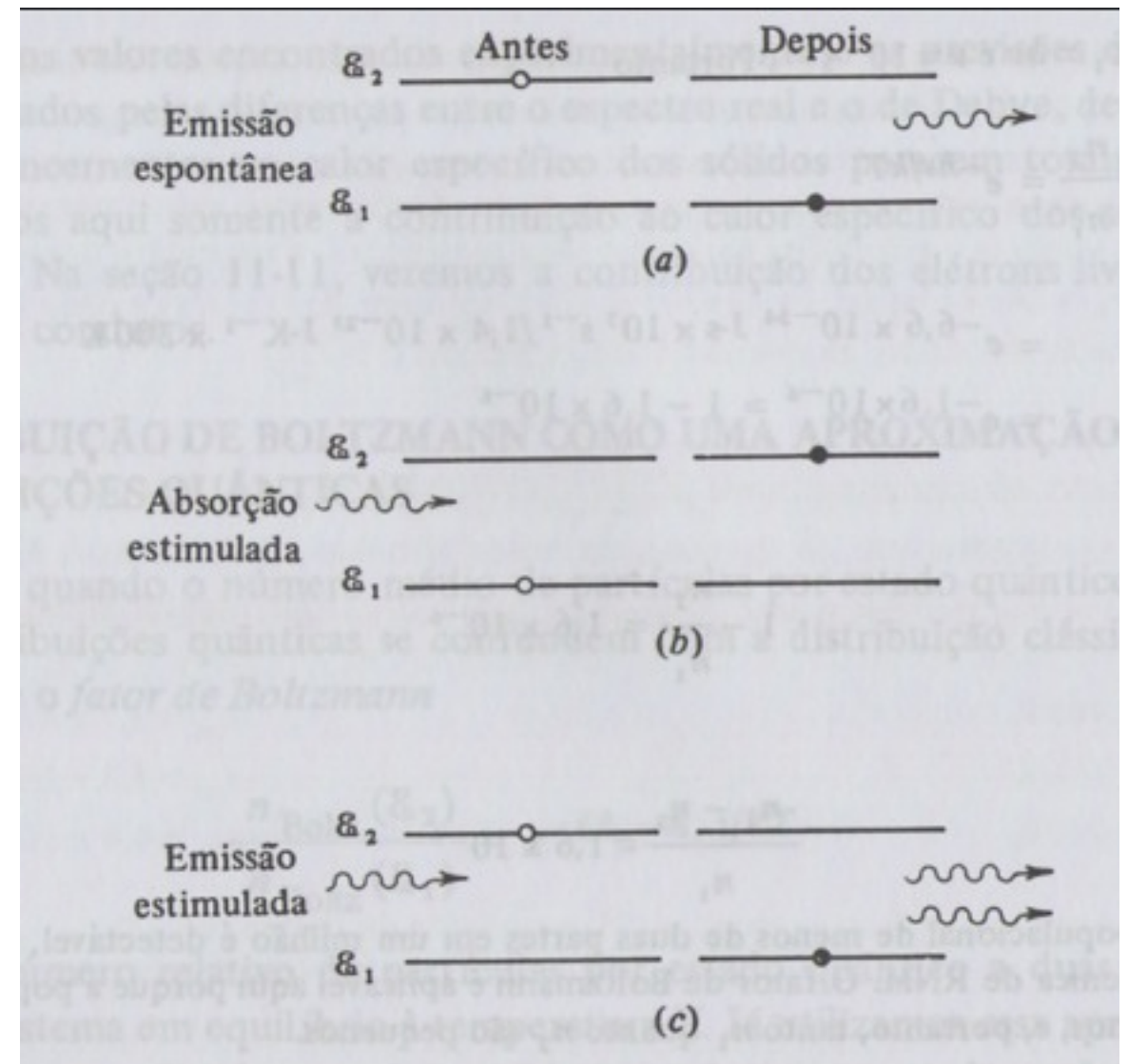
Transições entre estados quânticos

- Emissão estimulada
- O fóton incidente em um átomo já no estado de maior energia provoca a oscilação da distribuição de carga, que volta ao estado fundamental emitindo um fóton



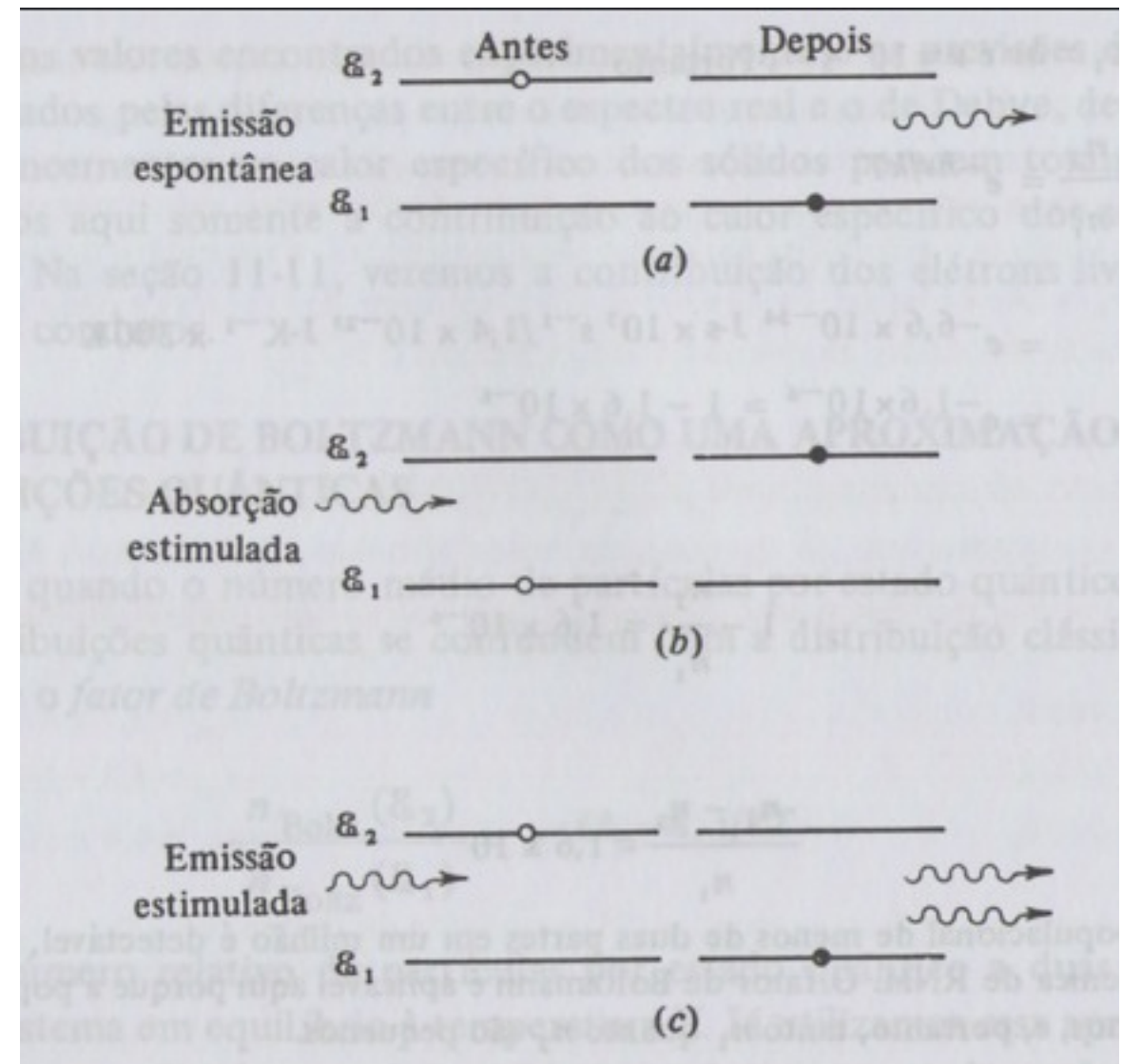
Transições entre estados quânticos

- Emissão estimulada
- Emissão espontânea
- Semelhante à emissão estimulada, porém “induzida” por flutuações do campo eletromagnético de ponto zero (vácuo)



Transições entre estados quânticos

- Emissão estimulada
- Emissão espontânea
- Absorção estimulada
- Fóton incidente leva à mudança na distribuição de carga sendo absorvido



○ Laser

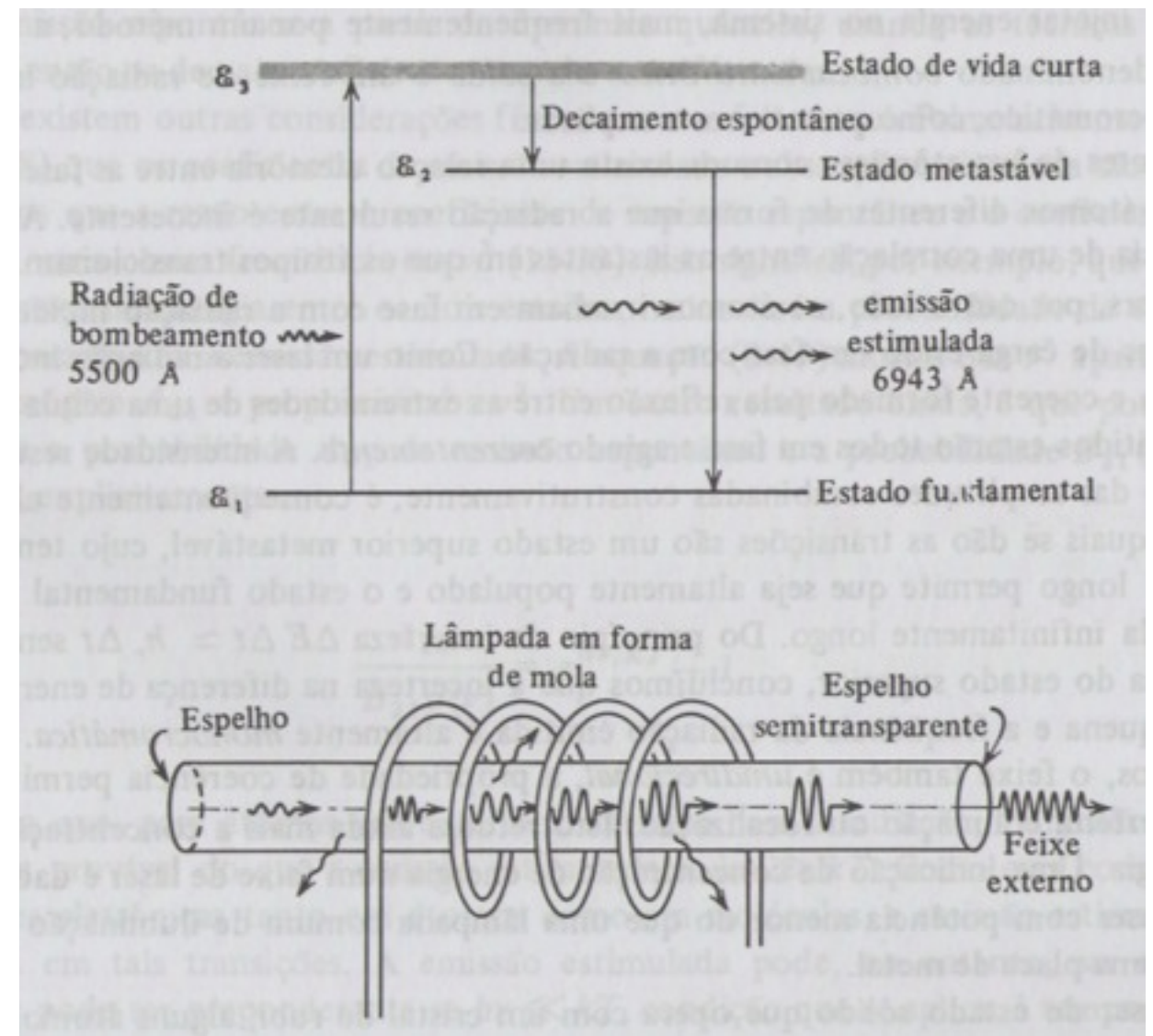
- Laser = Light Amplification by Stimulated Emissions of Radiation
- Incidindo-se radiação em uma amostra de átomos, os mesmos são excitados (absorção estimulada) e estimulados à emitir luz monocromática e coerente (emissão estimulada)

O Laser

- Suponha um sistema formado por átomos e radiação em equilíbrio
- Nessa situação:
taxa de emissão/taxa de absorção $\approx e^{h\nu/kT} n_2/n_1$
- Se $h\nu \gg kT \Rightarrow$ *taxa de emissão/taxa de absorção ≈ 1*
- Se $h\nu \ll kT \Rightarrow$ *taxa de emissão/taxa de absorção $\approx n_2/n_1$*
- Portanto, basta que $h\nu \ll kT$ e $n_2 \gg n_1$ para se amplificar a emissão de radiação

O Laser

- Laser de rubi
- Mantém-se $n_2 \gg n_1$ (inversão de população) a partir do bombeamento óptico do estado 3
- Ocorre a emissão estimulada da radiação na transição do estado 2 para 1



○ Gás de Fótons

- O espectro de emissão de radiação de um corpo negro conforme descrito por Planck é obtido imediatamente da distribuição estatística de um sistema de bósons (como os fótons) em equilíbrio

○ Gás de Fótons

- Nessa abordagem, o espectro é dado por:

$$\rho_T(E)dE = \frac{E \cdot n(E) \cdot N(E)dE}{V}$$

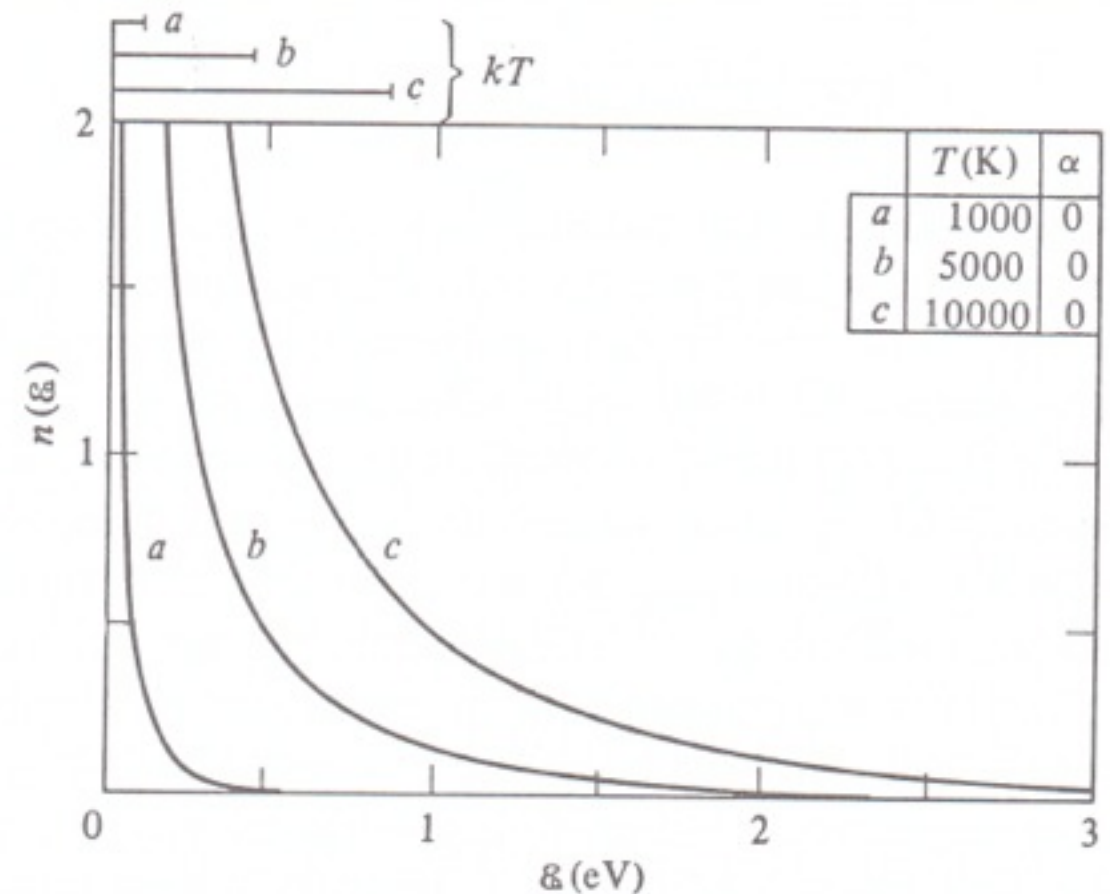
- onde $N(E)dE$ é o número de estados quânticos de fótons para cada energia e $n(E)$ é o número de fótons encontrados nesse sistema para cada valor de energia

Distribuições Quânticas

- A distribuição de energia de um sistema físico composto de bósons é dada por:

$$n_{Bose}(\epsilon) = \frac{1}{e^{\epsilon/kT} - 1}$$

- supondo $\alpha = 0$



Número de ondas estacionárias dentro da cavidade

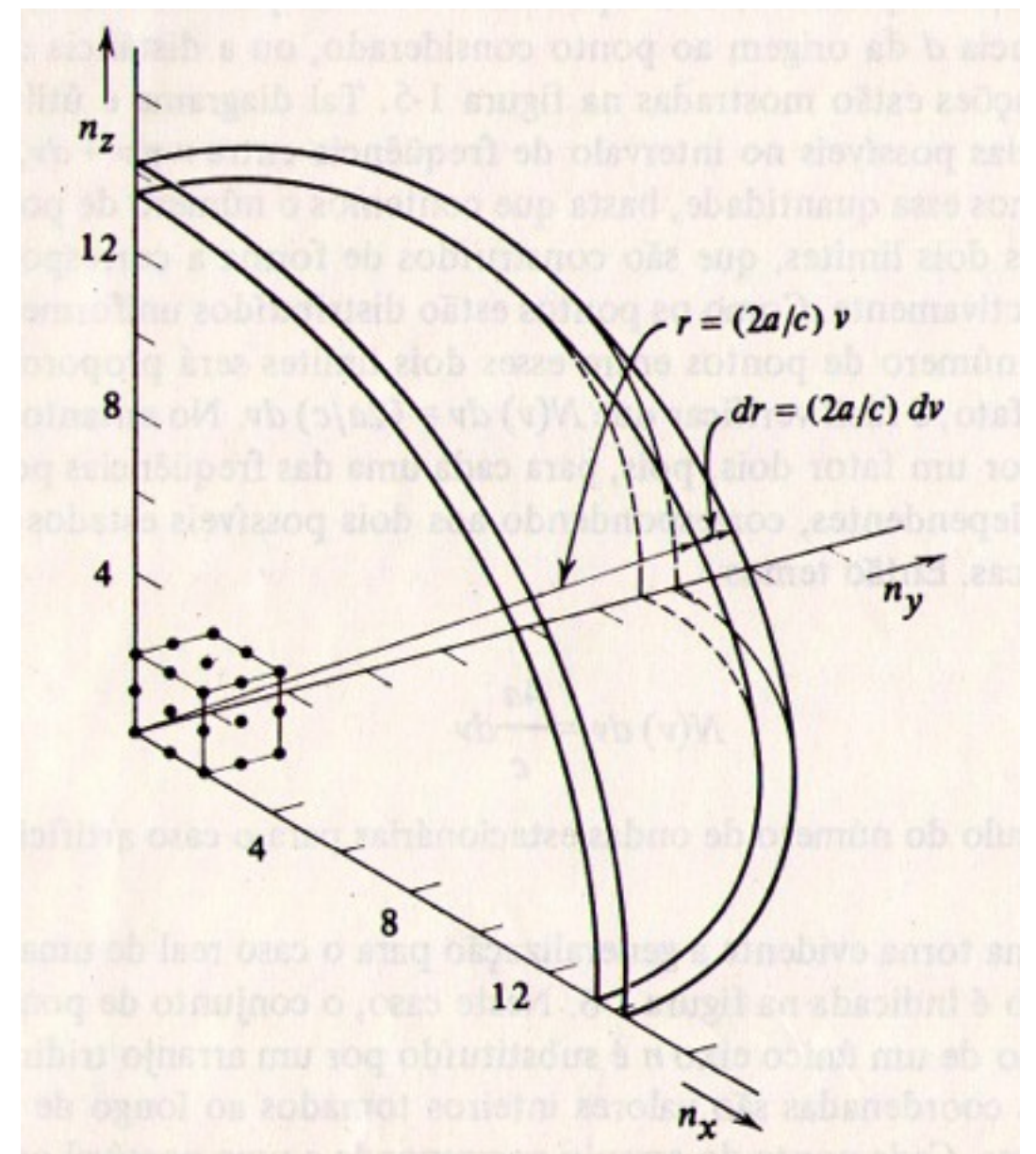
- A dedução do número de estados quânticos em função da frequência (energia) para ondas estacionárias é perfeitamente válida para fótons também

- Portanto:

$$N(\nu)d\nu = \frac{8\pi}{c^3} \cdot V \cdot \nu^2 d\nu$$

- ou

$$N(E)dE = \frac{8\pi}{c^3} \cdot V \cdot \frac{E^2}{h^3} dE$$



○ Gás de Fótons

- Finalmente, tem-se que:

$$\begin{aligned}\rho_T(E)dE &= \frac{E \cdot n(E) \cdot N(E)dE}{V} \\ &= \frac{8\pi E^3 dE}{c^3 h^3 (e^{E/kT} - 1)}\end{aligned}$$

- ou

$$\rho_T(\nu)d\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT} - 1} d\nu$$