

2.1. Risco de Mercado e Teoria das Carteiras

Profa. Dra Joanília Cia



2.1. Risco de Mercado e Teoria das Carteiras

- I. O que é retorno?
- II. O que risco de um ativo individual (isolado), e como se mede?
- III. O que modifica a análise de risco quando de forma uma carteira (portfólio)?
- IV. O que a teoria das carteiras trouxe para o estudo do risco (Markowitz, Tobin e Sharpe)?
- V. O que é o modelo CAPM e como se gerencia o risco levando em conta seus conceitos?
- VI. E o modelo APT?

Profa. Joanília Cia (joanilia@usp.br)



I. Retorno

- Taxa de Retorno de um Ativo (ação, títulos, imóveis, etc.) em um único período:

$$k_i = \frac{(P_i - P_{i-1}) + D_i}{P_{i-1}}$$

Onde:

k_i = taxa de retorno do período i

P_i = preço do ativo ao final do período i

P_{i-1} = preço do ativo ao final do período $i-1$

D_i = dividendos (no caso de ação) recebidos pelo proprietário

Profa. Joanília Cia (joanilia@usp.br)



Taxa de Retorno Esperada (Média)

- Retorno Esperado (ou Retorno Médio):

$$E(k) = \bar{k} = \frac{\sum_{t=1}^N k_t}{N}$$

$$\bar{k} = \frac{k_1 + k_2 + \dots + k_{N-1} + k_N}{N}$$

Profa. Joanília Cia (joanilia@usp.br)



II. Risco de um Ativo Individual (isolado)

a) Conceitos de risco

- Chance de um evento desfavorável ocorrer: incerteza
- Probabilidade de ganho ser menor do que o esperado

b) Demonstração do risco:

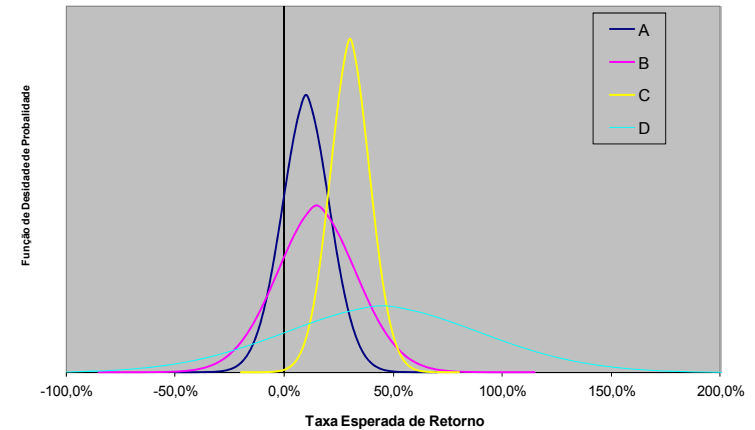
- Distribuição de Probabilidade em tabela: Retornos e suas respectivas probabilidades
- Distribuição de Probabilidade em Gráfico: Menor faixa de valores implica em menor variação e menor risco (e vice-versa)

Profa. Joaniília Cia (joanilia@usp.br)



II. Risco de um Ativo: Variabilidade de Retorno

QUAL É A MELHOR ALTERNATIVA DE INVESTIMENTO???



II. Risco de um Ativo Individual

c) Medidas de risco: Desvio Padrão

Desvio-padrão σ

Desvio-Padrão = $\sigma =$

$$\sqrt{\sum_{i=1}^n (k_i - \bar{k})^2 P_i}$$

Significado:

- ✓ demonstra o quanto **as taxas podem estar distantes (se desviam) da taxa esperada (média).**

d) Risco x Retorno: Coeficiente de variação

Possibilita comparar risco (σ) com retorno (k), expressando **risco por cada unidade de retorno.**

$$\frac{\sigma}{k}$$

Profa. Joaniília Cia (joanilia@usp.br)



Medidas de Risco (1)

• VARIÂNCIA

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{t=1}^N (k_t - \bar{k})^2}{N} = \frac{\sum_{t=1}^N (k_t)^2}{N} - \bar{k}^2 \quad \left. \vphantom{\sigma^2} \right\} \text{População (N)}$$

$$s^2 = \frac{\sum_{t=1}^n (k_t - \bar{k})^2}{n-1} = \frac{\left[\sum_{t=1}^n (k_t)^2 \right] - n\bar{k}^2}{n-1} \quad \left. \vphantom{s^2} \right\} \text{Amostra (n)}$$

Profa. Joaniília Cia (joanilia@usp.br)



Medidas de Risco (2)

- DESVIO-PADRÃO

$$\underbrace{\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^N (k_t - \bar{k})^2}{N}}}_{\text{População}} \quad \underbrace{s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (k_t - \bar{k})^2}{n-1}}}_{\text{Amostra}}$$

Profa. Joaíllia Cia (joanilia@usp.br)



II. Risco de um Ativo Individual Medidas de Retorno e Risco (%)

- Retorno Médio $\bar{k} = \sum_{i=1}^n k_i p_i$
- Variância dos Retornos $\sigma^2 = \sum_{i=1}^n (k_i - \bar{k})^2 p_i$
- Desvio-padrão dos Retornos $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$
- Coeficiente de variação (risco em relação ao retorno) $\frac{\sigma}{\bar{k}}$

Profa. Joaíllia Cia (joanilia@usp.br)



III. Risco de uma carteira - Conceito

- a) Conceito
- **Retorno da carteira = Média ponderada dos ativos individuais**
- b) Medida de Risco
- Risco da Carteira= O desvio da carteira não é igual ao dos ativos individuais.
- **Motivo: Existe correlação entre os retornos dos ativos**

Profa. Joaíllia Cia (joanilia@usp.br)



III. Risco de uma carteira - Medidas

b) Medida de Risco Covariância

$$Cov(AB) = \frac{\sum_{i=1}^n (k_{Ai} - \bar{k}_A)(k_{Bi} - \bar{k}_B)}{n-1} = \frac{\left[\sum_{i=1}^n k_{Ai} k_{Bi} \right] - n\bar{k}_A \bar{k}_B}{n-1}$$

Conceito: mede se os retornos das duas ações tendem a subir e cair juntos.

$Cov(A,B) > 0$	Retornos das ações tendem a se movimentar na mesma direção (Ação A sobe, a B também tende a subir, se a ação A cair, B também tende a cair)
$Cov(A,B) = 0$	Os Retornos das ações são independentes
$Cov(A,B) < 0$	Retornos das ações tendem a se movimentar em direções opostas (Ação A sobe, e a B cai; e vice-versa)

Profa. Joaíllia Cia (joanilia@usp.br)



III. Risco de uma carteira

- Variância de uma Carteira de 2 Ativos:

$$\sigma_P^2 = \underbrace{w_A^2 \sigma_A^2 + w_B^2 \sigma_B^2}_{\text{Riscos Isolados}} + \underbrace{2w_A w_B \text{Cov}(AB)}_{\text{Risco Combinado}}$$

Onde:

w_A = participação do ativo A na carteira P

w_B = participação do ativo B na carteira P

$$w_A + w_B = 1 = 100\%$$

Profa. Joaíllia Cia (joanilia@usp.br)

III. Risco de uma carteira - Medidas

b) Medida de Risco : Coeficiente de Correlação

- Coeficiente de Correlação(AB)

$$\rho_{(AB)} = \frac{\text{Cov}(AB)}{\sigma_A \sigma_B}$$

- Conceito**: Grau em que o retorno de um ativo "acompanha" o de outro

$+1 \geq \rho(A,B) > 0$	Retornos das ações tendem a se movimentar na mesma direção (Ação A sobe, a B também tende a subir, se a ação A cair, B também tende a cair)
$\rho(A,B) = 0$	Os Retornos das ações são independentes
$0 > \rho(A,B) \geq -1$	Retornos das ações tendem a se movimentar em direções opostas (Ação A sobe, e a B cai; e vice-versa)

Profa. Joaíllia Cia (joanilia@usp.br)

III. Risco de uma carteira

- Variância de uma Carteira de 2 Ativos:

$$\sigma_P^2 = w_A^2 \sigma_A^2 + w_B^2 \sigma_B^2 + 2w_A w_B \text{Cov}(AB)$$

$$\left\langle \rho_{(A,B)} = \frac{\text{Cov}(AB)}{\sigma_A \sigma_B} \Rightarrow \text{Cov}(AB) = \rho_{(A,B)} \sigma_A \sigma_B \right\rangle$$

$$\sigma_P^2 = \underbrace{w_A^2 \sigma_A^2 + w_B^2 \sigma_B^2}_{\text{Riscos Isolados}} + \underbrace{2w_A w_B \rho_{(A,B)} \sigma_A \sigma_B}_{\text{Risco Combinado}}$$

Profa. Joaíllia Cia (joanilia@usp.br)

III. Risco de uma carteira - Diversificação

- c) Conceito Importante: Diversificação**

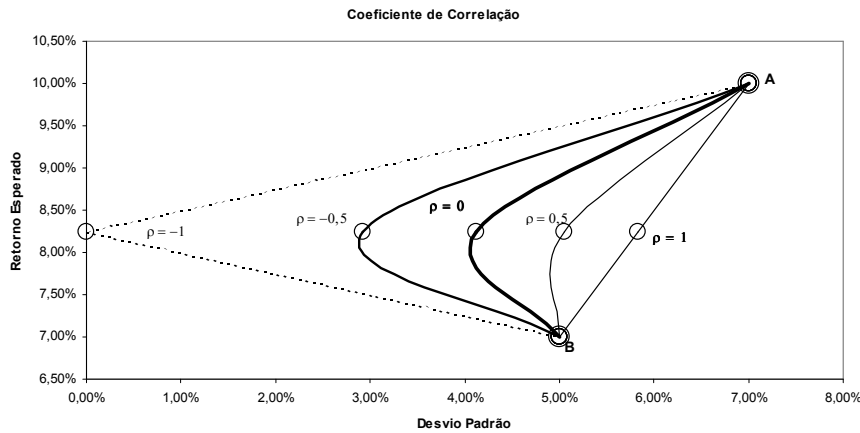
- Teoricamente:

- . Se combinarmos ativos de retornos com **correlação negativa perfeita (-1)** em uma carteira, pode-se levar o **risco da carteira a zero**, ou seja todo o risco poderia ser eliminado pela diversificação (desvio padrão da carteira seria zero) = praticamente impossível de se encontrar na prática

- . Se combinarmos ativos de retornos com **correlação positiva perfeita (+1)** em uma carteira, o **risco da carteira seria o mesmo dos ativos isolados**, ou seja, nenhum risco seria eliminado pela diversificação (desvio padrão da carteira seria o mesmo dos ativos) = difícil de se encontrar na prática

Profa. Joaíllia Cia (joanilia@usp.br)

III. Risco de uma carteira (2 ativos) Coeficiente de Correlação (ρ)



Profa. Joaíllia Cia (joanilia@usp.br)

III. Risco de uma carteira

- Na prática:
- Existe algum grau de correlação positiva (porém menor do que um) entre os retornos dos ativos, o que leva a se ter alguma redução de risco pela diversificação
- É difícil encontrar ativos de correlação perfeita, pois de alguma forma elas variam de acordo com o mercado (conjuntura, economia), que é o risco do mercado.

Profa. Joaíllia Cia
(joanilia@usp.br)

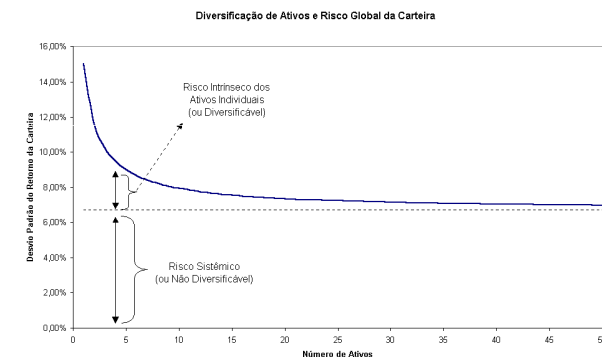
III. Risco de uma carteira

- d) Tipos de risco
- Risco **Diversificável / não sistemático**: A parte do risco de um ativo que pode ser *atribuído a causas randômicas, específicas de uma empresa* -> eliminado pela diversificação.
- Ex: greve, perda de cliente, sazonalidade, qualidade administração, etc.
- ➤ Risco **não Diversificável / de mercado / sistemático**: *atribuído a fatores de mercado*, que afetam todas as empresas, e não podem ser eliminados por diversificação.
- Ex: guerra, inflação, incidentes internacionais, eventos políticos, etc.

Profa. Joaíllia Cia
(joanilia@usp.br)

III. Risco de uma carteira

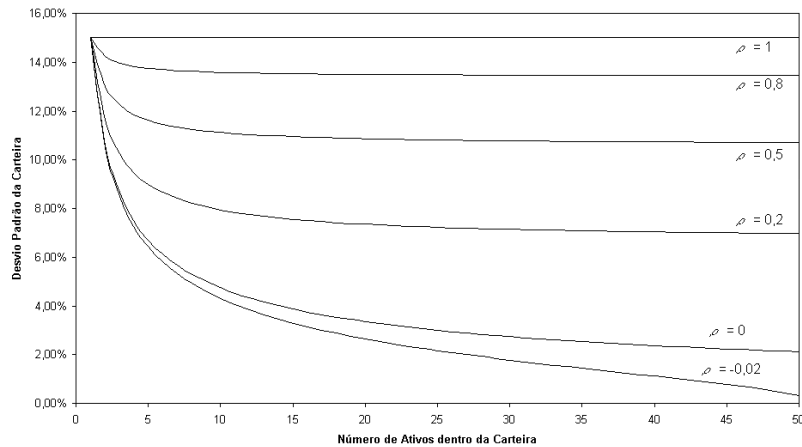
- Risco Total = Risco diversificável + Risco não diversificável



Profa. Joaíllia Cia
(joanilia@usp.br)

Diversificação e Correlação (ρ)

Desvio Padrão da Carteira



Profa. Joaíllia Cia (joanilia@usp.br)

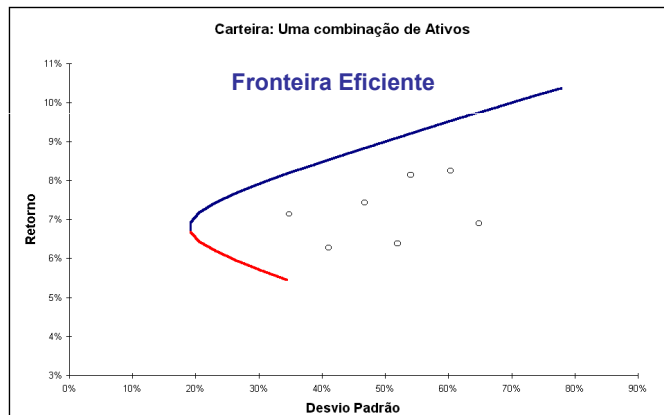
III. Risco de uma carteira

- O risco Diversificável pode ser eliminado pela diversificação (estudos mostram que em torno de 40 ações o risco diversificável vai quase a zero e acima de 15 ações já se tem uma diversificação satisfatória)
- Logo, **o único risco relevante é o não diversificável**, pois o diversificável pode ser eliminado se o investidor criar uma carteira com um determinado número de títulos.

Profa. Joaíllia Cia (joanilia@usp.br)

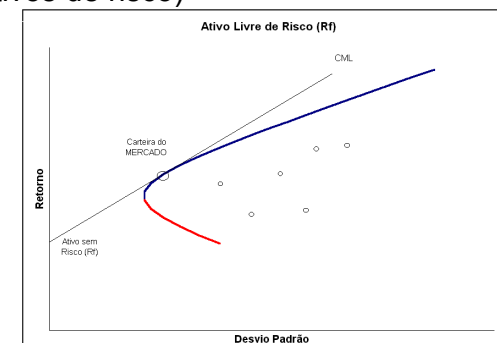
IV. Teoria das Carteiras - Carteira de Ativos de Risco – Markowitz (1952)

Fronteira eficiente: formada pelas carteiras que oferecem o mais alto grau de retorno para um dado grau de risco; (ou mais baixo grau de risco para um dado retorno)



IV. Carteira com Ativos de Risco e sem Risco

- Reta de Mercados de Capitais (CML) (TOBIN):
- Ampliação do modelo de Markowitz, com inclusão da taxa livre de risco: nova fronteira eficiente se situa na reta em vez da curva. (existe apenas uma carteira ótima de ativos de risco)



IV. Carteira com Ativos de Risco e sem Risco: Nova Fronteira Eficiente (CML)

Principais Implicações:

1. Só existe uma única carteira (σ_M, k_M) de ativos de risco que pertence à nova fronteira eficiente (M).
2. Toda carteira eficiente deve ser uma combinação de duas (sub)carteiras:
 - Ativos com risco (M)
 - Ativos sem risco (títulos governamentais)

Profa. Joaíllia Cia (joanillia@usp.br)



v. CAPM (Capital Asset Pricing Model) Sharpe (1964), Lintner (1965) e Mossin (1966)

O CAPM é um modelo de equilíbrio no Mercado de Capitais, cujos principais pressupostos são:

- 1) Há muitos investidores, onde ninguém tem poder de influenciar o preço de mercado dos ativos
- 2) Todos os investidores planejam investir em um mesmo período (exemplo: um ano)
- 3) Investimentos: só em ativos financeiros negociados em bolsa
- 4) Todos são racionais e buscam otimizar a relação risco-retorno (buscam maximizar utilidade esperada (melhor risco x retorno))
- 5) Todos detêm as mesmas informações e analisam os títulos e o ambiente econômico da mesma forma (expectativas homogêneas (estimativas idênticas))
- 6) Não há custos de transação

Profa. Joaíllia Cia (joanillia@usp.br)



V. CAPM (Capital Asset Pricing Model)

Principais implicações:

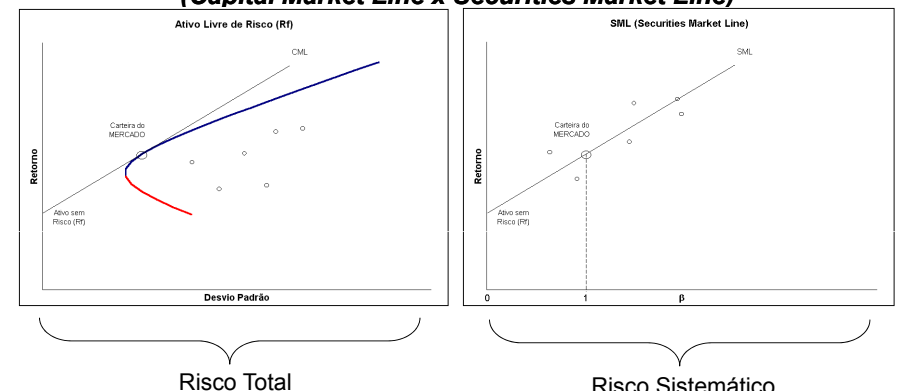
- 1) Todos os investidores possuem duas (sub)carteiras:
 - Carteira do mercado (M), que inclui todos os ativos de risco negociados publicamente
 - Ativo livre de risco

A proporção de cada sub-carteira dependerá do grau de aversão ao risco
- 2) O prêmio de risco dependerá do grau de aversão ao risco médio dos agentes
- 3) O retorno esperado de cada ativo dependerá do prêmio de risco de Mercado e do quanto os retornos deste ativo são sensíveis ao retorno de mercado (medido pelo β)

Profa. Joaíllia Cia (joanillia@usp.br)



V. Markowitz x Sharpe : CML x SML (Capital Market Line x Securities Market Line)



- Intrínseco + Sistemático
- Diversificável + Não Diversificável

Risco Sistemático
Não Diversificável

(CAPM)

Profa. Joaíllia Cia (joanillia@usp.br)

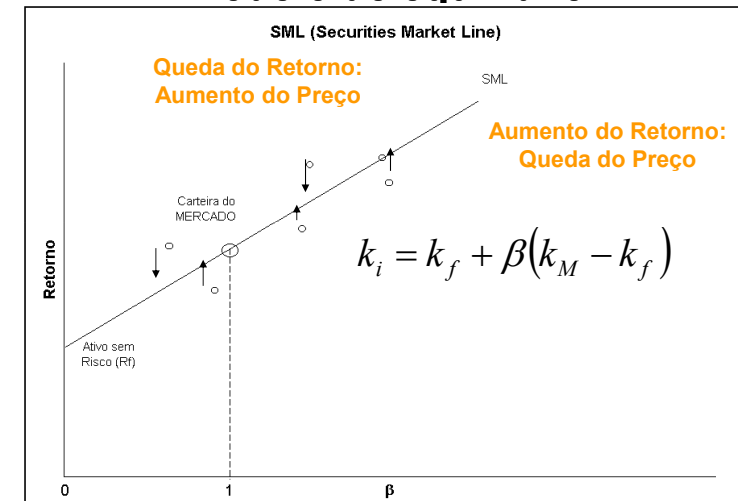


V. Markowitz x Sharpe : CML x SML

CML (Capital Market Line)	SML (Security Market Line)
Reta de Mercado de Capitais	Reta de Mercado de Títulos
Risco total e retorno de carteiras e títulos	Risco sistemático e retorno de um ativo dada a carteira
Risco: Desvio-padrão da carteira	Risco: coeficiente beta (volatilidade de uma ação em relação à carteira que contém todas as ações)

Profa. Joaniília Cia (joanilia@usp.br)

V.CAPM- Custo de Capital Próprio (k_i) Modelo de equilíbrio



Profa. Joaniília Cia (joanilia@usp.br)

V. O modelo CAPM: Risco de um ativo (contido em uma carteira)

a) Conceito:

- O Modelo de Precificação de Ativos (CAPM) associa o **risco não diversificável** e os **retornos de todos os ativos**.

b) Medida do risco: Beta (β)

- beta – medida do risco não diversificável
- ✓ Índice do grau de movimento do **retorno de um ativo em resposta à mudança no retorno do mercado**.
- ✓ O beta de uma ação mede a sua **contribuição para o risco da carteira como um todo**
- ➔ Ex: Brasil - retorno do mercado = IBOVESPA

Profa. Joaniília Cia (joanilia@usp.br)

V. O modelo CAPM: Risco de um ativo (contido em uma carteira)

- **Que valores podem assumir o beta (β) e qual o significado:**

Beta	significado:	Interpretação
2	Movimenta-se na mesma	Duas vezes com maior reação/risco que o mercado
1	direção do mercado	Mesma reação/risco que o mercado (risco médio)
0		Não afetado pelos movimentos do mercado
-1	Movimenta-se em direção	
-2	oposta ao mercado	

- **Coeficiente Beta de Carteiras:** o beta de uma carteira é a média ponderada dos betas dos títulos individuais

Profa. Joaniília Cia (joanilia@usp.br)

V. O modelo CAPM: Risco de um ativo (contido em uma carteira)

c) Risco e Retorno pelo CAPM

- Beta: medida apropriada de risco relativo a uma ação
- Retorno: qual o nível de retorno exigido dado um determinado nível de beta?

Equação da Reta de Mercado de Títulos

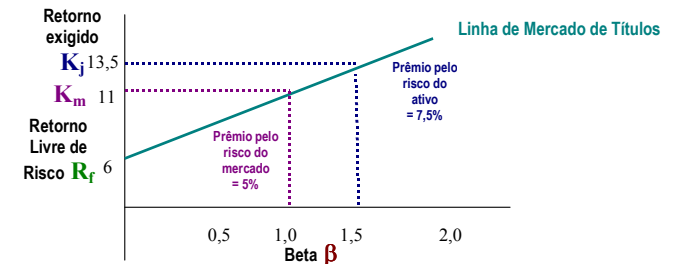
- K_j = Taxa de retorno exigido do ativo j
- R_f = Taxa de Retorno livre de risco
- β = coeficiente beta (índice de risco não diversificável para o ativo j)
- K_m = Taxa de retorno do mercado
- $K_j = R_f + [(K_m - R_f) * \beta]$
- O Prêmio pelo risco do mercado (RPM) = $K_m - R_f$
- O Prêmio pelo risco da ação (Rpi) = $\beta * (K_m - R_f)$

Profa. Joaíllia Cia (joanilia@usp.br)



V. O modelo CAPM: Risco de um ativo (contido em uma carteira)

- *Ex. Um investidor deseja determinar o retorno de um ativo que tem um beta de 1,5. A taxa de retorno livre de risco do mercado é de 6%, e o índice BOVESPA (retorno esperado do mercado) é de 11%. Calcular a taxa de retorno do ativo.*



- *Inclinação da reta: extensão pela qual os investidores são avessos ao risco → quanto mais inclinada maior aversão*

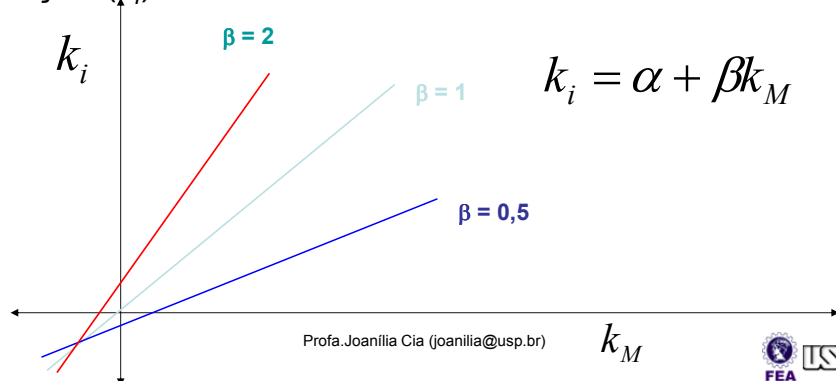
Profa. Joaíllia Cia (joanilia@usp.br)



V. O modelo CAPM: Risco de um ativo (contido em uma carteira)

d) Cálculo e Interpretação do Beta (β)

É o coeficiente angular da Reta característica de regressão entre retorno do mercado (k_M) e retorno da ação (k_i) a cada ano.



Profa. Joaíllia Cia (joanilia@usp.br)



V. CAPM

d) Cálculo e Interpretação do Beta (β)

- Reta característica: Reta de regressão entre retorno do mercado (X) e retorno da ação (Y) a cada ano. $Y = a + bX + e$
- Mede a volatilidade relativa de uma ação versus uma ação média ou "o mercado" (IBOVESPA).

$$\beta = \frac{Cov(K_j, K_m)}{\sigma_M^2} = r_{JM} \left(\frac{\sigma_J}{\sigma_M} \right)$$

$\beta =$ Covariância entre a ação e o mercado

Variância dos retornos do mercado

Depende de:

1. da correlação dos retornos da ação com os do mercado, ou seja, da sua correlação com o mercado de ações
2. da volatilidade dos retornos da ação em relação à volatilidade dos retornos do mercado sua própria variabilidade em relação à variabilidade do mercado

Profa. Joaíllia Cia (joanilia@usp.br)



VI. APT – Teoria da Precificação por Arbitragem

• a) Conceito

- Autor: Stephan Ross (1976)
- Se dois ativos têm os mesmos fatores de risco e fluxo de caixa esperado, devem ter o mesmo valor;
- CAPM é modelo de único fator de risco: beta (risco não diversificável), mas outros fatores de mercado seriam determinantes:
 - ✓ Mercado: PIB, atividade econômica, inflação, taxa de câmbio, etc
 - ✓ Empresa: setor econômico, fatia de mercado comparada aos concorrentes, etc

Profa. Joaniília Cia (joanilia@usp.br)



VI. APT – Teoria da Precificação por Arbitragem

• b) Forma de Cálculo da Taxa de Juros

$$k_i = k_{RF} + (k_1 - k_{RF})b_{i1} + \dots + (k_j - k_{RF})b_{ij}$$

- onde b=fator de sensibilidade
 - c) Vantagens:
 - Permite incorporar vários fatores econômicos a um modelo para (tentar) explicar o retorno das ações individuais;
 - Abordagem mais abrangente, possui menos pressupostos do que o CAPM.
- Medida estatística: análise fatorial, divisão em classes de ativos

Profa. Joaniília Cia (joanilia@usp.br)



VI. COMO O CAPM E APT AJUDAM A GERENCIAR O RISCO DE MERCADO?

- CAPM: Modelo de um fator: risco de ação é função do risco de mercado e do beta.
- Ajudar gestor a escolher ações -> ex: Pode-se determinar o melhor momento de se adquirir uma ação, tendo em vista seu beta ser >1 ou <1.
 - Se o mercado estiver em alta, o gestor deve calibrar o beta para > 1
 - Se o mercado estiver em baixa, o gestor deve calibrar o beta para <1

Profa. Joaniília Cia (joanilia@usp.br)

39



VI. COMO O CAPM E APT AJUDAM A GERENCIAR O RISCO DE MERCADO?

- **APT: Modelo de múltiplos fatores**
- Pode ajudar a mensurar a exposição ao risco de mercado dos ativos (volatilidade de mercado), relativo a diferentes fatores de risco → decidir como hedgear a carteira, que instrumentos derivativos usar para reduzir o risco da carteira.

Profa. Joaniília Cia (joanilia@usp.br)

40



O que foi visto neste tópico:

- I. O que é retorno?**
- II. O que risco de um ativo individual (isolado), e como se mede?**
- III. O que modifica a análise de risco quando de forma uma carteira (portfólio)?**
- IV. O que a teoria das carteiras trouxe para o estudo do risco (Markowitz, Tobin e Sharpe)?**
- V. O que é o modelo CAPM e como se gerencia o risco levando em conta seus conceitos?**
- VI. E o modelo APT?**

Profa. Joaíllia Cía (joanilia@usp.br)

