



2ª Lista de Exercícios – Álgebra Linear – Prof. Erica Romão.

Matriz Inversa

1) Calcule a inversa da matriz A, se ela existir.

a)  $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ ; b)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ ; c)  $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ ; d)  $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -3 & -1 & -1 \\ 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ ; e)  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ ;

2) Se  $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$  e  $ad - bc \neq 0$ , mostre que  $A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$ .

3) Encontre A para cada caso, a seguir:

a)  $(3A)^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -5 & -1 \end{pmatrix}$ ; b)  $(A^{-1} - 3I)^T = 2 \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$ ;

4) Se A, B e C são inversíveis, simplifique indicando as propriedades utilizadas:

$$C^T B (AB)^{-1} (C^{-1} A^T)^T$$

5) Em cada caso, ou mostre que a afirmação é verdadeira ou dê um exemplo mostrando que ela é falsa. Justifique sua resposta com uma prova caso seja verdadeira e com um contra-exemplo se for falsa. Considere que A e B são matrizes quadradas.

- a) Se  $A \neq 0$ , então A é inversível;
- b) Se A é inversível, então  $A \neq 0$ .
- c) Se  $A^3 = 3I$ , então A é inversível;
- d) Se  $A^2 = A$  e  $A \neq 0$ , então A é inversível;
- e) Se A e B são ambas inversíveis, então  $A + B$  é inversível;
- f) Se  $AB = 0$  e  $A \neq 0$ , então  $B = 0$ ;
- g) Se A é inversível e  $AC = I$ , então  $C = A^{-1}$ ;
- h) Se  $A^2$  é inversível, então A é inversível.
- i) Se  $A^2 = 0$ , então  $A - I$  é inversível?
- j) Se  $A^3 = 0$ , então  $A - I$  é inversível?
- k) Se  $A^n = 0$ , então  $A - I$  é inversível?