



2ª Lista de Exercícios – Álgebra Linear – Prof. Erica Romão.

Matriz Inversa

1) Calcule a inversa da matriz A, se ela existir.

a) $\begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$; b) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$; c) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$; d) $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ -3 & -1 & -1 \\ 5 & 2 & 1 \end{pmatrix}$; e) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}$;

2) Se $A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ e $ad - bc \neq 0$, mostre que $A^{-1} = \frac{1}{ad-bc} \begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$.

3) Encontre A para cada caso, a seguir:

a) $(3A)^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -5 & -1 \end{pmatrix}$; b) $(A^{-1} - 3I)^T = 2 \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$;

4) Se A, B e C são inversíveis, simplifique indicando as propriedades utilizadas:

$$C^T B (AB)^{-1} (C^{-1} A^T)^T$$

5) Em cada caso, ou mostre que a afirmação é verdadeira ou dê um exemplo mostrando que ela é falsa. Justifique sua resposta com uma prova caso seja verdadeira e com um contra-exemplo se for falsa. Considere que A e B são matrizes quadradas.

- a) Se $A \neq 0$, então A é inversível;
- b) Se A é inversível, então $A \neq 0$.
- c) Se $A^3 = 3I$, então A é inversível;
- d) Se $A^2 = A$ e $A \neq 0$, então A é inversível;
- e) Se A e B são ambas inversíveis, então $A + B$ é inversível;
- f) Se $AB = 0$ e $A \neq 0$, então $B = 0$;
- g) Se A é inversível e $AC = I$, então $C = A^{-1}$;
- h) Se A^2 é inversível, então A é inversível.
- i) Se $A^2 = 0$, então $A - I$ é inversível?
- j) Se $A^3 = 0$, então $A - I$ é inversível?
- k) Se $A^n = 0$, então $A - I$ é inversível?