1ª Lista de Exercícios – Álgebra Linear – Prof. Erica Romão.

Operações com matrizes

1) Dados $A = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 2 & 5 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix}$, discuta a possibilidade de se ter A=B, A=C, ou B=C.

2) Dadas as matrizes:
$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 4 & 5 & -6 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 2 \\ -7 & 1 & 8 \end{bmatrix}$, calcule as operações dadas. Se não for possível explique o por que.
a) A+B; b) 2A – 3B; c) A - B;.....d) X = 4A - 3B e) Y = 4B – 2A; f) AB-BA

3) Encontre x, y, x, e t tais que:
$3\begin{bmatrix} x & y \\ z & t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x & 6 \\ -1 & 2t \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 & x+y \\ z+t & 3 \end{bmatrix}$ Resp: x=2; y=4; z=1 e t = 3.

4) Encontre os valores de **m** e **n** para que as matrizes A e B sejam iguais:
a) $A = \begin{bmatrix} 8 & 15n \\ 12+m & 3 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 8 & 75 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$ Resp: n = 5 e m = - 6.

b) $A = \begin{bmatrix} m^2-40 & n^2+4 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} 41 & 13 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$ Resp: m= $\pm$ 9, n= $\pm$ 3.

5) Sejam A = $\begin{bmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ e B = $\begin{bmatrix} 2 & 0 & -4 \\ 3 & -2 & 6 \end{bmatrix}$. Encontre (a) AB, (b) BA

6) Seja M=$\begin{pmatrix} \cos\emptyset & -sen\emptyset & 0 \\ sen\,\emptyset & \cos\emptyset & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Determine M^T e Q=MM^T. Com o resultado obtido em Q, o que pode-se dizer da matriz M?

7) Encontre a matriz A sabendo que $\left\{A^T + 2\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 5 & 0 \end{bmatrix}\right\}^T = 5\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 7 \end{bmatrix}$. Resolva utilizando as propriedades de matriz transposta e evidencie as mesmas.

8) Em cada caso, ou prove que a afirmação é verdadeira ou dê um exemplo mostrando que ela é falsa. Ao longo do exercício, A, B e C denotam matrizes.

a) Se A+B = A+C, então B e C têm o mesmo tamanho;

b) Se A+B = 0, então B=0;

c) Se A = - A, então A = 0;

d) Para toda matriz A, A e A^T têm a mesma diagonal principal.

9) Considere as matrizes $P = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ e $Q = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

a) Calcule PQ, QP e P^2;

b) Dê 4 exemplos distintos de matrizes de ordem 3 tais que $M^2 = I_3$.

10) Determine uma maneira criativa de multiplicar as matrizes:

$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 7 & 8 & 0 \\ 3 & 2 & 5 & 6 & 7 \\ 0 & 0 & -1 & -2 & -3 \end{bmatrix}$ e $B = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 5 & 8 \\ 1 & 1 \\ 2 & 0 \\ -4 & 6 \end{bmatrix}$. Calcular AB.

$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ e $D = \begin{bmatrix} -2 & -1 \\ -3 & 4 \\ -5 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$. Calcular CD.

11) Seja A = $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$.

a) Calcule A^2, A^3, A^4, A^5, A^6 e A^7;

b) Calcule A^{2001}, justifique sua resposta.

12) Em cada caso, ou demonstre que a afirmação é verdadeira, ou dê um exemplo que mostre que ela é falsa. Sejam A e B matrizes:

a) Se AB está definida, então BA está definida;

b) Se AB está definida e é uma matriz quadrada, então BA está definida;

c) Se AB = BA, então A e B são ambas quadradas e de mesmo tamanho;

d) Se A^2 pode ser calculada, então A deve ser quadrada;

e) Se A tem uma linha de zeros, então AB tem uma linha de zeros;

f) Se A tem uma coluna de zeros, então AB tem uma linha de zeros;

g) Se AB = 0, então A = 0 ou B = 0;

h) A igualdade $(AB)^2 = A^2B^2$ vale sempre;

i) A igualdade $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$.

j) Se AJ = A, então J é uma matriz identidade;

k) Se $A^2 = A$, então A = 0 ou A = I