

João Pedro da Ponte
Maria de Lurdes Serrazina

DIDÁCTICA DA MATEMÁTICA DO 1.º CICLO

Universidade Aberta

2000

Copyright © **UNIVERSIDADE ABERTA** – 2000

Palácio Ceia • Rua da Escola Politécnica, 147

1250 Lisboa

DL: 154504/00

ISBN: 972-674-313-3

Objectivos de aprendizagem

Com o estado deste Capítulo espera-se que:

- fique a conhecer os principais objectivos curriculares que os alunos devem desenvolver no 1.º ciclo da educação básica no domínio da Estatística;
- saiba indicar as razões pelas quais os alunos devem desenvolver as suas capacidades de organização e análise de dados;
- conheça as diversas etapas do processo de organização, análise de dados e o papel de cada uma delas;
- saiba quais são os principais aspectos que devem ser tidos em conta no planeamento de um estudo estatístico, na recolha, organização, representação e interpretação dos dados.

10. Organização e análise de dados

Objectivos de aprendizagem

Com o estudo deste Capítulo espera-se que:

- fique a conhecer os principais objectivos curriculares que os alunos devem desenvolver no 1º ciclo da educação básica no domínio da Estatística;
- saiba indicar as razões pelas quais os alunos devem desenvolver as suas capacidades de organização e análise de dados;
- conheça as diversas etapas do processo de organização e análise de dados e o papel de cada uma delas;
- saiba quais são os principais aspectos que devem ser tidos em conta no planeamento de um estudo estatístico, na recolha, organização, representação e interpretação dos dados.

Resumo

Programa 1º ciclo (p. 132)
O aluno deve desenvolver as seguintes capacidades:
• Construir e utilizar tabelas
• Construir e utilizar gráficos

Uma das capacidades a desenvolver é a de interpretar os dados estatísticos de acordo com o contexto em que se encontram (1999)

Um exemplo de um projecto realizado com alunos do 1º ciclo que envolve as áreas de Matemática, Estudo do Meio e Língua Portuguesa vem descrito em Cardoso, Maria; Ferreira, Célia; Costa, António (1999)

(Abrantes, Serrazina, e Oliveira, 1999, p. 107)

Resumo

A organização e análise de dados constitui uma parte de um Capítulo da Matemática – a Estatística – que tem uma grande importância na sociedade actual. Todos os cidadãos precisam de compreender informação numérica relativa ao mundo da economia, da política, da ciência, do desporto e grande parte desta informação é dada através de representações e indicadores estatísticos.

O trabalho de organização e análise de dados envolve quatro fases principais: recolha, organização e representação de dados e sua interpretação. A recolha de dados visa responder a um problema do nosso interesse, que pode envolver diversas questões específicas. À medida que recolhemos dados, temos necessidade de os organizar em tabelas de diversos tipos. Depois, temos necessidade de representar os dados em gráficos, por exemplo, gráficos de barras. Finalmente, é preciso interpretar os dados e tirar conclusões, actividade fundamental que dá sentido a todo o trabalho de organização e análise de dados.

10.1 Introdução

A Estatística é um ramo relativamente recente da Matemática que nos ensina a lidar com grandes massas de informação de natureza quantitativa. O programa do 1º ciclo da educação básica presentemente em vigor inclui alguns objectivos relacionados com este assunto¹, nomeadamente a construção e utilização de tabelas e gráficos de barras. A Estatística, especialmente no que se refere à organização e análise de dados, constitui um importante instrumento de interpretação do meio físico e social. O seu domínio é indispensável para a compreensão de muitos problemas e para um efectivo exercício da cidadania. É de prever que no futuro uma atenção ainda maior venha a ser dada a este assunto².

No 1º ciclo, os alunos precisam de desenvolver diversas competências fundamentais (ver Quadro XLVIII). É de notar que os conceitos de Estatística ensinados neste nível não colocam de um modo geral dificuldades especiais aos alunos e permitem uma boa articulação interdisciplinar com temas do ambiente, da saúde, do meio social, etc³.

Quadro XLVIII – Objectivos curriculares a atingir pelos alunos

- A predisposição para organizar dados relativos a uma situação ou a um fenómeno e para representá-los de modos adequados, nomeadamente recorrendo a tabelas e gráficos;
- A aptidão para ler e interpretar tabelas e gráficos à luz das situações a que dizem respeito e para comunicar os resultados das interpretações feitas;
- A tendência para dar resposta a problemas com base na análise de dados recolhidos e de experiências planeadas para o efeito;
- A aptidão para usar processos organizados de contagem na abordagem de problemas combinatórios simples;
- A sensibilidade para distinguir fenómenos aleatórios e fenómenos deterministas e para interpretar situações concretas de acordo com essa distinção;
- O desenvolvimento do sentido crítico face ao modo como a informação é apresentada.

(Abrantes, Serrazina, e Oliveira, 1999, p. 107)

¹ Programado 1º ciclo (p. 132):

Ao longo dos 4 anos deste ciclo [deverão realizar-se as] seguintes actividades:

- Construir e utilizar tabelas;
- Construir e utilizar gráficos.

² Uma discussão aprofundada sobre os objectivos do ensino da Estatística encontra-se, por exemplo, em Jacobsen (1989).

³ Um exemplo de um projecto realizado com alunos do 1º ciclo que envolveu as áreas de Matemática. Estudo do meio e Língua portuguesa vem descrito em Cardoso, Manicas, Ferreira, Calaxa, Cunha e Machado (1999).

No trabalho que realizam em Estatística, os alunos aprendem o significado de novos termos (tabela, frequência, gráfico de barras, média, mediana, moda...) e fazem bastante uso das operações numéricas já suas conhecidas (o que ajuda a consolidar as suas competências de cálculo). O trabalho a realizar deve ter por base temas e questões significativas, que justificam a actividade de recolha e tratamento de dados, e às quais se procura dar resposta no final. Não se pode cair no erro de reduzir o trabalho em Estatística a um conjunto de cálculos repetitivos acompanhados pela elaboração de uma ou outra tabela ou gráfico.

10.2 Tabelas

A pergunta, “Que altura tem a Irene?”, pode ser respondida com uma medida. A pergunta, “Que altura têm os alunos da classe?”, tem de ser respondida com a ajuda da Estatística. No Quadro XLIX vêm indicadas as alturas de vinte e um alunos de uma mesma turma do 4º ano de escolaridade. Os alunos surgem por ordem alfabética e as alturas estão em centímetros. Esta tabela permite-nos responder a diversas questões. Por exemplo, podemos facilmente saber qual é a altura de um certo aluno. A Irene é a aluna que surge em décimo lugar e, por simples inspecção na tabela, rapidamente ficamos a saber que mede 146 cm. Se olharmos para as outras linhas da tabela, verificamos que a Irene é mais alta que alguns e mais baixa que outros alunos da mesma turma.

Quadro XLIX – Tabela com as alturas dos alunos de uma classe

<i>Alunos</i>	<i>Altura (cm)</i>
1.ª Ana	146
2. António	147
3. Aurora	131
4. Carlos	126
5. Domingos	163
6. Eduarda	165
7. Fernando	151
8. Filipa	147
9. Francisco	158
10. Irene	146
11. Ivone	137
12. João	133
13. Júlio	146
14. Margarida	129
15. Noé	143
16. Nuno	159
17. Ricardo	155
18. Teresa	148
19. Vasco	144
20. Xavier	140
21. Zulmira	148

Se quisermos saber, de um modo geral, como se distribuem as alturas dos alunos desta turma, o quadro XLIX não nos ajuda muito. No entanto, podemos conseguir mais informação se ordenarmos os dados de outro modo. Por exemplo, podemos ordenar os alunos pela respectiva altura, do mais baixo para o mais alto⁴. Os dados organizados desta forma dizem-se ordenados (ver Quadro L).

Podemos agora tirar mais algumas conclusões. O aluno mais baixo tem 126 cm, o mais alto tem 165 cm, e a maioria dos alunos está na casa dos 140 cm. A Irene tem a mesma altura que dois outros alunos, é mais alta que oito e mais baixa que dez dos seus colegas.

⁴ Os alunos que têm a mesma altura podem ser ordenados de qualquer forma.

Quadro L – Tabela ordenada com as alturas dos alunos de uma turma

<i>Alunos</i>	<i>Altura (cm)</i>
Eduarda	165
Domingos	163
Nuno	159
Francisco	158
Ricardo	155
Fernando	151
Teresa	148
Zulmira	148
António	147
Filipa	147
Ana	146
Irene	146
Júlio	146
Vasco	144
Noé	143
Xavier	140
Ivone	137
João	133
Aurora	131
Margarida	129
Carlos	126

Podemos simplificar o trabalho de obter conclusões a partir de um conjunto de dados, organizando a informação disponível em intervalos. Uma forma natural de organizar os dados respeitantes às alturas destes alunos é em intervalos de 10 cm. Claro que poderíamos escolher outro intervalo, por exemplo, de 5 cm. Normalmente, o que nos interessa é escolher um intervalo que nos ajude a ver como se distribuem os dados, o que é conseguido com intervalos de 10 cm. Usando estes intervalos, obtemos cinco grupos, como se vê no Quadro LI. Este quadro mostra-nos uma **tabela de frequências**. Torna-se agora evidente que a maior parte dos alunos tem alturas entre 140 e 149 cm, havendo alguns alunos com alturas superiores e um número sensivelmente semelhante de alunos com alturas inferiores.

Quadro LI – Tabela de frequências das alturas dos alunos

<i>Intervalos</i>	<i>Frequências</i>
160-169	2
150-159	4
140-149	10
130-139	3
120-129	2

Também podemos organizar os dados por marcas, em que cada marca corresponde a um elemento. Podem fazer-se agrupamentos de 5, como nos mostra o quadro LII, o que dá um processo expedito de contagem. Uma vez os dados assim organizados, é fácil construir a respectiva tabela de frequências (Quadro LII).

Quadro LII – Processo de contagem com vista à construção de uma tabela de frequências

<i>Intervalos</i>	<i>Objectos contados</i>
160-169	
150-159	
140-149	### ###
130-139	
120-120	

Neste exemplo os dados são numéricos. Isso nem sempre acontece. Os alunos podem também trabalhar com dados nominais, caso em que se estabelece à partida um sistema de categorias em que os dados são classificados. Por exemplo, poderia ser feito um estudo sobre os animais domésticos que existem nas suas casas. Neste caso, numa turma de uma região urbana, as categorias a considerar seriam cão, gato, periquito, cágado... Numa turma de uma região rural seria preciso considerar outras categorias como vaca, cabra, ovelha, coelho, pombo...

É de notar que o uso de categorias e de intervalos remete para um processo semelhante: a classificação de objectos num conjunto de categorias

pré-definidas. Num caso as categorias correspondem a diferentes tipos de objectos, no outro caso correspondem a diferentes intervalos onde se insere a sua medida. Existe aqui, pois, uma importante relação entre dois temas da Matemática – a Estatística e a Medida.

10.3 Gráficos

Os dados obtidos acerca das alturas dos alunos podem ser representados num **gráfico de barras**. No nosso caso, o melhor é partir da tabela de frequências (Ver Figura 24).

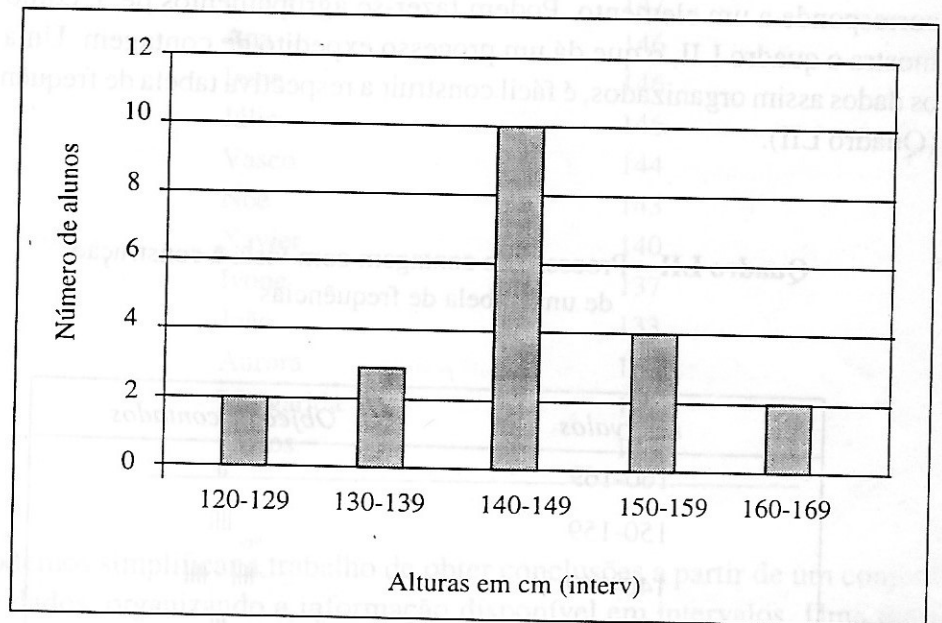


Figura 24 – Gráfico de barras com as alturas dos alunos.

No eixo horizontal (ou eixo dos XX) dispõem-se os diversos grupos, neste caso por ordem crescente. No eixo vertical (ou eixo dos YY) vêm indicadas as frequências. A altura da barra, para cada grupo corresponde ao valor da frequência respectiva.

Também por aqui se verifica que o grupo dos alunos que têm entre 140 e 149 cm é o que contém mais elementos. A distribuição é relativamente simétrica, ou seja, o aspecto das barras que ficam para um dos lados da barra central é semelhante ao aspecto das barras que ficam para o outro lado.

Os alunos podem construir gráficos de barras no seu caderno (de preferência, usando papel quadriculado), ou recorrendo ao computador. Existe *software* especialmente dedicado ao tratamento estatístico de dados, que eles facilmente aprendem a usar. Também é possível fazer muitos tipos de gráficos, de modo bastante simples, usando uma folha de cálculo.

Em vez de gráficos de barras, os alunos podem trabalhar com pictogramas. Num **pictograma** usa-se uma representação do nosso objecto, que se repete o número de vezes adequado, para indicar a quantidade de elementos que existe em cada categoria. No fundo, trata-se de uma representação semelhante ao gráfico de barras, onde a barra é substituída por um certo número de figuras (ou partes de figura) que representam o valor existente em cada categoria dos dados (ver figura 25).

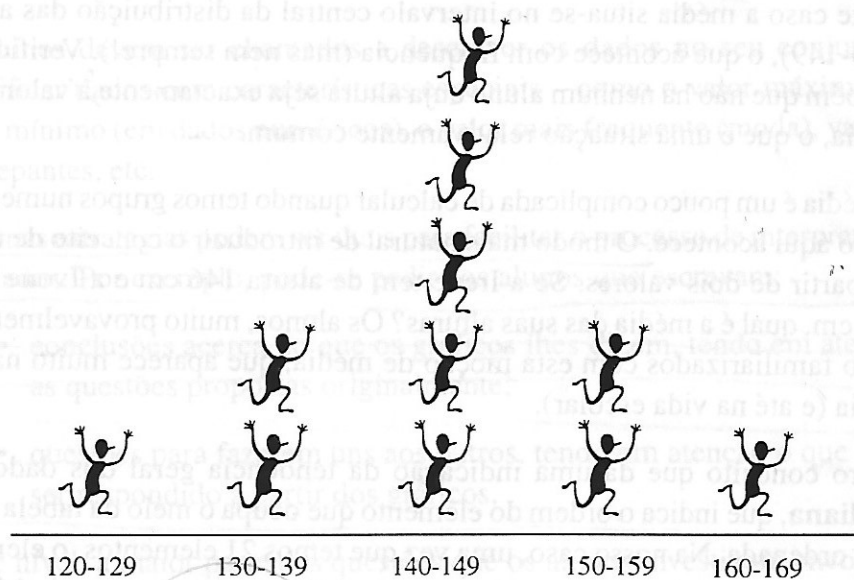


Figura 25 – Pictograma com as alturas dos alunos (cada boneco representa 2 alunos)

A compreensão de gráficos envolve questões de três níveis de complexidade. O nível mais elementar envolve a capacidade de ler directamente dados registados no gráfico para responder a uma questão concreta, sem necessidade fazer qualquer interpretação. O nível seguinte envolve a capacidade de responder a questões que envolvem comparações entre os dados. Finalmente, o nível mais avançado envolve a capacidade de responder a questões que envolvam alguma extrapolação, previsão ou inferência feita a partir dos dados fornecidos.

10.4 Média, mediana e moda

Os dados podem ser sintetizados através de variáveis estatísticas como a média e a moda. Trata-se de conceitos que estão ao alcance dos alunos destas idades.

A **média** dá uma indicação acerca do que é típico na distribuição dos dados. Obtém-se somando todos os valores das alturas dos alunos e dividindo pelo número de alunos. No nosso exemplo, a média é

$$\text{Média de alturas} = \frac{\text{Soma das alturas dos alunos}}{\text{Número de alunos}} = \frac{3062}{21} = 145,5$$

Neste caso a média situa-se no intervalo central da distribuição das alturas (140-149), o que acontece com frequência (mas nem sempre!). Verificamos também que não há nenhum aluno cuja altura seja exactamente o valor dessa média, o que é uma situação relativamente comum.

A média é um pouco complicada de calcular quando temos grupos numerosos, como aqui acontece. O modo mais natural de introduzir o conceito de média é a partir de dois valores. Se a Irene tem de altura 146 cm e a Ivone mede 137 cm, qual é a média das suas alturas? Os alunos, muito provavelmente, já estão familiarizados com esta noção de média, que aparece muito na vida diária (e até na vida escolar).

Outro conceito que dá uma indicação da tendência geral dos dados é a **mediana**, que indica a ordem do elemento que ocupa o meio da tabela numa lista ordenada. Na nosso caso, uma vez que temos 21 elementos, o elemento que tem tantos acima como abaixo dele é o 11º – é a Ana, que mede 146 cm. A mediana é, portanto, 146. Trata-se de um conceito mais complexo que o de média, mas que pode surgir de modo intuitivo se os alunos lidarem bastante com sequências ordenadas de elementos⁵.

Finalmente, a moda pode também ser usada para indicar a tendência geral dos dados. A **moda** é o valor que aparece com mais frequência. Trata-se de um conceito extremamente simples – na verdade mais simples que o próprio conceito de média. No nosso caso a moda é também 146, o único valor que aparece por três vezes.

⁵ Uma experiência de trabalho com alunos do 1º ciclo em que estes usaram o conceito de mediana encontra-se relatada em Canelas (1994).

10.5 Interpretação dos dados

Tendo estudado as tabelas e os gráficos feitos a partir dos dados de que dispomos podemos agora tentar responder à nossa questão original: “Que altura têm os alunos da classe?”

Vemos que eles, na sua maioria, têm alturas entre 140 e 150 cm, mas alguns apenas têm pouco mais de 120 cm enquanto outros ultrapassam os 160 cm. Podemos dar estas respostas sem fazer quaisquer contas, apenas pelo facto de termos organizado e representado os dados em tabelas e gráficos.

Calculando a média ou determinando a moda, ficamos com mais possibilidades de interpretação dos dados recolhidos. No nosso caso a média era 145.8 e a moda 146, valores que nos dão uma ideia mais precisa do que é típico acerca das alturas destes alunos.

Os alunos devem ser chamados a descrever os dados no seu conjunto e identificar dados com características especiais – como o valor máximo e o valor mínimo (em dados numéricos), o valor mais frequente (moda), valores discrepantes, etc.

Algumas estratégias podem ser úteis para facilitar o processo de interpretação dos dados. Por exemplo, pode-se pedir aos alunos que escrevam:

- conclusões acerca do que os gráficos lhes dizem, tendo em atenção as questões propostas originalmente;
- questões para fazerem uns aos outros, tendo em atenção o que pode ser respondido a partir dos gráficos.

Neste nível, a maior parte das questões que os alunos investigam envolvem populações inteiras (como a sua própria turma). O conceito de amostra só será introduzido mais tarde. No entanto, os alunos podem ser levados a pouco e pouco a reconhecer que o que se aplica a uma determinada população (por exemplo, a sua turma), não se aplica necessariamente a outra, mesmo que semelhante (como a turma da sala ao lado).

10.6 Fases do processo de organização e análise de dados

O trabalho de organização e análise de dados envolve quatro fases principais.

- 1) *recolha de dados;*
- 2) *organização dos dados;*

3) *apresentação dos dados;*

4) *interpretação e conclusões.*

Os alunos precisam, naturalmente, de adquirir experiência em todas estas fases de trabalho.

A recolha de dados deve surgir como resposta a um problema do nosso interesse, que pode envolver diversas questões específicas. Os dados podem ser recolhidos de muitas maneiras: por simples observação e contagem, através de questionários, ou através da análise de documentos. Para realizar a recolha de dados os alunos precisam de fazer operações como separar, classificar e contar. Este trabalho não poderá ser bem aproveitado se estas operações não estiverem bem definidas ou não forem feitas correctamente.

À medida que recolhemos dados, temos necessidade de os organizar. Uma forma muito usada de organizar dados numéricos é em tabelas de frequência. Estas tabelas podem respeitar valores simples ou a dados agrupados em intervalos.

Vários tipos de gráficos podem ser usados para representar os dados numéricos, sendo os gráficos de barras (verticais ou horizontais) os mais simples de construir e interpretar.

Finalmente, temos o momento de interpretar os dados e tirar conclusões, que é o mais importante mas também o mais difícil para os alunos. É esta actividade que dá sentido a todo o trabalho de organização e análise de dados. É através da interpretação de resultados, da sua comunicação aos outros alunos e ao professor e da sua discussão que os alunos podem desenvolver o seu espírito crítico, avaliando a importância deste ou daquele aspecto, a correcção das diversas interpretações e a validade das conclusões propostas.

A Estatística pode servir de suporte ao desenvolvimento de projectos por parte dos alunos, incidindo em questões do seu interesse (desporto, música, férias, tempos livres...), questões do seu meio social (população, transportes, serviços...) e mesmo relativas à escola (população escolar, recursos), ou aos próprios alunos (alturas, pesos, estrutura familiar...)⁶. Nestes projectos os alunos devem ter um papel activo na formulação das questões, na recolha e representação dos dados, e na sua interpretação e elaboração das respectivas conclusões.

⁶ Ver um exemplo de um projecto deste tipo em Canelas (1994).

Tarefas

1. Durante cinco dias consecutivos do mês de Dezembro, na actividade de observação do tempo, uma classe registou as seguintes temperaturas no exterior da sala de aula: 9° , 11° , 8° , 3° , 11° . Se, no sexto e no sétimo dia a temperatura se situar algures entre o valor máximo e o valor mínimo registados nos dias anteriores, entre que valores poderá variar a média dos sete dias?
2. Faça uma lista com 10 temas/questões, para além dos que são sugeridos ao longo deste Capítulo, que poderiam constituir bons pontos de partida para o trabalho de organização e análise de dados dos alunos do 4º ano de escolaridade.
3. Identifique os objectivos curriculares do programa de Matemática do 1º ciclo mais visados no projecto relatado em Cardoso, Manicas, Ferreira, Calaxa, Cunha e Machado (1999).

Leituras recomendadas

ABRANTES, P., SERRAZINA, L., E OLIVEIRA, I.

1999 *A Matemática na educação básica*. Lisboa: Departamento de Educação Básica do Ministério da Educação.

CANELAS, A.

1994 Medida e Estatística no 1º ciclo. *Educação e Matemática*, nº 30, pp. 25-27.