

# Controle $H_\infty$ - PPGEE - EPUSP

Lista 3 - entrega: 30/08/2016

Prof. Diego

Segundo Período 2016

## Problema 1

A estabilidade interna de um sistema em malha fechada com realimentação negativa é garantida se as quatro funções de transferência  $T_{yr}$ ,  $T_{yd}$ ,  $T_{ur}$ ,  $T_{ud}$  forem BIBO (*bounded-input-bounded-output*) estáveis (onde  $r$  é o sinal de referência,  $y$  é a saída,  $d$  é o distúrbio na saída da planta e  $u$  é o sinal de controle).

Prove as seguintes afirmações:

1. O sistema em malha fechada é internamente estável se a matriz de funções de transferência:

$$M = \begin{pmatrix} I & K \\ -G & I \end{pmatrix}^{-1}$$

é BIBO estável.

2. Se não há cancelamento de pólos instáveis com zeros entre  $G$  e  $K$  (e estes sistemas não possuem modos internos ocultos no SPD), basta que uma das quatro funções de transferência seja estável para que o sistema seja internamente estável.

## Problema 2

Suponha que  $u(t)$  é um sinal contínuo e cuja derivada  $\dot{u}(t)$  também é contínua. Quais das seguintes definições é uma norma? Justifique.

1.  $\sup_t |\dot{u}(t)|$
2.  $|u(0)| + \sup_t |\dot{u}(t)|$
3.  $\max\{\sup_t |\dot{u}(t)|, \sup_t |u(t)|\}$
4.  $\sup_t |\dot{u}(t)| + \sup_t |u(t)|$

## Problema 3

Suponha que  $G(s)$  é uma matriz de funções de transferência estritamente própria. Mostre que  $\|G\|_1 < \infty$ .

## Problema 4

Sejam as matrizes  $M$  e  $\Delta$  dadas por:

$$M = \begin{pmatrix} 12 & -3 & 2 \\ -1 & 7 & 8 \\ 5 & 3 & -1 \end{pmatrix} \quad \Delta = \begin{pmatrix} \Delta_{11} & \Delta_{12} & 0 \\ \Delta_{21} & \Delta_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \Delta_{33} \end{pmatrix}$$

onde os  $\Delta_{ij}$  são complexos e  $\|\Delta\|_\infty < 1$ .

1. Calcule o valor singular estruturado correspondente usando a função `mu` do MATLAB.
2. Construa um programa que calcula o valor singular estruturado de  $M$  em relação a  $\Delta$  usando as funções `max`, `eig` e `for-loop`. Compare os resultados.