



Ministério da Educação
Secretaria de Educação Básica
Diretoria de Apoio à Gestão Educacional

Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa

OPERAÇÕES NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS



Caderno **04**

Brasília 2014





MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
Secretaria de Educação Básica – SEB
Diretoria de Apoio à Gestão Educacional – DAGE

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)
Centro de Informação e Biblioteca em Educação (CIBEC)

Brasil. *Secretaria de Educação Básica. Diretoria de Apoio à Gestão Educacional.*

Pacto Nacional pela Alfabetização na Idade Certa: Operações na resolução de problemas / Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, Diretoria de Apoio à Gestão Educacional. – Brasília: MEC, SEB, 2014.

88 p.

ISBN 978-85-7783-142-5

1. Alfabetização. 2. Alfabetização Matemática. 3. Números. 4. Sistema de Numeração Decimal. 5. Operações.

Tiragem 362.388 exemplares

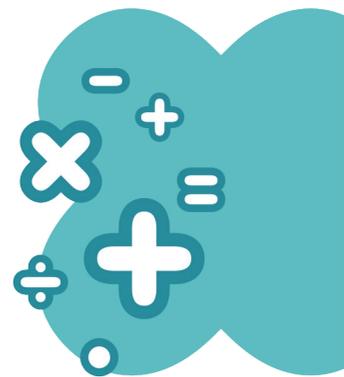
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA
Esplanada dos Ministérios, Bloco L, Sala 500
CEP: 70.047-900
Tel: (61) 2022-8318 / 2022-8320





Sumário

OPERAÇÕES NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS



05	Iniciando a Conversa
06	Aprofundando o Tema
06	Ao chegar à escola...
09	Cálculos e resolução de problemas na sala de aula
17	Situações aditivas e multiplicativas no ciclo de alfabetização
18	Situações aditivas
31	Situações multiplicativas
43	Sobre cálculos e algoritmos
59	Algoritmos tradicionais
70	As operações, as práticas sociais e a calculadora
75	Compartilhando
80	Para Saber Mais
80	Sugestões de Leituras
82	Sugestões de Atividades para os Encontros em Grupos
84	Atividades para Casa e Escola
87	Referências





CADERNO 4 | OPERAÇÕES NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Organizadores:

Carlos Roberto Vianna, Emerson Rolkouski

Autores:

Emerson Rolkouski, Ettiène Guérios, Neila Tonin Agranionih, Tania Teresinha Bruns Zimer

Autores dos Relatos de Experiência:

Alessandra Nacur Gauliki, Denise Ballão, Marina de Fátima Dolata

Comitê Gestor:

Adilson Oliveira do Espírito Santo, Liane Teresinha Wendling Roos, Mara Sueli Simão Moraes

Consultores:

Alexandrina Monteiro, Alina Galvão Spinillo, Antonio José Lopes, Celi Espasandin Lopes, Cristiano Alberto Muniz, Gilda Lisbôa Guimarães, Maria da Conceição Ferreira Reis Fonseca, Maria Tereza Carneiro Soares, Rosinalda Aurora de Melo Teles

Pareceristas *ad hoc*:

Adail Silva Pereira dos Santos, Adriana Eufrasio Braga Sobral, Ana Marcia Luna Monteiro, Carlos Eduardo Monteiro, Cecilia Fukiko Kamei Kimura, Clarissa Araújo, Gladys Denise Wielewski, Iole de Freitas Druck, Lilian Nasser, Maria José Costa dos Santos, Paula Moreira Baltar Bellemain, Paulo Meireles Barguil, Rute Elizabete de Souza Rosa Borba

Leitores Críticos:

Camille Bordin Botke, Enderson Lopes Guimarães, Flavia Dias Ribeiro, Helena Noronha Cury, Laíza Erler Janegitz, Larissa Kovalski, Leonora Pilon Quintas, Luciane Ferreira Mocrosky, Luciane Mulazani dos Santos, Marcos Aurelio Zanlorenzi, Maria do Carmo Santos Domite, Michelle Taís Faria Feliciano, Nelem Orlovski

Apoio Pedagógico:

Laíza Erler Janegitz, Nelem Orlovski

Revisão:

Célia Maria Zen Franco Gonçalves

Projeto gráfico e diagramação:

Labores Graphici





Iniciando a Conversa

5

Este material dá continuidade ao trabalho desenvolvido nos dois cadernos anteriores, agora focando os procedimentos operatórios. Observa-se que tais procedimentos são desenvolvidos em duas frentes: a conceitual e a procedimental. Os procedimentos dizem respeito a técnicas e estratégias de cálculo, mental ou escrito, assim como a usos de instrumentos como o ábaco e materiais manipuláveis, como o material dourado. A frente conceitual é relativa aos contextos, às ideias.

Na perspectiva do letramento, o trabalho com as operações deve estar imerso desde o primeiro momento, em situações-problema. Isso porque, adotamos como pressuposto a necessidade de que haja um entendimento sobre os usos das operações em diferentes contextos e práticas sociais.

Assim como no caderno anterior, o recurso aos jogos é essencial. Isso porque as crianças, em situações espontâneas de brincadeira, fazem pequenos cálculos e resolvem problemas. O trabalho pedagógico passa a ser então, de forma intencional, promover mais atividades dessa natureza, sistematizando o conhecimento construído.

Este caderno trata então, não somente de práticas que podem ser desenvolvidas, mas também aborda as situações aditivas e multiplicativas, bem como apresenta maneiras de desenvolver o trabalho com o cálculo escrito.

Assim, são objetivos deste caderno, oferecer subsídios teóricos e práticos para amparar práticas pedagógicas com o intuito de garantir que a criança possa:

- elaborar, interpretar e resolver situações-problema do campo aditivo (adição e subtração) e multiplicativo (multiplicação e divisão), utilizando e comunicando suas estratégias pessoais, envolvendo os seus diferentes significados;
- calcular adição e subtração com e sem agrupamento e desagrupamento;
- construir estratégias de cálculo mental e estimativo, envolvendo dois ou mais termos;
- elaborar, interpretar e resolver situações-problema convencionais e não convencionais, utilizando e comunicando suas estratégias pessoais.





6



Aprofundando o Tema

AO CHEGAR À ESCOLA...

Ettiene Cordeiro Guerios

Neila Tonin Agranionih

Tania Teresinha Bruns Zimer

Ao chegar à escola muitos são os conhecimentos trazidos pelas crianças. Movidas pela curiosidade investigativa, em situações envolvendo as brincadeiras comuns ao cotidiano infantil, constroem hipóteses próprias sobre quantidade, espaço, tempo, escritas numéricas, bem como se envolvem, ao explorar objetos, em ações que requerem quantificar, comparar, contar, juntar, tirar, repartir, entre outras, na resolução de pequenos problemas de modo prático e também simbólico.

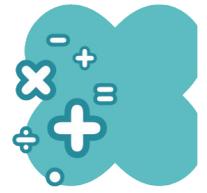
Relações matemáticas com números estão em evidência no cotidiano das pessoas e isso não é diferente quando se trata de crianças. Por exemplo, ao observar um grupo de alunos brincando durante o intervalo das aulas (recreio ou horário do lanche), pode-se constatar que muitas brincadeiras requerem algum tipo de contagem ou quantificação (amarelinha, queimada ou caçador, STOP, esconde-esconde, etc.), e também, possibilitam que estabeleçam relações espaciais e temporais e, em alguns casos, realizem cálculos e resolvam problemas.

Tais atividades contribuem para a construção de esquemas que favorecem o desencadear do processo de compreensão das operações básicas: adição, subtração, multiplicação e divisão. Do mesmo modo, permitem a interação das crianças com diferentes formas de registros simbólicos, tais como números de canais de televisão, números de telefone, preços de mercadorias, placas de carro, o que contribui para a gradativa familiarização com as escritas numéricas e com o sistema de numeração decimal.

É possível constatar, também, modos próprios das crianças lidarem com situações empregando processos cognitivos diversos que estão envolvidos no raciocínio matemático, tais como, o estabelecimento de relações parte-todo, a realização de transformações de uma das partes que compõem o todo, comparações, composição entre quantidades de diferentes grupos, retirada ou inclusão de quantidades em relação a certo grupo, repartições, distribuições e divisão de certa quantidade, combinações e comparações entre objetos em quantidades preestabelecidas, entre outras.

Ao chegar à escola, juntamente com a riqueza de conhecimentos possibilitada pelas suas vivências, as crianças trazem o desejo e a urgência de aprender mais, e, em relação à Matemática, almejam aprender a escrever números “grandes” e “fazer contas”.





É fato que, nas escolas, por muito tempo, a ênfase do ensino da Matemática esteve nas técnicas operatórias e na compreensão dos algoritmos em si e pouca atenção foi dada à compreensão dos conceitos matemáticos e às propriedades envolvidas nas operações. Esta realidade contribui para que muitas crianças se desmotivem e gradativamente, percam o gosto e o interesse em aprender matemática.

Neste caderno, tratamos de cálculos e operações no Ciclo Inicial da Alfabetização. Ao focarmos os cálculos numéricos e as operações matemáticas de adição, subtração, multiplicação e divisão, buscamos fazê-lo de modo integrado aos processos de construção de conceitos que envolvem as quatro operações e seus modos de representação.

Muitas vezes a atividade matemática escolar é organizada apenas a partir de exercícios nos quais a meta é aprender a realizar cálculos (mentais e escritos) e a usar algoritmos, de modo a tornar a rotina na sala de aula marcada por intermináveis exercícios sem significado para os alunos.

Algoritmos são procedimentos de cálculo que envolvem técnicas com passos ou sequências determinadas que conduzem a um resultado.

É insuficiente um aluno saber “fazer contas” mecanicamente, se não souber as ideias matemáticas que lhes são pertinentes. Por exemplo, pouco adianta a um aluno saber fazer “conta de mais”, em outras palavras, saber utilizar o algoritmo da adição, se não souber desenvolver estratégias que lhe permitam resolver um problema que tenha sido solicitado em sala de aula ou na própria vida fora da escola. Esta prática não é a pretendida no ensino da Matemática.

O uso de algoritmos deve estar associado à compreensão pelos alunos dos significados conceituais nele envolvidos. Por exemplo, a compreensão da adição como operação matemática e também a compreensão dos processos do próprio algoritmo da adição. É necessário considerar que o uso de algoritmos pode ser feito de forma mecânica sem que haja a compreensão dos agrupamentos envolvidos nos processos de cálculo, como o “vai um”, por exemplo. Por outro lado, o cálculo pode estar fundamentada na compreensão das propriedades do sistema de numeração decimal que sustentam o algoritmo, ou seja, na compreensão dos agrupamentos e reagrupamentos em base dez.

Aprender sobre adição, subtração, multiplicação e divisão requer aprender muito mais do que procedimentos de cálculo. Mais do que destreza no fazer contas – e habilidade nas técnicas operatórias, espera-se que os alunos compreendam o que fazem e construam os conceitos envolvidos nessas operações, e é neste sentido, que se estabelece, neste caderno, um diálogo com a Resolução de Problemas.





8

OPERAÇÕES NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Esta perspectiva metodológica contribui significativamente para que a atividade matemática seja desenvolvida de modo a valorizar a compreensão conceitual inerente aos procedimentos de cálculos durante toda a escolaridade e, marcadamente, desde o Ciclo de Alfabetização do Ensino Fundamental.

Durante um bom tempo, problemas matemáticos foram utilizados na sala de aula como uma forma de treinar o uso de algoritmos. Estas práticas ainda persistem em muitas escolas. No contexto de formação na área de matemática do PACTO, entende-se que a Resolução de Problemas deve desencadear a atividade matemática. Uma proposta pedagógica pautada na Resolução de Problemas possibilita que as crianças estabeleçam diferentes tipos de relações entre objetos, ações e eventos a partir do modo de pensar de cada uma, momento em que estabelecem lógicas próprias que devem ser valorizadas pelos professores. A partir delas, os alunos podem significar os procedimentos da resolução e construir ou consolidar conceitos matemáticos pertinentes às soluções.

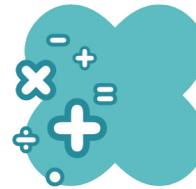
Um problema não é um exercício ao qual o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema quando o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão proposta e a estruturar a situação que lhe foi apresentada. Esta afirmação evidencia que problemas matemáticos em que o aluno não precise pensar matematicamente e desenvolver estratégias de resolução, ou seja, não precise identificar o conceito matemático que o resolve, transforma-se em simples exercício, ou seja, em apenas fazer contas.

Mas, o que é, então, um problema matemático?

Um problema matemático é uma situação que requer a descoberta de informações desconhecidas para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, no entanto é possível construí-la.

O processo de construção de solução pelo aluno é fundamental para a aprendizagem e dará sentido matemático para os cálculos e operações que efetuará. É portanto, no interior da atividade de resolução de problemas, que o trabalho com os cálculos deve ser efetivado na sala de aula. É sobre esse tema que tratará o próximo artigo.





CÁLCULOS E RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS NA SALA DE AULA

Ettiene Cordeiro Guerios
Neila Tonin Agranionih
Tania Teresinha Bruns Zimer

Um aspecto fundamental na atividade com resolução de cálculos e problemas em sala de aula é que os professores observem e considerem os modos próprios de resolução e de aprendizagem de cada criança.

Ilustramos essa afirmação apresentando exemplos de estratégias diferentes para resolução de um problema proposto aos alunos por uma professora. Observem que as crianças elaboram estratégias e evidenciam o raciocínio que empregam, ao contrário de apenas executarem mecanicamente cálculos previamente indicados para serem feitos, sem compreensão conceitual.

Exemplo:

- Um aquário tem 15 peixes de cor amarela e verde. 6 peixes são da cor amarela. Quantos são os peixes da cor verde?

Observe as estratégias que as crianças elaboraram para essa resolução.

NOME: ANA GABRIELI IDADE: 6

UM AQUÁRIO TEM 15 PEIXES DE COR AMARELA E VERDE. 6 PEIXES SÃO DA COR AMARELA. QUANTOS SÃO OS PEIXES DA COR VERDE?

NOME: GUILHERME IDADE: 11 anos ANO: 2013

UM AQUÁRIO TEM 15 PEIXES DE COR AMARELA E VERDE. 6 PEIXES SÃO DA COR AMARELA. QUANTOS SÃO OS PEIXES DA COR VERDE? 9

DIV
15
- 06

09

RESPOSTA: 9 peixes são verdes

Arquivo dos autores

NOME: Maria IDADE: 8 anos ANO: 2013

UM AQUÁRIO TEM 15 PEIXES DE COR AMARELA E VERDE. 6 PEIXES SÃO DA COR AMARELA. QUANTOS SÃO OS PEIXES DA COR VERDE?

15
- 06

09

RESPOSTA: 9 PEIXES

A partir da resolução das crianças é possível perceber as estratégias e aprendizagens de cada uma.





10

OPERAÇÕES NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

- Ana Gabrielli inicialmente desenhou os 15 peixes em sequência. A seguir, pintou os últimos 6 de amarelo e os restantes de verde. Contou então os peixes verdes e escreveu o resultado 9 ao lado. Observe que Ana Gabrieli espelhou a grafia do 9. Ana Gabrielli resolveu o problema pela contagem da diferença entre os peixes amarelos e os demais e mostra estar aprendendo a grafia dos algarismos.
- Anita pintou em cores diferentes os dados do problema, escreveu o valor encontrado ao lado do enunciado, pintou e escreveu a resposta: “9 peixes são verdes”. Inicialmente, desenhou os 15 peixes agrupados em duas linhas utilizando critério aparentemente estético, pintou os seis primeiros de amarelo e os restantes de verde. Ao lado da representação pictórica fez o cálculo usando o algoritmo tradicional da conta armada e fez mais uma representação pictórica com pequenas bolinhas. Anita compôs sua estratégia de resolução utilizando três representações, que nos parecem complementares.
- Maria desenhou os 15 peixes, fez dois grupos de 6, abaixo, usou o algoritmo tradicional da subtração $15 - 6 = 9$ e ao lado fez mais uma representação pictórica. Percebe-se que tentou outras estratégias anteriormente, pois há sinais de escritas apagadas que embora não legíveis, evidenciam tentativas de Maria. Na resposta encontramos marca apagada da escrita 24. Faz-nos pensar que em determinado momento Maria encontrou 9 como resultado de suas estratégias, mas, ao elaborar a resposta, continuou efetuando cálculos, sem entender exatamente o que solicitava o enunciado. A resposta 24 apagada pode ser o cálculo da adição do 9 ao 15 presente no enunciado.

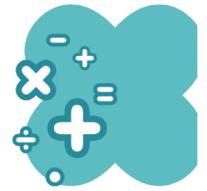
O que essas diferentes estratégias permitem considerar?

Os três alunos desenvolveram estratégias diferentes e todas conduziram à resolução correta do problema. Evidenciam movimentos cognitivos diferentes em função de conhecimentos matemáticos mobilizados por cada uma delas. Maria evidencia que está em processo de construção conceitual, mas que requer atenção, uma vez que pode estar operando com dados numéricos do problema sem ter compreendido a situação presente no problema e, sem saber o que necessita, matematicamente, fazer.

Observe, agora, como Anita realizou a atividade. A professora dela tem uma orientação própria para resolução dos problemas que passa para seus alunos: eles devem colorir os dados e a pergunta do problema para evidenciá-los. É importante salientar que são os alunos que devem identificar quais são esses dados e qual a pergunta do problema e pintá-los adequadamente. Se os professores indicarem previamente quais os dados a serem pintados, ou se pintarem os dados no quadro antes de os alunos os identificarem, o potencial didático da Resolução de Problemas estará comprometido, porque será reduzido à resolução das contas envolvidas no enunciado. Lembre que o potencial da atividade está, exatamente, em que os alunos compreendam a **situação-problema** e elaborem a estratégia de resolução.

Ao nos depararmos com uma situação e fazermos perguntas sobre a mesma, a transformamos em uma situação-problema. Nesse caderno utilizaremos, sem fazer distinção, problemas e situações-problema.





Se os alunos compreenderem a situação configurada, então poderão pensar sobre ela e identificar o conhecimento matemático que a resolve. Ana Gabrielli, Anita e Maria, por exemplo, desenvolveram estratégias diferentes para resolver o mesmo problema, mas, mesmo que as estratégias tenham sido distintas, cada uma a seu modo, chegou à resposta correta.

É possível afirmarmos que as crianças envolvidas na atividade descrita, Ana Gabrielli, Anita e Maria, construíram as ideias matemáticas pertinentes ao problema? Não podemos afirmar, categoricamente, que sim. O que podemos afirmar é que as estratégias que realizaram evidenciam um processo de construção conceitual, nesse caso, das operações matemáticas pertencentes ao campo conceitual aditivo, que será, explorado mais adiante.

A socialização dessas estratégias desenvolvidas pelos alunos é um recurso a mais para que os mesmos percebam as diferentes possibilidades de resolução de um problema. É interessante que os caminhos pensados e construídos para chegar às respostas sejam discutidos pelo grupo de alunos. Por exemplo, na resolução de Maria ao problema apresentado anteriormente, seria relevante questionar o significado do "9" e do 24, assim como as relações entre "6", "9" e "15" no contexto do problema o que possibilitará que os alunos se apropriem de diferentes procedimentos. Para tal, é importante também promover a reflexão sobre os caminhos percorridos e as respostas obtidas, bem como, valorizar as estratégias realizadas.

É importante que as estratégias individuais sejam estimuladas. São elas que possibilitam aos alunos vivenciarem as situações matemáticas articulando conteúdos, estabelecendo relações de naturezas diferentes e decidindo sobre a estratégia que desenvolverão. A socialização dessas estratégias com toda a turma amplia o repertório dos alunos e auxilia no desenvolvimento de uma atitude mais flexível frente a resolução de problemas.

Em primeiro lugar, é preciso que as crianças interpretem a situação-problema vivenciada, compreendam o enunciado do problema, seja oral ou escrito. Ao compreenderem, poderão estabelecer relações entre o que a situação propõe por meio do enunciado e os conhecimentos matemáticos a ela pertinentes.

Para auxiliar as crianças nessa compreensão, diversas estratégias poderão ser utilizadas. Pode-se tomar um texto de um problema em que faltem partes para que as crianças as completem. Em outro momento, podem ser dados textos de problemas com excesso ou falta de dados. Estratégias como essas auxiliam a romper com o contrato didático que tem levado as crianças a apenas procurarem a operação necessária para encontrar a solução.





Por isso, é importante que os professores dediquem um tempo para a interpretação da situação proposta para ser resolvida. Compreendida a situação proposta, oralmente ou no enunciado do problema, os alunos terão condição de desenvolver as estratégias de resolução. É nesse momento que mobilizarão conceitos matemáticos conhecidos e fundamentarão os que estão em processo de construção conceitual. É o importante momento em que os alunos decidirão COMO resolver. Cabe aqui uma observação: este momento só terá valor didático se, de fato, o aluno mobilizar seu pensamento para a construção da estratégia de resolução. Se os alunos estiverem repetindo procedimentos, ou executando o que lhes for dito para fazer, não estarão desenvolvendo estratégias de resolução. O problema estará se convertendo em exercício de repetição ou em execução algorítmica. Observe-se que, nesses casos, a atividade matemática em si (resolver problema por repetição de procedimento ou por execução do que foi dito para fazer) pode ocorrer; o que pode não acontecer é a compreensão conceitual, pois a atividade matemática assim orientada não permite que ocorra. Por isso, enfatizamos que a Resolução de Problema, ou de situação-problema, possibilita uma aprendizagem matemática conceitual.

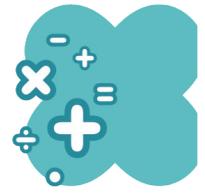
Construída a estratégia, o aluno realizará os cálculos, promoverá a solução, chegará à resposta. A realização dos cálculos pode ocorrer de diferentes modos. Pode ser a algorítmica propriamente dita, oral, pictórica, com a utilização de material dourado ou de outro modo que expresse a resolução da estratégia construída.

É interessante que os alunos reflitam sobre a resposta obtida. Os professores devem incentivar os alunos a compararem a resposta obtida com o enunciado do problema, ou com a situação-problema que gerou a necessidade de solução. É preciso que argumentem se a resposta obtida faz sentido no contexto do problema. É preciso examinar o sentido matemático da resposta. Nesse momento, se os alunos perceberem inconsistência entre resposta e dados do problema, eles mesmos deverão rever a estratégia.

O trabalho com Resolução de Problemas sempre envolve aspectos mais amplos da construção dos conhecimentos escolares, a começar pelo fato destes conhecimentos estarem inseridos em contextos. A seleção que o professor fizer sobre os contextos, a delimitação das aproximações que eles terão com o universo de experiências vividas pelos alunos, será fundamental para determinar o grau de envolvimento das crianças com as questões que lhes forem propostas. Em seguida, trabalhados coletivamente os enunciados dos problemas, cada aluno deve ser estimulado a questionar sua própria resposta, a questionar os dados e o enunciado do problema, e, deste modo, instigado a transformar os dados e sua solução em uma fonte para novos problemas. Esse procedimento coloca em evidência alguns pressupostos em relação ao ensino e a aprendizagem que superam a perspectiva da simples “reprodução de conhecimentos”.

A professora da Rede Municipal de Curitiba, Alessandra Nacur Gauliki, trabalha com Resolução de Problemas em sua prática cotidiana. Ela disponibilizou sua experiência conforme o relato a seguir.





O TRABALHO COM O ENSINO DA MATEMÁTICA

Alessandra Nacur Gauliki

Considerando a importância da Matemática para a vida cotidiana e acadêmica, o estudo dessa área do conhecimento deve ser instigante e desafiador e possibilitar ao estudante a criação de suas próprias estratégias de resolução de problemas ou execução de exercícios que envolvam o raciocínio lógico-matemático. Trabalhar com a matemática engloba, antes de tudo, proporcionar ao estudante a possibilidade de resolver situações desafiadoras e utilizar estratégias e mecanismos que favoreçam essas ações.

A prática de sala de aula requer que nós professores sejamos conhecedores da gênese do que queremos ensinar. As perguntas norteadoras que ajudam nesse processo são: O que vou ensinar? Para que vou ensinar? Como vou ensinar e por que vou ensinar? Precisamos saber a que objetivo pretendemos chegar ou atingir com determinado conteúdo de ensino. Diante desse pressuposto, faz-se necessário tornar essa prática permeada de significação para que a aprendizagem aconteça de forma efetiva.

Quando trabalho com uma situação-problema, por exemplo, proporciono às crianças, primeiramente, um momento para que haja uma efetiva interpretação do que está sendo solicitado; questiono quais são os dados pertinentes ao problema (peço até para contornarem esses dados com cores diferenciadas, valores numéricos de uma cor, pergunta de outra cor e assim por diante); quais hipóteses posso abstrair para resolver o problema; como, de que forma vou resolvê-lo (com desenhos, dividir o problema em partes para facilitar o desenvolvimento das ações) e por fim o uso do algoritmo e os cálculos necessários. Em problemas de análise combinatória, se faz necessário levar para a sala de aula os elementos que o compõem, mostrando às crianças as diversas possibilidades de combinações que podem ser compostas, de forma que possam visualizar e manipular os dados do problema e posteriormente fazer todos os registros necessários.

Veja este exemplo de problema multiplicativo, envolvendo a ideia aditiva e multiplicativa: 1º passo) Fizemos a leitura e interpretação do problema; 2º passo) Pintamos os algarismos de uma cor e a pergunta do problema de outra; 3º passo) Desenvolvemos a estratégia que elaboramos, primeiro com o material dourado e após o registro com desenho; 4º passo) Pintamos na malha quadriculada as quantidades obtidas com a manipulação do material dourado; 5º passo) Realizamos





os cálculos envolvendo a ideia aditiva e multiplicativa; 6º passo) Voltamos à parte grifada em vermelho, perguntamos aos estudantes o que estava sendo questionado e desenvolvemos a resposta.

Para a festa do pijama, Crisiana fez 9 conchas. Tem 4 pratos em cada uma. Quantos pratos Crisiana fez?

9 9
x 4 9
--- 9
36 36

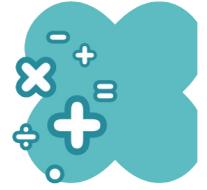
R: Crisiana fez 36 conchas

Arquivo dos autores

Procuro realizar o ensino da matemática, na medida do possível, de forma interdisciplinar. Delimito um tema a ser abordado e desenvolvo uma sequência didática que contemple entre outras, a área da matemática, não esquecendo no entanto, o objeto de estudo de cada área do conhecimento. Percebo assim, que os estudantes estabelecem uma melhor compreensão e assimilação do conteúdo abordado.

Aos estudantes que apresentam dificuldades de aprendizagem em matemática, torna-se imprescindível um trabalho diferenciado, que proporcione ao educando a manipulação de material concreto, como: material dourado, régua numérica, problemas esquematizados em partes, entre outros, com o objetivo de se atingir a curiosidade e a motivação, para que a criança consiga formar seus esquemas de representação mental para posteriormente promover a consolidação do conhecimento. Ao professor também é necessário conhecer em que etapa de desenvolvimento cognitivo encontra-se o seu aluno, para que dessa forma, possa lhe proporcionar atividades condizentes com sua real possibilidade de compreensão. Ou seja, quando uma criança apresenta uma dificuldade em Matemática, temos que "desenrolar o novelo", para sabermos exatamente onde está o fio da meada, detectando assim onde se encontra a sua dificuldade e partir daquele ponto para posteriormente ajudá-la em sua superação.





No relato da Professora Alessandra, observamos como ela organiza a atividade com Resolução de Problemas. A compreensão pelos alunos da situação-problema é evidente, como também é evidente que a prática por ela adotada privilegia a construção das estratégias de resolução e a análise do resultado obtido. Vamos, a seguir, abordar aspectos importantes no trabalho com Resolução de Problemas.

Análise de estratégias que levam a erros

Até aqui abordamos estratégias que conduzem a respostas corretas pelos alunos. E o que fazer diante de estratégias que conduzem a erros?

Há várias situações que dificultam a construção de estratégias resolutivas e que, conseqüentemente, conduzem os alunos a erros. Citamos aqui erros de duas naturezas: os decorrentes de dificuldades linguísticas e os decorrentes de compreensão de natureza matemática.

Os de natureza linguísticas são decorrentes das dificuldades de compreensão de textos, considerando que o enunciado dos problemas é um texto, seja ele apresentado de modo oral ou escrito. Os de natureza matemática são os decorrentes de limitações na compreensão de conceitos envolvidos impedindo o estabelecimento das relações necessárias para a solução do problema.

Guérios e Ligeski (2013) desenvolveram pesquisa com alunos do Ensino Fundamental em atividades com Resolução de Problemas e identificaram os seguintes fatores, entre outros, que levam os alunos a erros:

- *Ausência de compreensão ou compreensão inadequada na leitura:* o aluno não compreendeu o que leu e, conseqüentemente, não identificou uma situação a ser resolvida matematicamente, ou seja, não pode desenvolver estratégia alguma de resolução;
- *Ausência ou equívoco de compreensão matemática:* o aluno compreendeu o que leu mas não identificou o conceito matemático que o resolve.

Embora as autoras tenham identificado tais dificuldades em situação de leitura, esclarecemos que a mesma não ocorre apenas da leitura feita pelo aluno, pois muitas vezes a dificuldade persiste mesmo quando o enunciado é lido para o aluno.

Devemos observar atentamente se os alunos estão compreendendo os problemas e/ou seus enunciados. É imperativo que compreendam, porque é a partir dessa compreensão que haverá atividade matemática. Erros que equivocadamente são considerados dificuldades de aprendizagem em Matemática, algumas vezes, têm sua origem na falta de compreensão do problema ou do seu enunciado. Por isso é importante que os professores analisem a origem dos erros dos alunos para poder ajudá-los na aprendizagem.





16

As pesquisadoras identificaram uma terceira situação não caracterizada por ausência de compreensão, mas pela evidência de que o aluno está em processo de construção conceitual ao realizar tentativas de resolução testando diferentes caminhos. No caso de Maria, comentado anteriormente, percebemos que ela errou para acertar.

Analisar as tentativas ajuda a compreender como as crianças aprendem, como elaboram suas estratégias, qual seu ritmo de aprendizagem e, principalmente, como está acontecendo a base estruturante do pensamento matemático dos alunos.

Erros de compreensão do contexto delineado pelo problema ocorrem e são bastante comuns. Nestes casos, deve-se retornar à busca de sentido da situação. Devemos atentar para verificar o que os alunos erraram. Isto pode ser ocasionado por um erro de cálculo, uma distração, ausência de compreensão ou compreensão equivocada tanto do enunciado como do conhecimento matemático a ele pertinente para a solução. Para cada uma das possibilidades há estratégias diferenciadas de intervenção pedagógica.

De fato, os processos resolutivos das crianças dizem muito sobre como estão aprendendo e a resolução de problemas e de situações-problema possibilitam ao professor identificar se respostas numéricas obtidas representam aprendizagem efetiva.

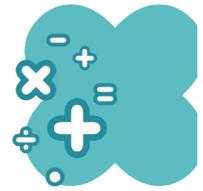
Devemos também ficar atentos quando as crianças se valem de *indícios linguísticos* presentes nos problemas para realizar cálculos que conduzam à solução. Por exemplo, considere o problema a seguir:

- **Ana tem 5 doces e Maria tem 8 doces. Quantos doces Maria tem a mais?**

Se diante desse problema adicionarem $5 + 8 = 13$, induzidos pela palavra “mais” presente no enunciado, temos um forte indício de que não compreenderam conceitualmente as operações necessárias para resolvê-lo.

Podem, também, ao terem sido expostas a um ensino baseado em palavras-chaves relacionadas com operações (mais, juntar, ganhar, etc. implicam no uso do algoritmo da adição, assim como tirar, perder, etc., implicam no uso do algoritmo da subtração), simplesmente terem deduzido se tratar de uma adição. É preciso que sejam trabalhadas as respostas dos alunos, identificando como pensaram para podermos encontrar circunstâncias reveladoras do processo de aprendizagem de cada um. Veremos no texto seguinte que o uso de palavras-chave relacionados com as operações pode levar a equívocos.





SITUAÇÕES ADITIVAS E MULTIPLICATIVAS NO CICLO DE ALFABETIZAÇÃO

Ettiene Cordeiro Guerios
Neila Tonin Agranionih
Tania Teresinha Bruns Zimer

É bastante comum que as crianças e também adultos relacionem aprender Matemática com aprender a fazer contas uma vez que por muito tempo o ensino de cálculos foi enfatizado no ciclo inicial do Ensino Fundamental. Por conta disso, muitas crianças desenvolveram e desenvolvem habilidades algorítmicas, nessa fase da escolarização, muito mais do que habilidades de resolução de problemas.

*Professor, que conta tem que fazer? É de mais ou de menos?
É de vezes ou de dividir?*

Perguntas como essas são bastante comuns na prática cotidiana de muitos professores. Se os alunos perguntam recorrentemente que contas devem fazer diante de problemas matemáticos, possivelmente não estão compreendendo as ideias envolvidas no problema e/ou não atribuem significado aos algoritmos que sabem usar. Para aprender matemática precisam saber mais do que fazer contas: é importante saber o que os cálculos significam e compreender os conceitos envolvidos nas operações que representam. Exemplo disso é o fato de que diferentes problemas podem ser resolvidos com o mesmo cálculo, como pode ser observado a seguir:

Exemplos:

- **Em um vaso há 3 rosas amarelas e 5 rosas vermelhas. Quantas flores há no vaso?**

$$3 + 5 = 8$$

Resposta: no vaso há 8 flores.

- **Luísa tinha alguns lápis de cor em seu estojo. Perdeu 3 lápis de cor durante a aula de artes e ficou com 5. Quantos lápis de cor Luísa tinha em seu estojo no início da aula de artes?**

$$3 + 5 = 8$$

Resposta: Luísa tinha em seu estojo 8 lápis de cor.

O primeiro problema é facilmente resolvido pelas crianças. Já o segundo envolve um raciocínio mais complexo, a compreensão da adição como operação inversa da subtração, tornando-se mais difícil para as crianças, mesmo que consigam realizar com tranquilidade o cálculo numérico $3 + 5 = 8$. Ou seja, saber fazer a conta não é suficiente, é necessário compreender a operação envolvida no problema. É necessário construir os conceitos envolvidos nas operações.

Vergnaud (2009) afirma que conceitos não podem ser compreendidos de modo isolado, mas sim a partir de campos conceituais. Isto implica em considerar que





conceitos, como por exemplo, de adição e subtração, envolvem e são envolvidos por situações, estruturas, operações de pensamento e representação que se relacionam entre si. Assim, adição e subtração fazem parte de um mesmo campo conceitual denominado aditivo. Do mesmo modo, multiplicação e divisão fazem parte do campo conceitual denominado multiplicativo.

Apresentamos uma proposta de trabalho com cálculos as operações básicas que contempla a construção de conceitos a partir de campos conceituais, partindo de situações que promovem o pensamento operatório e suas diferentes formas de representação. É importante salientar que as classificações de situações são conhecimentos importantes para a prática docente, pois permitem ao professor propor e selecionar situações variadas, as quais levarão as crianças a uma maior compreensão das situações envolvidas. Por outro lado, isso não deve levar o professor a tomar como conteúdo de sala de aula a classificação dos problemas, ou mesmo, trabalhá-los separadamente com as crianças. Tal prática, pode levar as crianças a decorar procedimentos de resolução, o que não é adequado na atividade matemática escolar.

Situações Aditivas

A vivência trazida pela criança no início do processo de escolarização não é pequena e, acrescentamos, não deve ser ignorada. Trata-se de uma riqueza a ser considerada e explorada no processo de alfabetização matemática. Ao ingressarem na escola, as crianças já conseguem resolver problemas que envolvem situações aditivas simples, coordenando ações de “juntar”, “ganhar” e “perder”, por exemplo, com ou sem auxílio de objetos ou registros escritos, uma vez que são as primeiras representações que as crianças formam sobre adição e subtração, antes mesmo de ir para a escola, nas brincadeiras, na interação com outros, enfim, nas relações que estabelecem no seu dia a dia (MAGINA et al., 2001; NUNES; BRYANT, 1997). Por outro lado, a coordenação dessas ações com a **contagem**, constitui um procedimento bastante eficaz na resolução de situações-problema, e merece uma atenção especial no início da escolarização.

A atividade de contagem permite que as crianças construam estratégias que lhes possibilitam resolver problemas de complexidade crescente. Mas, para tanto, conforme Orrantia (2000), há necessidade de desenvolver algumas habilidades, dentre elas:

- começar a contagem a partir de qualquer ponto arbitrário da série numérica, por exemplo, contar a partir do 6;
- identificar o último objeto contado como o cardinal que expressa a quantidade total sem necessidade de contar os objetos novamente;
- estender a contagem iniciada no primeiro conjunto ao segundo conjunto de tal forma que o **primeiro** objeto deste seja considerado o número seguinte





na sequência de contagem, por exemplo: na adição de um conjunto de 3 lápis com um outro de 4 lápis, a contagem se daria da seguinte maneira: 1, 2, 3 seguida por **4**, 5, 6, 7.

Com o tempo, e à medida que interagem com diferentes situações, desenvolvem estratégias de contagem mais sofisticadas, abstratas e eficientes, tais como as necessárias para a resolução de problemas aditivos (FAYOL, 1996; ORRANTIA, 2000). Essas estratégias são identificadas como:

- contar todos;
- contar a partir do primeiro (reter o 5 na memória em $5 + 6$, contando os restantes: 6, 7, 8, 9, 10, 11, por exemplo);
- contar a partir do maior (reter o 6 em $5 + 6$, contando os restantes: 7, 8, 9, 10, 11);
- usar fatos derivados (em $5 + 6$, efetuar o cálculo $5 + 5 + 1 = 10 + 1 = 11$);
- recuperar fatos básicos da memória (lembrar fatos memorizados, como a tabuada).

A escolarização contribui, ou deveria contribuir, para o uso de estratégias mais maduras em relação à contagem, tais como, fatos derivados e recuperação de fatos da memória, na resolução de problemas e na realização de cálculos.

Por volta dos 5 anos, as crianças conseguem resolver problemas, tais como, os que envolvem as situações de composição e de transformação simples pela contagem que veremos a seguir.

Situações de composição simples

As *situações de composição* relacionam as partes que compõem um todo por ações de juntar ou separar as partes para obter o todo sem promover transformação em nenhuma das partes.

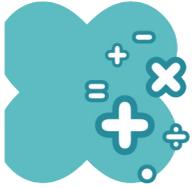
Exemplo:

- **Em um vaso há 5 rosas amarelas e 3 rosas vermelhas. Quantas rosas há ao todo no vaso?**

Os números referem-se a dois conjuntos de rosas que se compõem formando o total de rosas no vaso. Não há transformação na situação, uma vez que não houve acréscimo de rosas e nenhuma rosa foi retirada do vaso, mas a ação de “juntar” as partes para determinar o todo.

A criança poderá pegar 5 objetos, representando as 5 rosas, contando-os um a um (1, 2, 3, 4, 5) depois 3 objetos, também contando-os um a um (1, 2, 3). A seguir, juntá-los e contar todos novamente iniciando do 1 até o 8. Esse procedimento é descrito na literatura como “contar todos”.





Problemas de composição podem ser trabalhados a partir de jogos didáticos que possibilitem às crianças coordenar ações próprias às situações aditivas e subtrativas. Veja o jogo a seguir.

COMPRANDO FICHAS

Materiais:

Dois dados, de cores diferentes, adaptados com as faces: 1, 2, 3, 1, 2, 3;

12 fichas;

Número de jogadores: 2

Regras do jogo:

O jogador, na sua vez, lança os dois dados e a seguir “compra” a quantidade de fichas correspondentes a cada dado. Após a compra das fichas, calcula o total de fichas compradas, somando-as. Registra o total de cada rodada na tabela de pontos. O ganhador é aquele que ao final de três rodadas “comprou” o menor número de fichas.

RODADAS	PONTOS	PONTOS	TOTAL
	DADO VERMELHO	DADO AZUL	
PRIMEIRA			
SEGUNDA			
TERCEIRA			
			TOTAL:

Problematizar situações do jogo é uma forma bastante interessante para desafiar os alunos a refletir sobre as estratégias e os cálculos realizados bem como suas diferentes formas de representação. Por exemplo:

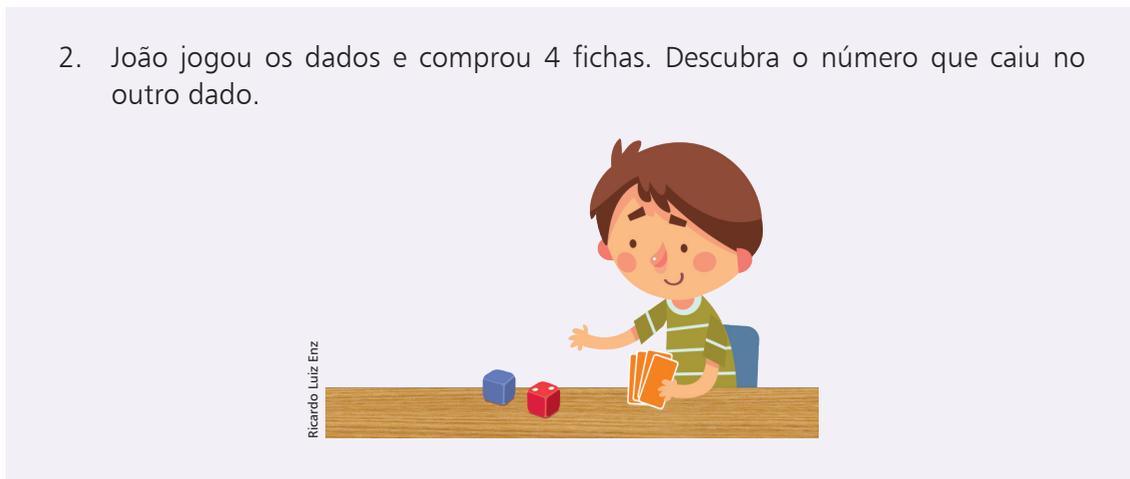
Problematizando situações após o jogo Comprando Fichas:

1. Veja as fichas que Ana comprou na primeira rodada e descubra o número que caiu no outro dado.





2. João jogou os dados e comprou 4 fichas. Descubra o número que caiu no outro dado.



Situações de transformação simples

As situações de transformação envolvem um estado inicial, uma transformação por ganho ou perda, acréscimo ou decréscimo e um estado final.

As situações mais simples de transformação são aquelas em que o estado inicial e a transformação são conhecidos e o estado final deve ser determinado.

Exemplo:

- **Aninha tem 3 pacotes de figurinhas. Ganhou 4 pacotes da sua avó. Quantos pacotes tem agora?**
 - Estado inicial: 3 pacotes de figurinhas
 - Transformação: ganhou 4 pacotes
 - Estado final: ?



A criança poderá pegar 3 objetos, representando os 3 pacotes (estado inicial), contando-os um a um (1, 2, 3) depois 4 objetos, também contando-os um a um (1, 2, 3, 4). A seguir, juntá-los (transformação) e contar todos novamente iniciando do 1 até o 7, obtendo o estado final 7.





Também poderia pegar 3 pacotes de figurinhas e continuar pegando mais 4 pacotes, um a um, continuando a contagem até 7. Esse procedimento é conhecido como “contar na sequência”.

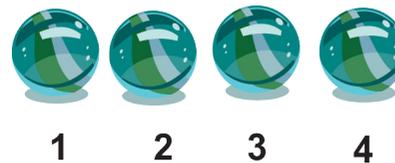


Problemas de subtração também podem envolver situações de transformação simples e podem ser resolvidos a partir da coordenação das ações de retirar e contar.

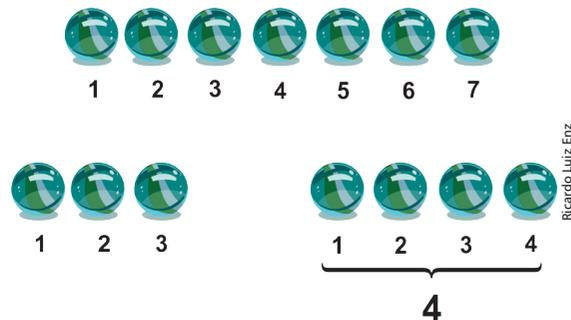
Exemplo:

- **Zeca tinha 7 bolinhas de gude. Deu 3 para Luís. Quantas ele tem agora?**

- Estado inicial: 7 bolinhas
- Transformação: deu 3 bolinhas
- Estado final: ?



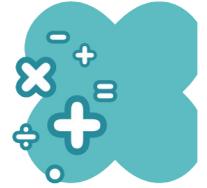
As crianças podem resolver o problema da seguinte maneira: contar 7 bolinhas (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7) (estado inicial). Deste conjunto, contar 3 bolinhas e separá-las das demais (transformação). Contar as bolinhas restantes, reiniciando a contagem (1, 2, 3, 4), obtendo o estado final 4.



Ricardo Luiz Enz

Inicialmente as crianças desenvolvem esquemas de “juntar”; “separar” e “correspondência um a um” independentemente uns dos outros. Isso lhes permite dar conta de situações mais simples. No entanto, o avanço no processo de compreensão das relações aditivas envolve coordenar estes esquemas reconhecendo a relação inversa que existe entre adição e subtração, e, numa fase posterior, coordená-los com a correspondência um a um. (NUNES et al., 2005).





Situações de composição, como veremos a seguir, podem envolver relações inversas entre o todo e suas partes, tornando-se mais difíceis, mesmo com o auxílio de objetos. A maioria das crianças ao entrar na escola não desenvolveu meios de coordenar esses esquemas. Cabe à escola ajudá-las.

Se desejamos promover o desenvolvimento conceitual das crianças em adição/subtração, devemos ajudá-las a estabelecer uma conexão entre duas coisas que elas já conhecem. Elas já sabem como comparar usando correspondência termo a termo e elas já têm um conceito de adição/subtração relacionado a situações de transformação. Se elas podem coordenar estes dois itens de conhecimento, sua compreensão de adição/subtração se tornará muito mais poderosa. (NUNES; BRYANT, 1997, p. 137)

A seguir apresentamos alguns exemplos dessas situações mais complexas de adição e subtração.

Situações de composição com uma das partes desconhecida

Problemas de composição podem envolver situações em que o todo e uma das partes são conhecidos, sendo necessário determinar a outra parte. No exemplo que segue a situação envolve subtrair uma parte do todo para obter a outra parte, sem alterar as quantidades.

Exemplo:

- **Em um vaso há 8 rosas, 3 são vermelhas e as outras são amarelas. Quantas rosas amarelas há no vaso?**
 - Todo: 8 rosas
 - Parte conhecida: 3 rosas vermelhas
 - Parte desconhecida: ?

A resolução pode ser realizada por um processo simples como fez Igor: desenhou o vaso com 3 rosas vermelhas e a seguir foi desenhando rosas amarelas até completar 8 rosas no vaso, representando o que fez com o cálculo:

$$5 + 3 = 8.$$

NOME: IGOR IDADE: 7 ANO: 2013 - 2 ANOS

EM UM VASO HÁ 8 ROSAS, 3 SÃO VERMELHAS E AS OUTRAS SÃO AMARELAS, QUANTAS ROSAS AMARELAS HÁ NO VASO?



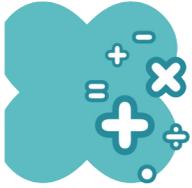
} ROSAS VERMELHA
← 5 ROSAS AMARELA

RESPOSTA: $3 + 5 = 8$

Arquivo dos autores

Dentre os procedimentos adotados para a resolução, a criança também pode, após contar oito objetos, separar os que correspondem às rosas vermelhas e contar os restantes: 1, 2, 3, 4, 5, concluindo que há 5 rosas amarelas no vaso, ou seja, subtrair a parte conhecida (3) do todo (8), obtendo a parte desconhecida (5).





Luana, em seu registro, evidencia ter desenvolvido raciocínios mais complexos. Inicialmente, ela desenhou o todo (8 rosas). Pintou 3 rosas de vermelho (parte conhecida) e escreveu o número 3. A seguir, pintou as restantes de amarelo e escreveu o número 5. Fez a subtração ($8 - 3 = 5$), representando o resultado por meio de um novo desenho.

NOME: BRUNA IDADE: 6 ANO: 2013 2ªA

EM UM VASO HÁ 8 ROSAS, 3 SÃO VERMELHAS E AS OUTRAS SÃO AMARELAS, QUANTAS ROSAS AMARELAS HÁ NO VASO?

RESPOSTA: CINCO ROSAS AMARELAS

Arquivo dos autores

O procedimento realizado por Luana evidencia o uso da operação inversa na resolução do problema aditivo e a representação da mesma por meio do cálculo da subtração.

Situações de transformação com transformação desconhecida

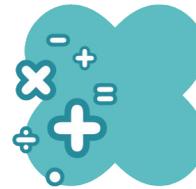
Trata-se de problemas aditivos de transformação desconhecida, uma vez que são conhecidos os estados iniciais e o estado final da situação.

Exemplo:

- **Aninha tinha 5 bombons. Ganhou mais alguns bombons de Júlia. Agora Aninha tem 8 bombons. Quantos bombons Aninha ganhou?**
 - Estado inicial: 5 bombons
 - Transformação: ?
 - Estado final: 8 bombons

A contagem poderia ser um recurso para a resolução de problemas com transformação desconhecida, tanto envolvendo a estratégia de “contar todos” como a de “contar na sequência”. Outro modo de resolver o problema envolveria a compreensão e a aplicação da subtração como operação inversa da adição. Trata-se





de acrescentar a uma quantidade inicial conhecida uma quantidade desconhecida, para obter um total também conhecido, ou seja, $5 + ? = 8$. A operação envolvida é a adição, mas a resolução do problema requer ações próprias da subtração, ou seja, subtrair 5 do estado final 8.

A seguir, temos um caso de transformação desconhecida em que a operação envolvida é de subtração.

Exemplo:

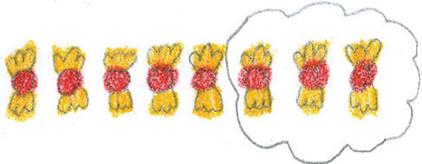
- **Zeca tinha 8 bombons. Deu alguns bombons para Luís e ficou com 3. Quantos bombons Zeca deu para Luís?**

- Estado inicial: 8 bombons
- Transformação: ?
- Estado final: 3 bombons

A operação envolvida na situação é $8 - ? = 3$. Ou seja, envolve saber quanto deve ser retirado de 8 para obter 3. O problema pode ser resolvido de diferentes formas. As crianças poderiam contar 8 bombons, desses, separar os 3 que ficaram com Zeca e contar os restantes, obtendo o resultado, assemelhando-se ao processo de resolução de problemas de transformação simples, conforme indica o desenho de Marcela:

NOME: MARCELA IDADE: 8 ANO: 3ª AA

ZECA TINHA 8 BOMBONS, DEU ALGUNS BOMBONS PARA LUÍS E FICOU COM 3, QUANTOS BOMBONS ZECA DEU PARA LUÍS?


$$\begin{array}{r} 8 \\ - 3 \\ \hline 5 \end{array}$$
$$8 - 3 = 5$$

RESPOSTA: O LUÍS DEU 5 BOMBONS

Arquivo dos autores

Embora tenha encontrado o número correto, a aluna indica, pela resposta que forneceu, que não compreendeu o problema. De fato, parece que toma 8 bombons e retira 3, o que pode indicar que foi induzida pelos aspectos linguísticos do problema (“deu”). Marcela, aparentemente, não percebe que 3 indica a quantidade de bombons com que Zeca ficou e não o quanto deu.





Outro modo de resolver o problema envolve a operação inversa: quanto devo acrescentar ao três para obter 8, ou seja $3 + \dots = 8$. Nesse caso, a criança poderia contar 3 objetos e juntá-los num único grupo, a partir daí seguir contando até chegar a 8 objetos.

Situações de transformação com estado inicial desconhecido

O estado inicial também pode ser desconhecido nas situações de transformação. Esses problemas costumam ser mais difíceis para as crianças, pois envolvem operações de pensamento mais complexas.

Exemplo:

- **Maria tinha algumas figurinhas. GANHOU 4 figurinhas de Isa. Agora Maria tem 7 figurinhas. Quantas figurinhas Maria tinha?**

- Estado inicial: ?
- Transformação: ganhou 4 figurinhas
- Estado final: tem 7 figurinhas

Para resolver o problema, as crianças poderiam, por tentativas, somar 4 a algumas quantidades. Por exemplo, se somassem 1 ao 4, não obteriam 7, se somassem 2, também não, mas se somassem 3 obteriam 7, concluindo que o resultado do problema é 3.

Também poderiam pensar que “somar um pouco a 4 é o mesmo que somar 4 a um pouco” e dessa forma resolver o problema por estratégias semelhantes às discutidas nos problemas de transformação desconhecida. Essa forma de resolver o problema envolve a compreensão da propriedade comutativa da adição.

A propriedade comutativa da adição é definida por “ $a + b = b + a$ ”, ou seja, a ordem das parcelas não altera a soma. Por exemplo, $3 + 4 = 4 + 3$.

A seguir, temos um caso de transformação em que o estado inicial é desconhecido e a operação envolvida é de subtração.

Exemplo:

- **Paulo tinha alguns carrinhos. Deu 4 carrinhos para Pedro e ficou com 7. Quantos carrinhos Paulo tinha?**

- Estado inicial: ?
- Transformação: deu 4 carrinhos
- Estado final: ficou com 7 carrinhos

A resolução do problema pela inversão pode ser influenciada pela palavra “deu”, que sugere subtração. Se as crianças se deixarem influenciar pelos indícios linguísticos, certamente chegarão a resultados incorretos, tanto em problemas de adição como de subtração com início desconhecido. Uma solução possível envolveria





a operação inversa no sentido de acrescentar aos carrinhos que ficaram com Paulo os carrinhos que ele deu para Pedro ($7 + 4 = 11$).

Situações de comparação

Nas situações de comparação não há transformação, uma vez que nada é tirado ou acrescentado ao todo ou às partes, mas uma relação de comparação entre as quantidades envolvidas.

Exemplos:

- João tem 7 carrinhos e José tem 4 carrinhos. Quem tem mais carrinhos?
- João tem 7 carrinhos e José tem 4 carrinhos. Quantos carrinhos João tem a mais do que José?

Problemas como o do primeiro exemplo são resolvidos de modo intuitivo por crianças desde bem pequenas. Já o segundo possui um grau maior de dificuldade, uma vez que a operação que conduz à solução não está explícita no enunciado do problema.

Juan, no exemplo seguinte, usou a correspondência um a um para resolver o segundo problema. Desenhou os carrinhos de João e os carrinhos de José. A seguir fez corresponder um carrinho de João com um de José, verificando que restaram 3 carrinhos sem correspondência.

NOME: JUAN IDADE: 7 ANO: 2013 20

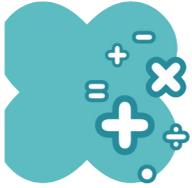
JOÃO TEM 7 CARRINHOS E JOSÉ TEM 4, QUANTOS CARRINHOS JOÃO TEM A MAIS DO QUE JOSÉ?

RESPOSTA: 3

Arquivo dos autores

Já Arthur usou o mesmo esquema, mas utilizando risquinhos. Para evidenciar os risquinhos que correspondiam ao que João tinha a mais, utilizou o sinal de + e continuou fazendo correspondência um a um entre os risquinhos de João e José, verificando que foram necessários 3 risquinhos a mais.





NOME: ARTHUR IDADE: 7 ANO: 2013

JOÃO TEM 7 CARRINHOS E JOSÉ TEM 4, QUANTOS CARRINHOS
JOÃO TEM A MAIS DO QUE JOSÉ?

JOÃO IIIIIII
JOSÉ IIII + III

RESPOSTA: 3

Arquivo dos autores

Arthur utiliza uma forma de representação diferenciada de Juan. No primeiro registro, a criança utiliza uma forma de representação pictográfica, a qual corresponde ao contexto e ao objeto envolvido na situação-problema. Já no segundo registro, a criança utiliza uma forma de representação simbólica, demonstrando evolução em relação ao conhecimento de diferentes formas de representação.

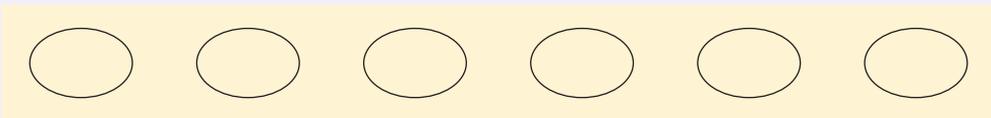
Nunes et. al. (2005), sugerem que uma boa estratégia para ajudar as crianças a pensarem sobre “quantos tem a mais” é solicitar que relacionem os números envolvidos no problema a partir de uma ação, reformulando a pergunta do problema. Por exemplo: quantos carrinhos temos que dar a José para que ele fique com a mesma quantidade de João? Pensando dessa forma o problema se torna semelhante a um problema de transformação desconhecida: $4 + ? = 7$, tornando-se mais fácil de ser resolvido por envolver uma informação mais precisa em relação à ação a ser realizada.

Jogos matemáticos em que as crianças necessitem coordenar o que já sabem sobre adição, subtração e correspondência um a um podem ser benéficos para a compreensão de problemas de comparação. Por exemplo:

QUANTOS FALTAM PARA SEIS?

Materiais:

- 1 dado azul;
- 24 fichas azuis e 24 amarelas;
- 4 cartelas, conforme o modelo:



Número de jogadores: 4





Regras do jogo:

Cada jogador pega uma cartela, 6 fichas azuis e 6 fichas amarelas. O dado indica quantas fichas azuis devem ser colocadas na cartela a cada jogada. As fichas amarelas devem ser usadas para preencher os espaços restantes da cartela. O primeiro jogador lança o dado e preenche a cartela com o número de fichas azuis correspondentes ao número que caiu no dado. A seguir completa a cartela com as fichas amarelas. O número de fichas amarelas necessário corresponde à sua pontuação na rodada. Se no dado cair 6, toda a cartela deverá ser preenchida com as fichas azuis e o jogador não marcará ponto. Ganha a rodada quem completar a cartela com o maior número de fichas amarelas.

Jogo adaptado de: RANGEL, A. C. S. *Educação matemática e a construção do número pela criança*. Porto Alegre: Artes Médicas, 1992

Problematizando situações após o jogo:

Exemplo 1: Preencha as cartelas dos jogadores. Quem ganhou a rodada?

João		<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>
Luís		<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>
Ana		<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>
Maria		<input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>
Resposta:		

Exemplo 2: Maria fez 2 pontos na primeira rodada e nas outras duas não fez nenhum ponto. Que números caíram nos dados jogados por Maria?



Ricardo Luiz Enz

1ª rodada:



2ª rodada:



3ª rodada:





Jogos de percurso também podem ser uma excelente oportunidade para problematizar situações aditivas com as crianças uma vez que permitem a resolução de problemas pela contagem de casas. Veja o jogo a seguir:

CORRIDA DOS CARRINHOS

Materiais:

- 1 dado adaptado com as faces: 1, 2, 3, 1, 2, 3;
- 1 carrinho (peão) para cada jogador.

Número de jogadores: 5

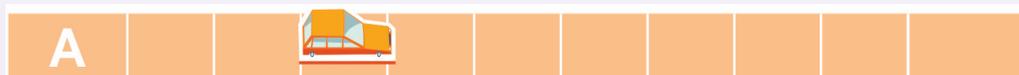
Regras do jogo:

Cada jogador escolhe uma pista e um carrinho (peão), colocando-o na casa da Largada. O jogo inicia com o primeiro jogador lançando o dado e avançando o número de casas sorteado no dado. O peão que primeiro atingir o final da pista, casa da chegada, é o vencedor do jogo.

	LARGADA	1	2	3	4	5	6	7	8	9	CHEGADA
Ricardo Luiz Enz	LARGADA	1	2	3	4	5	6	7	8	9	CHEGADA

Problematizando situações após o jogo:

1. O carrinho de Maria está na casa 3. Quantas casas faltam para que chegue na casa 10, ao final da pista?

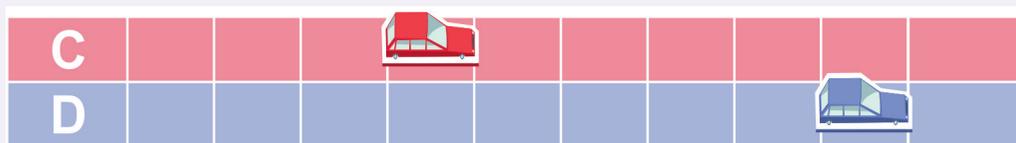


2. O carrinho de João está na casa 5 e o carrinho de José na casa 8. Quantas casas João está atrás de José?

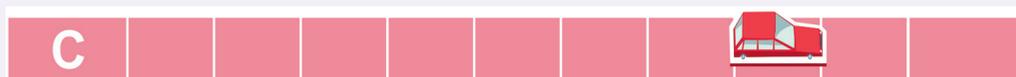




3. Luís está na casa 4 e João está na casa 9. Quantas casas João andou a mais do que Luís?



4. Luís jogou o dado e avançou para a casa 8. Em qual casa ele estava se no dado caiu 4?



5. O carrinho de Ana estava na casa 4. Luís jogou o dado e andou 5 casas, ultrapassando Ana em 2 casas. Em qual casa Luís estava antes de lançar o dado?

Obs. É recomendável que também sejam propostos problemas sem o apoio visual do tabuleiro, como esse último, para que as crianças trabalhem com diferentes formas de representação da situação.

Situações Multiplicativas

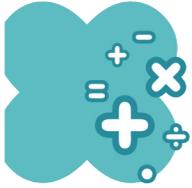
Reflita a respeito da seguinte questão: Se um aluno utiliza corretamente um algoritmo de multiplicar ou de dividir significa que ele aprendeu a multiplicação ou a divisão?

Se a resposta a esse questionamento for positiva e estiver pautada exclusivamente na concepção de que multiplicar ou dividir é fazer os algoritmos de forma correta, temos aí evidências de redução destas operações a cálculos e à aplicação de procedimentos. Entretanto, se a resposta a esse questionamento for negativa, podemos considerar o entendimento destas operações (multiplicação e divisão) como formas de organização do pensamento a partir das estruturas e conceitos matemáticos específicos de um determinado raciocínio, no caso, do raciocínio multiplicativo.

O raciocínio multiplicativo é diferente do raciocínio aditivo, e é importante conhecermos e diferenciarmos as características de cada um. Para isso, nos fundamentaremos nos estudos de Nunes e Bryant (1997), Nunes et al. (2005) e Correa e Spinillo (2004).

- Raciocínio aditivo: envolve relações entre as partes e o todo, ou seja, ao somar as partes encontramos o todo, ao subtrair uma parte do todo encontramos a outra parte. Envolve ações de juntar, separar e corresponder um a um.





- Raciocínio multiplicativo: envolve relações fixas entre variáveis, por exemplo, entre quantidades ou grandezas. Busca um valor numa variável que corresponda a um valor em outra variável. Envolve ações de correspondência um para muitos, distribuição e divisão.

O raciocínio multiplicativo envolve a multiplicação e a divisão com diferentes complexidades. É possível observar nos problemas apresentados a seguir como o raciocínio é desenvolvido tanto em relação à multiplicação quanto em relação à divisão.

Situações de comparação entre razões

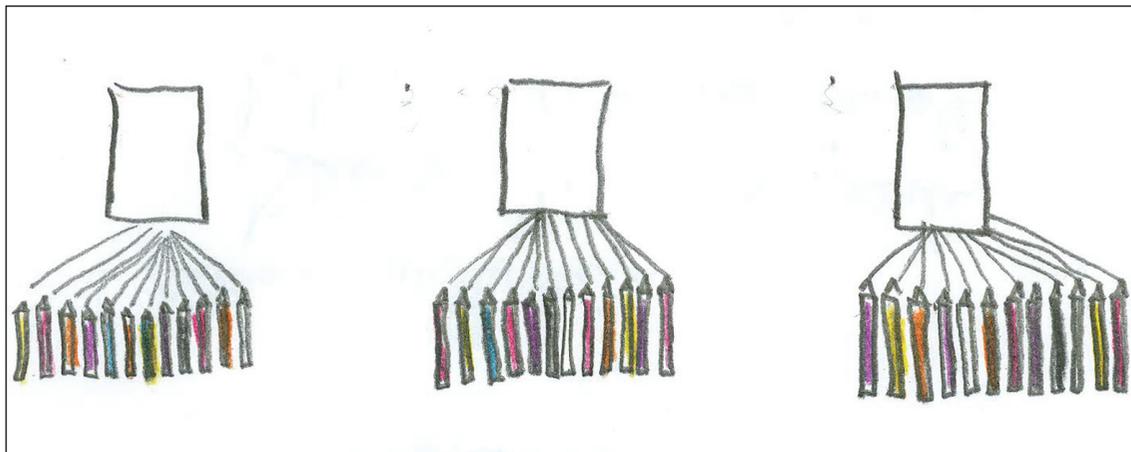
Para compreendermos essas situações multiplicativas vamos analisar os exemplos que seguem:

Exemplo:

- **Em uma caixa de lápis de cor há 12 lápis. Quantos lápis há em 3 caixas iguais a esta?**

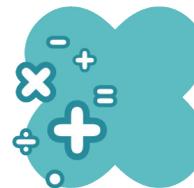
É possível pensar que a resolução mais fácil ao problema seria adicionar: $12 + 12 + 12 = 36$. Na escola é comum o ensino da multiplicação como adição de parcelas iguais. Há, de fato, a possibilidade de resolver alguns problemas multiplicativos mais simples por estratégias próprias ao raciocínio aditivo. No entanto, o raciocínio multiplicativo é diferente e bem mais abrangente e complexo que o raciocínio aditivo.

O problema pode ser resolvido desta forma:

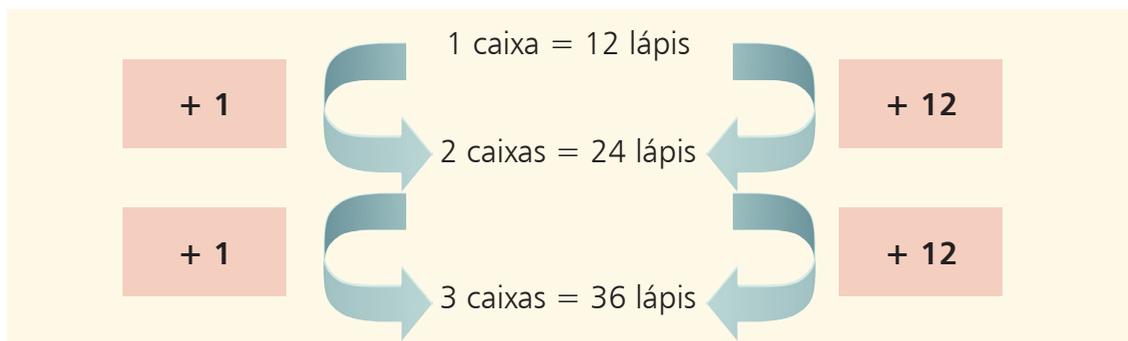


O esquema “um para muitos”, utilizado no registro da resolução é importante para a forma de pensar sobre o problema: para cada caixa correspondem 12 lápis. A quantidade de caixas e a quantidade de lápis (medidas) estão relacionadas por um número fixo de lápis por caixa, ou seja, 12 lápis por caixa.



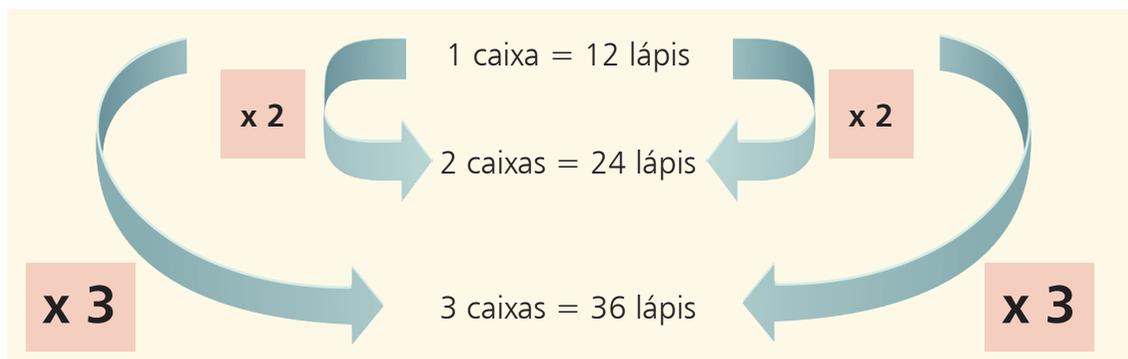


Vejamos: há duas medidas no problema, número de lápis e número de caixas. Estas medidas estão relacionadas por uma relação fixa que é de 12 lápis por caixa. Observe o esquema:



Aumentando o número de caixas numa relação fixa +1, temos um aumento na quantidade de lápis numa relação também fixa: +12.

Observa-se que, embora o problema seja relacionado ao campo multiplicativo, a resolução foi essencialmente relacionada ao campo aditivo. Abaixo, temos um esquema que mostra o raciocínio relativo ao campo conceitual multiplicativo, evidenciando a proporcionalidade:



Observa-se uma proporção entre a quantidade de caixas e a quantidade de lápis por caixa, uma vez que, sempre que se dobra o número de caixas, dobra-se também, o número de lápis, e, caso se triplique o número de caixas, se triplicará o número de lápis.

A correspondência “um para muitos”, “dois para o dobro de muitos” e assim por diante, é a base do conceito de proporção. A proporção entre as coleções permanece constante, mesmo quando o número de caixas e de lápis muda. A proporção é a expressão da relação existente entre as duas coleções.

O raciocínio multiplicativo também envolve situações de divisão.

Exemplo:

- **Júlia ganhou 12 chocolates e quer dividir entre 4 amigos de sua sala de aula. Quantos chocolates cada um vai receber?**





Qual é a expectativa de resposta a essa situação-problema? Provavelmente, o que é bastante comum nas salas de aula, espera-se que o aluno utilize um algoritmo para a resolução de tal situação, isto é, faça $12 \div 4 = 3$. Mas, essa forma de resolução evidencia o raciocínio multiplicativo ou o conhecimento dos procedimentos de cálculo?

O aluno do 1º ao 3º ano do Ensino Fundamental, possivelmente, não utilizará o algoritmo da divisão para a resolução, mas buscará outros meios, como: a contagem de objetos; a ação de repartição entre os amigos ou a representação por meio de desenhos (registro pictórico).

O registro pictórico é uma ilustração de como o aluno evidencia seu raciocínio multiplicativo, operando conceitualmente com a questão sem fazer uso do algoritmo. Observe que Maria desenhou os 12 chocolates, circulando a quantidade que cada um receberá.

NOME: Maria Bompá IDADE: 8 ANO: 2013

JÚLIA GANHOU 12 CHOCOLATES E QUER DIVIDIR ENTRE 4 AMIGOS DE SUA SALA DE AULA. QUANTOS CHOCOLATES CADA UM VAI RECEBER?

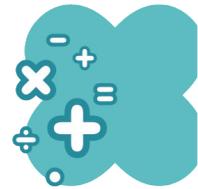


RESPOSTA: Cada um vai ganhar 3 chocolate

Arquivo dos autores

É possível distinguir o raciocínio aditivo do multiplicativo analisando o problema anterior: a quantidade de chocolates e de pessoas foi transformada em chocolates por pessoa, isto é, não se trata de uma relação com elementos de uma mesma natureza, chocolate com chocolate ou pessoas com pessoas, conforme acontece com as estruturas aditivas. Mas, de uma relação entre chocolates e pessoas. A transformação reside no princípio de que o resultado dessa relação se constitui em outro elemento, neste caso, chocolates por pessoa. Essa transformação diz respeito ao modo como as informações foram relacionadas, conforme pode ser observado na resolução de Gabriel.

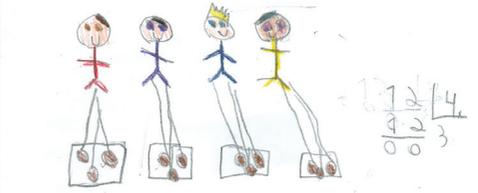




Arquivo dos autores

NOME: Gabriel Duarte IDADE: 7 anos ANO: 3ª série C

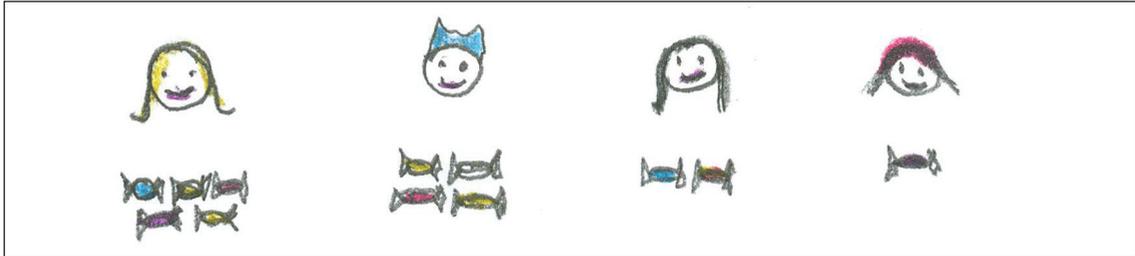
JÚLIA GANHOU 12 CHOCOLATES E QUER DIVIDIR ENTRE 4 AMIGOS DE SUA SALA DE AULA. QUANTOS CHOCOLATES CADA UM VAI RECEBER?



RESPOSTA: Cada um vai receber 3 chocolates
3 chocolates

Gabriel para resolver o problema, primeiramente destaca, no enunciado, as informações que deverá relacionar. Informa que descobriu a resposta “dando um chocolate para cada um”, pensamento evidente em seu desenho, onde faz corresponder 3 chocolates a cada personagem.

Várias possibilidades de resolução do problema poderiam ser adotadas pelos alunos. Um exemplo é quando a criança “divide” ao seu modo os 12 chocolates entre seus 4 amigos, conforme a ilustração.



Arquivo dos autores

Nesse caso, a criança determinou uma quantidade diferente de chocolate a cada amigo, dividindo os chocolates a partir de critérios próprios. Ações como essas são comuns entre as crianças, bem como, o uso da distribuição para resolver problemas semelhantes.

Já Gabriel realizou a divisão dos chocolates entre os amigos de modo que todos recebessem a mesma quantidade, distribuindo os chocolates entre eles por um esquema de distribuição: um para você, um para você, um para você, até terminar os chocolates, garantindo uma divisão equitativa dos chocolates entre os amigos. Nesse caso, Gabriel recorreu a uma estratégia aditiva ao acrescentar +1 chocolate para cada criança a cada rodada de sua ação de distribuição.

Situações de divisão por distribuição

O problema resolvido por Gabriel envolve uma divisão por distribuição. Observe:

Exemplo:

- **Júlia ganhou 12 chocolates e quer dividir entre 4 amigos de sua sala de aula. Quantos chocolates cada um vai receber?**
 Quantidade a ser dividida: 12 chocolates
 Número de amigos: 4
 Chocolates por amigo: ?



O que caracteriza esses problemas é o fato de a quantidade a ser dividida e o número de amigos que receberão chocolates serem conhecidos. O quanto caberá a cada um é o que deverá ser determinado. Esses problemas são considerados mais simples e geralmente são muito explorados nas salas de aula. São conhecidos como típicos problemas de divisão.

Mas, é importante estar alerta para o fato de que a divisão envolve situações mais complexas do que a distribuição.

A criança ao realizar a distribuição, pode fazê-lo simplesmente recorrendo a um raciocínio aditivo em que vai acrescentando mais um elemento a cada rodada até que não haja mais elementos para uma nova distribuição. No entanto, dividir, como uma operação multiplicativa, implica que a criança possa também prestar atenção às relações entre as quantidades em jogo. Implica, em outras palavras, poder estabelecer relações de covariação entre os termos envolvidos na operação. (CORREA; SPINILLO, 2004, p. 109-110)

Portanto, observa-se que Gabriel ainda precisa pensar sobre as relações de covariação entre os termos envolvidos no problema para compreender a divisão como operação multiplicativa. Analisando o problema podemos observar essas relações. Temos duas variáveis, número de chocolates e número de amigos e uma relação fixa: número de chocolates por amigo. No caso da divisão envolvida no problema, a relação entre as variáveis “número de chocolates por amigo” é constante e é justamente o que as crianças precisam compreender e encontrar para a resolução do problema. A relação de covariação está na ideia de que quando o número de amigos varia, o número de chocolates também varia na mesma proporção. Por exemplo:

4 amigos \rightarrow 12 chocolates

3 amigos \rightarrow 9 chocolates

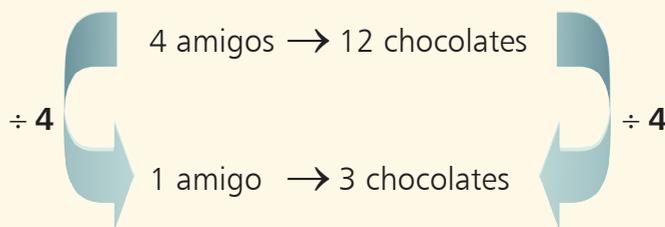
2 amigos \rightarrow 6 chocolates

1 amigo \rightarrow 3 chocolates

Observe que à medida que diminui 1 amigo diminuem 3 chocolates e esta relação se mantém constante.

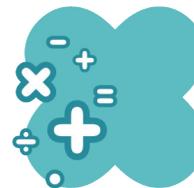
RELAÇÃO CONSTANTE: 3 CHOCOLATES POR AMIGO

Observa-se novamente que, embora do campo conceitual multiplicativo, as crianças os resolvem por estratégias aditivas. A seguir temos o esquema que evidencia o raciocínio multiplicativo:



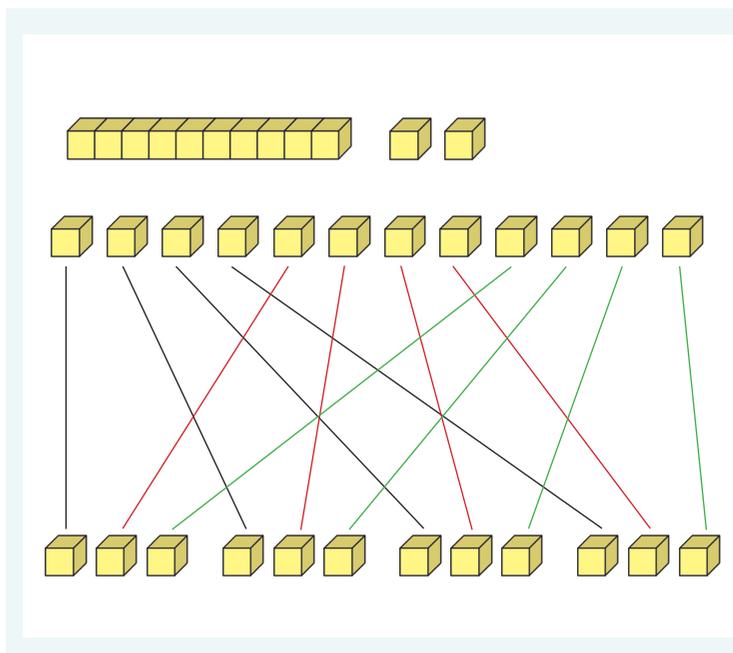
Observe que a medida que o número de amigos é dividido por 4 a quantidade de chocolates também é dividida.





Problemas como esses são resolvidos com facilidade pelas crianças nos primeiros anos do Ensino Fundamental pelo uso de esquemas de correspondência e distribuição, mas é fundamental que esses esquemas sejam coordenados entre si e possibilitem a resolução de problemas mais complexos. Surge, assim, a necessidade de propor aos alunos a resolução dos mesmos desde o início da escolarização e por meio de diferentes suportes de representação.

O Material Dourado pode ser um recurso para explorar estratégias mais sistematizadas em relação ao algoritmo tradicional, já envolvendo as propriedades do Sistema de Numeração Decimal conforme o exemplo:



Na ilustração, os 12 chocolates são representados, inicialmente, pela barra que corresponde a uma dezena e por 2 cubinhos que correspondem a duas unidades. Entretanto, para a distribuição, conforme Gabriel fez em seu desenho, é preciso transformar a dezena em 10 unidades, de modo que resulte em $10 + 2 = 12$ unidades. Desse modo, torna-se possível a distribuição para os 4 amigos.

Situações de divisão envolvendo formação de grupos

Problemas de divisão podem envolver a formação de grupos, quando o tamanho do grupo é conhecido e o número de grupos possíveis deve ser determinado.

Em uma turma do 3º ano foram trabalhados problemas do campo multiplicativo a partir do contexto de uma história infantil, "As Centopeias e seus Sapatinhos", de Milton Camargo, Ed. Ática.



Reprodução





Os registros elaborados pelas crianças são apresentados a seguir como ilustração de situações de estruturas multiplicativas. Uma sugestão para a organização da prática pedagógica baseada em histórias infantis consiste em propor às crianças que façam a leitura da história. Em seguida, propor-lhes que contem a história e a representem por meio de um desenho. Nesse desenho, de modo geral, as crianças costumam representar os elementos que mais lhe chamam a atenção. Pode-se, na sequência, propor problematizações sobre a história. A solução das problematizações pode ser evidenciada nos registros feitos pelas crianças.

Além dessa obra, livros infantis são fontes interessantes para a elaboração de problemas que permitam a exploração das estruturas aditivas e multiplicativas.

A história “As Centopeias e seus Sapatinhos” pode disparar uma situação de divisão envolvendo formação de grupos, como a seguir:

Exemplo:

- **Dona Centopeia levou 20 caixas de sapatos em sacolas. Em cada sacola foram colocadas 4 caixas de sapatos. Quantas sacolas foram utilizadas?**

Quantidade a ser dividida: 20 caixas de sapatos

Tamanho do grupo: 4 caixas de sapatos em cada sacola

Número de grupos: ?

A quantidade total de caixas de sapatos a ser colocada nas sacolas é conhecida, bem como a quantidade a ser colocada em cada sacola (a quantidade de elementos de cada grupo). Com materiais concretos, as crianças podem facilmente resolver o problema formando grupos de 4 e usando o esquema da correspondência um para muitos: 4 caixas para 1 sacola, uma vez que a relação fixa entre número de caixas e número de sacolas é conhecida.

É visível pelo desenho a seguir que Gabrielli tentou apagar o que havia feito para desenvolver outro raciocínio. É comum as crianças tentarem resolver problemas como esse distribuindo as caixas em 4 sacolas e obter o resultado 5. No entanto, nesse caso, o resultado corresponderia a 5 caixas de sapato em cada sacola. Embora o resultado numérico seja o mesmo, foi obtido por um erro de interpretação da situação envolvida no problema.





NOME: Phidias IDADE: 8 anos ANO: 3ª A

DONA CENTOPÉIA LEVOU 20 CAIXAS DE SAPATOS EM 5 SACOLAS. QUANTAS CAIXAS DE SAPATOS HAVIA EM CADA SACOLA?

RESPOSTA: 4

Este é mais um exemplo de que é necessário observar qual é a compreensão que o aluno tem da situação-problema, considerando o processo de resolução e não apenas o cálculo realizado ou a resposta final apresentada.

Situações de configuração retangular

Os problemas deste tipo exploram a leitura de linha por coluna ou vice-versa. Exemplo:

- **Dona Centopeia organizou seus sapatos em 7 fileiras com 5 caixas empilhadas. Quantas caixas de sapatos dona Centopeia organizou?**

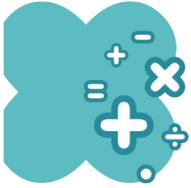
Medida conhecida: 7 fileiras

Outra medida conhecida: 5 caixas por fileira

Produto: ?

Para a resolução do problema, Danilo organizou as caixas de sapatos relacionando as duas medidas conhecidas: a quantidade de fileiras com a quantidade de caixas de sapatos por fileiras, constituindo uma representação com linhas e colunas, cujo resultado expressa o produto da relação entre essas quantidades, isto é, 7 fileiras por 5 colunas, resultando em 35. Este tipo de tabela é considerada por Vergnaud (2009) a forma mais natural de representação da relação entre as três medidas envolvidas em problemas dessa natureza. No caso exemplificado, tem-se as duas medidas simples conhecidas e busca-se a medida composta (o produto).





NOME: Danilo IDADE: 8 ANO: 3ª A

DONA CENTOPÉIA ORGANIZOU SEUS SAPATOS EM 7 FILEIRAS COM 5 CAIXAS EMPILHADAS. QUANTAS CAIXAS DE SAPATO DONA CENTOPÉIA ORGANIZOU?

RESPOSTA: _____

No caso de Danilo, o registro pictórico permite observar sua compreensão sobre a situação-problema e, também, pode ter contribuído para a busca do procedimento que melhor representasse a operação utilizada para a resolução do problema, pois é possível perceber a tentativa de fazê-lo pelo algoritmo da divisão (escrita apagada pela criança). Certamente, como não obteve o resultado esperado, buscou encontrá-lo pelo algoritmo da multiplicação, com sucesso. A opção pela divisão, possivelmente, tenha ocorrido pela ideia de “distribuir” as caixas de sapatos entre as fileiras, gerando um entendimento de que se tratava de um cálculo de divisão. Outro aspecto a destacar é a forma como o algoritmo da multiplicação foi escrito, colocando o 7 na ordem das dezenas e o 5 na ordem das unidades, indicando a necessidade de uma intervenção sobre o modo de compreensão a respeito do significado das ordens numéricas no Sistema de Numeração Decimal.

Situações envolvendo raciocínio combinatório

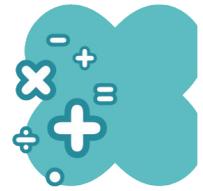
No Caderno 7 o raciocínio combinatório é visto com maior detalhamento.

Algumas situações envolvem a necessidade de verificar as possibilidades de combinar elementos de diferentes conjuntos. Por exemplo:

- **Dona Centopeia tem dois chapéus, um branco (B) e outro preto (P) e três bolsas, uma rosa (R), uma azul (A) e uma cinza (C). De quantas maneiras diferentes Dona Centopeia pode escolher seus acessórios para ir passear?**

Conjunto conhecido: 2 chapéus





Conjunto conhecido: 3 bolsas

Número de possibilidades: ?

Temos dois conjuntos conhecidos: chapéus e bolsas, que devem ser combinados entre si para determinar o número de possibilidades de combinação. Vejamos como Lucca resolveu o problema:

NOME: Lucca IDADE: 8 ANO: 3º B

DONA CENTOPÉIA TEM DOIS CHAPÉUS, UM BRANCO (B) E OUTRO PRETO (P) E TRÊS BOLSAS, UMA ROSA (R), UMA AZUL (A) E UMA CINZA (C). DE QUANTAS MANEIRAS DIFERENTES DONA CENTOPÉIA PODE ESCOLHER SEUS ACESSÓRIOS PARA IR PASSEAR?

Ela tem 6 maneiras diferentes para escolher.

P COM C
B COM R
P COM A
P COM R
B COM A
B COM C

RESPOSTA: 6

Arquivo dos autores

Lucca constituiu as diferentes possibilidades de formar conjuntos como expressa em seu registro. Combinou os elementos dos conjuntos sem usar um esquema determinado e a seguir contou as diferentes possibilidades de conjuntos diferentes. O resultado foi encontrado pela contagem do total de possibilidades de combinações possíveis.

Vejamos como Carolina resolveu o problema:

Carolina registra por desenho o entendimento da relação de “um para muitos” na organização das combinações possíveis, ou seja, ela identifica a existência de dois conjuntos básicos: chapéus e bolsas e relaciona-os entre si ligando-os: chapéu branco com bolsa rosa, chapéu branco com bolsa azul, chapéu branco com bolsa cinza. Após esse processo faz o mesmo com o chapéu preto. Obtém 3 possibilidades de combinar o chapéu preto com as bolsas e três possibilidades de combinar o chapéu branco com as bolsas, ou seja, 2 vezes 3, obtendo ao todo 6 possibilidades



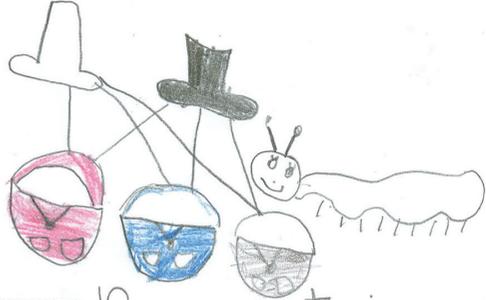


de combinações diferentes. Carolina valeu-se do raciocínio multiplicativo para a resolução do problema e expressa esta ação pela escrevendo uma multiplicação.

NOME: Carolina IDADE: 8 ANO: 3^oA

DONA CENTOPÉIA TEM DOIS CHAPÉUS, UM BRANCO (B) E OUTRO PRETO (P) E TRÊS BOLSAS, UMA ROSA (R), UMA AZUL (A) E UMA CINZA (C). DE QUANTAS MANEIRAS DIFERENTES DONA CENTOPÉIA PODE ESCOLHER SEUS ACESSÓRIOS PARA IR PASSEAR?

Arquivo dos autores

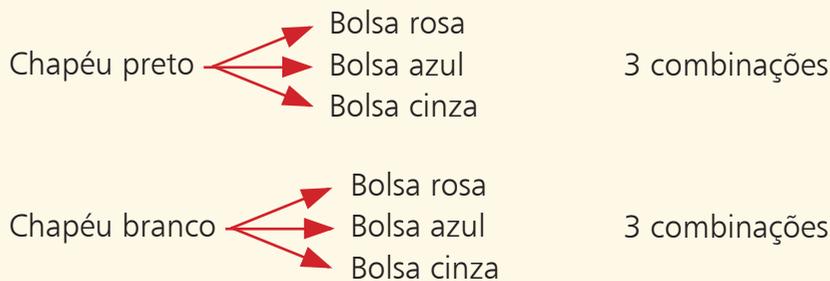


D	U
	2
X	3

	6

RESPOSTA: Dona centopéia consegue fazer 6 combinações

Diagramas que evidenciam as possibilidades de combinações podem ser recursos interessantes para a resolução desses problemas. Por exemplo:

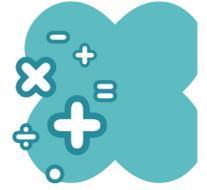


Ao todo, $2 \times 3 = 6$ combinações diferentes, ou seja, 6 possibilidades.

Embora não sejam familiares às crianças no ciclo fundamental de alfabetização, diagramas como esses podem ser representações interessantes a serem usadas pelo professor na discussão desses problemas com as crianças, pois ajudam a organizar o pensamento e compreender o raciocínio envolvido.

Para o desenvolvimento do raciocínio aditivo e multiplicativo é importante propor aos alunos problemas variados, envolvendo as diferentes situações que compõem os campos conceituais. Assim as crianças enfrentam situações desafiadoras e não apenas resolvem problemas a partir da repetição de estratégias já conhecidas.





SOBRE CÁLCULOS E ALGORITMOS

Ettiene Cordeiro Guerios

Neila Tonin Agranionih

Tania Teresinha Bruns Zimer

Até agora enfatizamos que aprender sobre adição e subtração, multiplicação e divisão, envolve construir estratégias variadas e resolver diferentes problemas. No entanto, é importante lembrar que a compreensão dos conceitos próprios a essas operações requer coordenação com os diferentes sistemas de representação, o que torna clara a importância da interação da criança com diferentes formas de registros, dentre eles, os numéricos. Portanto, afirmar a necessidade de comprometer o processo de alfabetização matemática com o desenvolvimento das operações de pensamento necessárias para que as crianças se tornem capazes de resolver diferentes situações, não significa dizer que cálculos numéricos não devam ser trabalhados. Pelo contrário, desempenham um papel fundamental no processo. Como afirmam Nunes, Campos, Magina e Bryant: “[...] enfatizar o raciocínio não significa deixar de lado o cálculo na resolução de problemas: significa calcular compreendendo as propriedades das estruturas aditivas e das operações de adição e subtração.” (2005, p. 56)

Por outro lado, à medida que a dificuldade dos problemas avança e o campo numérico é ampliado, os cálculos numéricos tornam-se recursos importantes e necessários para a resolução e é fundamental que sejam trabalhados no ciclo inicial do Ensino Fundamental.

Quando afirmamos a importância do trabalho com cálculos, não estamos nos referindo apenas aos procedimentos de cálculo tradicionalmente ensinados na escola, que envolvem técnicas operatórias determinadas, tais como: “vai um”, “pede emprestado”, “deixar uma casa em branco”, “abaixar o número”, entre outros, usados nos algoritmos tradicionais. Estamos nos referindo também a outros procedimentos de cálculo, como estratégias inventadas pelos alunos e o uso de recursos didáticos como o ábaco, material dourado e a calculadora.

Difícilmente os algoritmos tradicionais com lápis e papel são utilizados em situações extraescolares. Muitos adultos e crianças desenvolvem técnicas de cálculo próprias a partir da necessidade de resolver problemas numéricos do seu dia a dia.

Por exemplo, o cálculo necessário para fornecer o troco de uma compra no valor de R\$ 48,00, paga com uma cédula de R\$100,00, dificilmente é realizado com o uso do procedimento escolar.

$$\begin{array}{r}
 \overset{0}{1} \overset{1}{0} 0 \\
 - 48 \\
 \hline
 52
 \end{array}$$





Certamente, estratégias mais eficientes e rápidas possibilitam o cálculo correto do troco, como por exemplo:

- completar quanto falta: se tenho R\$ 48,00 para R\$ 50,00 faltam R\$ 2,00. Já para R\$ 100,00, faltam R\$ 50,00. Portanto, o troco é de R\$ 52,00;
- tirar R\$ 40,00 de R\$ 100,00, restando R\$ 60,00. Destes, tirar R\$ 8,00, restando R\$ 52,00.

O mesmo em uma situação que envolve determinar o preço a pagar por 8 metros e meio de fita sendo que o metro custa R\$ 1,50.

O algoritmo tradicional pode ser substituído por estratégias de cálculo, como:

$1,5 \times 2 \text{ metros} = \text{R\$ } 3,00$. (preço a cada dois metros)

$4 \times \text{R\$ } 3,00 = \text{R\$ } 12,00$. (preço de 8 metros)

R\$ 0,75 (preço de meio metro)

$\text{R\$ } 12,00 + \text{R\$ } 0,75 = \text{R\$ } 12,75$ (preço total)

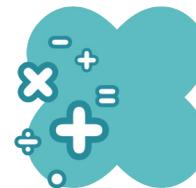
Mas, não só adultos constroem métodos próprios de calcular em situações-problema do cotidiano. No livro “Na vida dez na escola zero”, Carraher, Carraher e Schliemann (1988) já evidenciaram que meninos feirantes usavam métodos de cálculo “naturais” ou “inventados”, diferentes dos da escola, nas situações que envolviam o comércio de frutas. Por exemplo, ao ser questionado sobre quanto custariam 9 abacates se o preço de 1 abacate era, na época, 5 Cruzeiros, um aluno respondeu de imediato 45. Questionado sobre o porquê da resposta, explicou: 7 são 35, com mais 1, 40; com mais 1, 45. Essas crianças, no entanto, não se saíam tão bem na escola, pois não dominavam as técnicas operatórias ensinadas por seus professores e também não as relacionavam com as situações que vivenciavam em seu trabalho.

Van de Walle (2009) refere-se a essas formas de calcular como estratégias “inventadas” e as define como métodos pessoais e flexíveis de calcular que são compreendidos pela pessoa que os usa. São estratégias que podem ser feitas mentalmente ou por escrito, mais rápidas e menos sujeita a erros do que os algoritmos tradicionais, uma vez que fazem sentido para quem as utiliza.

Para o autor o desenvolvimento dessas estratégias inventadas, além de proporcionar fluência no cálculo e possibilitar que se tornem mais ágeis e cometam menos erros, expressam uma compreensão rica e profunda do sistema numérico, fornecendo uma base sólida para o cálculo mental e por estimativas e contribuem para o envolvimento num processo de “fazer matemática”.

A importância de trabalharmos com cálculos na escola de modo distinto ao que é tradicionalmente trabalhado e de modo bastante semelhante ao realizado por adultos e crianças fora do contexto escolar já foi defendida por Parra (1996), também há algum tempo. Sua proposta envolve trabalhar com cálculos que





denominou “pensados” ou “refletidos”, ou seja, procedimentos mentais ou escritos selecionados em função dos números e da operação envolvida num problema, não automatizados e diferentes dos algoritmos tradicionais, mas apoiados nas propriedades do sistema de numeração decimal e nas propriedades das operações. Esses cálculos colocam em ação, conforme a autora, diferentes relações entre os números. Em outras palavras, permitem “raciocinar” sobre o que está sendo feito, ao contrário de utilizarem algoritmos de forma mecânica.

Estratégias de cálculo diferentes das tradicionais são construídas a partir da compreensão das propriedades das operações e do Sistema de Numeração Decimal de quem as “inventa”. Por exemplo, cálculos realizados por decomposição de números são utilizados com frequência por facilitar e tornar mais ágil o processo e estão apoiados na compreensão do princípio aditivo do sistema de numeração decimal.

$\begin{array}{r} 36 \\ + 24 \\ \hline \end{array}$	→	$\begin{array}{r} 30 + 6 \\ 20 + 4 \\ \hline 50 + 10 = 60 \end{array}$	ou	$\begin{array}{r} 30 + 20 = 50 \\ 6 + 4 = 10 \\ \hline 60 \end{array}$
$\begin{array}{r} 36 \\ \times 8 \\ \hline \end{array}$	→	$\begin{array}{r} 30 + 6 \\ \times 8 \\ \hline \end{array}$	ou	$\begin{array}{r} 30 \times 8 = 240 \\ 6 \times 8 = + 48 \\ \hline 288 \end{array}$
$\begin{array}{r} 156 \\ - 48 \\ \hline \end{array}$	→	$\begin{array}{r} 100 + 50 + 6 \\ - 40 + 8 \\ \hline \end{array}$	ou	$\begin{array}{r} 100 + 40 + 16 \\ - 40 + 8 \\ \hline 100 + 0 + 8 \\ \hline 108 \end{array}$

A proposta didática de Parra (1996) é que os alunos possam articular o que sabem com o que têm que aprender diante de situações partindo da análise dos dados, buscando os procedimentos que lhes pareçam mais úteis, discutindo suas escolhas e analisando sua pertinência e sua validade. Nessa perspectiva, cada cálculo é um problema novo e o caminho a ser seguido é próprio de cada aluno, o que faz com que para uns possa ser mais simples e, para outros, mais complexo.

O fato é que, estratégias de cálculo construídas a partir dos conhecimentos que já fazem parte da bagagem dos alunos e a partir das relações sobre os números e operações que os envolvem, costumam ser mais rápidas e eficientes para quem as utiliza.

Estratégias como essas não surgem do nada. Precisam ser trabalhadas em sala de aula.





Dentre os procedimentos possíveis de serem estimulados e propostos pelos professores sugerimos alguns que descreveremos a seguir.

Contagem

A contagem é um procedimento natural e bastante útil na resolução de cálculos pelas crianças. Alguns procedimentos que auxiliam no desenvolvimento de estratégias de cálculo são: contar para frente; contar para trás; contar de 2 em 2, 3 em 3, 5 em 5, 10 em 10; contar a partir de um determinado número.

Jogos de percurso em que as crianças avançam e retrocedem casas são um excelente recurso para desenvolvimento do raciocínio aditivo e também de estratégias de contagem. O jogo de percurso “Coelhinho procurando a toca” tem o objetivo de propor a contagem de 2 em 2. O mesmo jogo pode ser adaptado para trabalhar a contagem de 3 em 3 ou outros intervalos.

COELHINHO PROCURANDO A TOCA

Objetivo do jogo: Contagem de 2 em 2

Materiais:

- 1 tabuleiro;
- 1 dado com três faces azuis e com três faces vermelhas, contendo apenas o número 2 nas faces;
- 3 peões (coelhinhos).

Número de jogadores: 3 jogadores



Ricardo Luiz Enz





Regras do jogo:

Os jogadores deverão “ajudar” o coelhinho a encontrar sua toca saltando sobre as casinhas do tabuleiro. O jogador poderá “sair” da toca inicial somente quando cair uma face azul no dado. Caso contrário, nela permanecerá até que isso ocorra. Se cair uma face azul avança duas casas. Se cair uma face vermelha volta duas casas. Ganha o jogo o jogador que conseguir chegar primeiro à última casa (onde está a toca).

O mesmo jogo pode ser jogado com outro dado: 3, 3, 3 azul e 3, 3, 3 vermelho, explorando a contagem de 3 em 3.

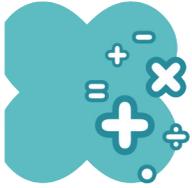
Problematizando situações após o jogo:

João estava na casinha 4. Quantas vezes Mário terá que jogar o dado e que cores têm que cair para que ele possa chegar na casinha 20 o mais rápido possível? Vá preenchendo as casinhas pelas quais o coelhinho deverá passar.



Caio teve muita sorte! Em todas as rodadas do jogo sorteou nos dados: 2 azul, o que lhe permitiu avançar sempre e ganhar o jogo. Escreva as casas pelas quais Caio passou para chegar à toca do coelhinho.





48

Recurso à propriedade comutativa

A propriedade comutativa da adição e da multiplicação é um recurso importante para o cálculo, uma vez que facilita a memorização e também a realização dos cálculos.

A propriedade comutativa da multiplicação é definida por “ $a \times b = b \times a$ ”, ou seja, a ordem dos fatores não altera o produto. É válida para qualquer número natural. Por exemplo, $3 \times 4 = 4 \times 3$.

É importante chamar a atenção para o fato de que a propriedade comutativa é uma propriedade da adição e da multiplicação, mas que nem sempre se aplica à situação-problema nelas envolvida.

Será que ao mudar a ordem dos fatores, a situação-problema continua sendo a mesma? Veja um exemplo:

- **Um professor trabalha 4 horas por dia, de segunda-feira à sexta-feira. Quantas horas ele trabalha nesse período da semana?**

O problema pode ser resolvido pelo cálculo $5 \times 4 = 20$, considerando $4 + 4 + 4 + 4 + 4 = 20$, uma vez que o professor trabalha 4 horas durante 5 dias da semana, totalizando 20 horas semanais. Mas, qual seria a situação para esse professor se a representação fosse $4 \times 5 = ?$

A quantidade de horas trabalhadas na semana é a mesma do problema anterior? E a quantidade de horas trabalhadas por dia? E a quantidade de dias trabalhados por semana? Nessa situação, apesar de o total de horas trabalhadas por semana ser a mesma da primeira situação, 20 horas, nesse último caso, o professor trabalharia 5 horas por dia ao invés de 4 horas e somente 4 dias na semana ao invés de 5 dias: $5 + 5 + 5 + 5 = 20$

No caso da adição, ocorre algo semelhante. Veja o exemplo:

- **Júlia foi fazer compras para a sua mãe. Na padaria comprou pão e leite, e gastou R\$ 6,50 e no açougue comprou um quilo de carne e gastou R\$ 13,30. Quanto Júlia gastou ao todo?**

O problema pode ser resolvido pelo cálculo: $6,50 + 13,30 = 19,80$, onde a primeira parcela corresponde ao que Júlia gastou na padaria e a segunda ao que Júlia gastou no açougue. Podemos afirmar que alterando as parcelas $13,30 + 6,50 = 19,80$ obteríamos o mesmo resultado, o que não está incorreto se pensarmos apenas nos números envolvidos no problema. Mas, e se Júlia tiver que prestar contas dos gastos à sua mãe? Alterar as parcelas poderia dificultar a explicitação do valor correspondente a cada gasto.





No caderno 8 o tema "tabuada" será tratado com maiores detalhes.

Memorização de fatos numéricos

Quando falamos em memorização como recurso aos cálculos mentais, logo vem à mente a questão da tabuada: decorar ou não decorar? Há várias críticas, com as quais concordamos, ao ensino da **tabuada** de modo mecânico e memorístico e ao entendimento dessa abordagem como forma de ensino da multiplicação. Como já comentado, aprender multiplicação requer muito mais do que memorizar as tabuadas.

Por outro lado, há aqueles que, como nós, reconhecem na tabuada uma maneira de agilizar processos de cálculos a partir da memorização de resultados da multiplicação entre os fatores. No entanto, entendemos que essa memorização deva ser consequência da adoção de estratégias metodológicas que permitam a construção/estruturação de regularidades entre os fatos numéricos e a memorização dos mesmos por caminhos diferentes da "decoreba" destituída de significado, muitas vezes presentes nas salas de aula¹.

Observe um depoimento sobre a questão da memorização de fatos e a tabuada.



O USO DA TABUADA EM SALA DE AULA

Marina de Fátima Dolata – professora regente 2º e 3º anos.

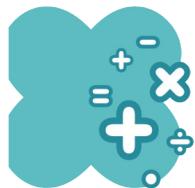
E.M. Tanira Regina Schmidt – NREBV

Ao me deparar com o conteúdo de multiplicação nos planos trimestrais do 3º ano, lembrei-me imediatamente de quando eu, estudante do ensino fundamental, fui apresentada à temida tabuada... E agora era a minha vez de apresentá-la. Pensei de que forma poderia ensinar a multiplicação e a tabuada sem que meus alunos precisassem apenas decorá-la e usar algoritmos mecanicamente, sem ao menos refletir sobre aquela operação e sua função em nossas vidas. Enfim, a multiplicação passa a ser entendida muitas vezes, apenas na prática e para muitos adultos apenas no uso atrelado ao sistema monetário. Para alguns, nem nestas situações comuns, pois apenas decoraram algo sem saber ao menos em que aplicar o conhecimento adquirido.

Compreender é fundamental. É inconcebível exigir que os alunos recitem a tabuada, sem que tenham entendido o significado do que estão dizendo. Na multiplicação, bem como em todas as outras operações, a noção de número e o sistema de numeração decimal, precisam ser construídos e compreendidos, trabalho iniciado no ciclo I e consolidado nesta etapa, no 3º ano. No ciclo II, a ampliação se dará a partir dos conhecimentos que as crianças devem se apropriar até o final do ciclo I.

¹ A esse respeito, veja Spinillo e Magina (2004).





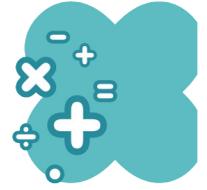
Assim, a construção da ideia multiplicativa iniciou-se com a ideia aditiva. O trabalho com material manipulativo foi fundamental para que alguns alunos percebessem de que forma aquela problematização estava sendo resolvida. Manipular objetos na matemática para algumas crianças é necessário, pois necessitam se apoiar na visualização das quantidades para então representá-las com números. Com a resolução de situações-problema em diferentes contextos, os alunos desde o 2º ano já são colocados em situações envolvendo a ideia multiplicativa.

Em minha sala, as correções de situações-problema acontecem no quadro de giz, com a exposição das diferentes formas de resolução por parte das crianças, sendo resolvidas por elas mesmas. Em dada situação-problema ocorreu a seguinte conclusão por parte dos alunos: a multiplicação "facilita a matemática" e com ela encontramos o mesmo resultado da adição.

Durante a resolução em sala, tivemos cinco soluções: um aluno optou pelo desenho bem esquematizado para responder "Se um coelho tem quatro patas, quantas patas têm 8 coelhos juntos?". O aluno desenhou os 8 coelhos com todos seus detalhes. A segunda aluna optou pela representação esquemática, desenhando bolinhas e palitinhos para representar coelhos e número de patas. O terceiro aluno agrupou palitinhos de 4 em 4. A quarta criança realizou a adição de oito parcelas contendo o número 4. E finalmente, um aluno com um raciocínio matemático mais consolidado, foi ao quadro e resolveu: $4 \times 8 = 32$. Foi o primeiro a se sentar. Como as crianças que optaram pelo desenho demoraram mais que os demais alunos, a turma prontamente concluiu que em muitas situações o uso do algoritmo seja da adição ou da multiplicação é mais eficaz. E com relação à multiplicação, compreenderam que esta operação agiliza o processo da adição, especialmente quando envolve muitas parcelas iguais. O uso do dobro e do triplo também foi apresentado envolvendo a ideia aditiva e aos poucos, introduzida a ideia multiplicativa.

Com o uso constante dos algoritmos da multiplicação, creio que as crianças irão memorizar os fatos mais comuns, especialmente os contidos nas tabuadas até 10, base do nosso sistema de numeração. Memorizar com seu uso e aplicação, e não apenas decorar a tabuada. Para que o raciocínio matemático fique ainda mais ágil, estão sendo propostos jogos variados, em sala e no laboratório de informática. Como por exemplo, bingo de tabuada, memória dos fatos, jogo do dobro e triplo, cálculos mentais e todo tipo de jogos que contribuam para a fixação do raciocínio da multiplicação e por consequência sua memorização. Mas memorização sem compreensão não dará ao nosso aluno uma aprendizagem significativa, construída para que se leve adiante em sua vida escolar. Antes de qualquer coisa, deve haver compreensão para que a temida tabuada lá do nosso tempo de estudante, seja uma aliada na caminhada matemática das nossas crianças.





Além das sugestões apresentadas pela professora Marina sobre as estratégias para o trabalho com a tabuada, Ponte et al. (2005), propõe o trabalho com os fatos numéricos da multiplicação pelo desenvolvimento de atividades investigativas, nas quais os alunos são convidados a analisar padrões e regularidades existentes nas operações, por exemplo a seguinte:

Outro olhar sobre a tabuada

Construa a tabuada do 3. O que encontra de curioso nesta tabuada? Prolongue-a calculando 11×3 , 12×3 , 13×3 ... e formule algumas conjecturas. (PONTE et al., 2005, p. 64)

Atividades como essa, tanto em relação à multiplicação como em relação à adição, contribuem para a construção de recursos cognitivos que auxiliam a memorização, pois as crianças têm a oportunidade de estabelecer relações entre os fatos e perceber regularidades por processos investigativos.

Outra sugestão é proposta por Pires (2013) para a construção de Fatos Básicos da Multiplicação por meio da elaboração coletiva e gradativa da “Tábua de Pitágoras”. A autora explica que se trata de uma “tabela de dupla entrada na qual são registrados os resultados da multiplicação dos números que ocupam a linha e a coluna principais” (p. 148). A atividade volta-se para a possibilidade de exploração das regularidades que aparecem na construção da Tábua. É uma proposta bastante semelhante a apresentada por Van de Walle (2009, p. 203).

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12			
3	3	6	9	12					
4	4	8							
5	5								
6	6								
7	7								
8	8								
9	9								





Pires (2013, p. 148-156) propõe que a construção da “Tábua de Pitágoras” seja feita de forma gradativa e iniciada com o preenchimento da primeira linha e da primeira coluna, após a discussão sobre como a atividade deve ser realizada. Este diálogo visa a problematizar situações para que os alunos percebam regularidades tais como:

- 1×3 tem o mesmo resultado de 3×1 , embora representem situações distintas, conforme já comentado (propriedade comutativa);
- quando um dos fatores é “1”, o resultado da multiplicação é igual ao outro fator (elemento neutro);
- o preenchimento da segunda linha e coluna se constitui no dobro dos resultados da primeira linha e coluna. O mesmo acontece com a quarta linha e coluna em relação à segunda e com a oitava linha e coluna em relação à quarta.

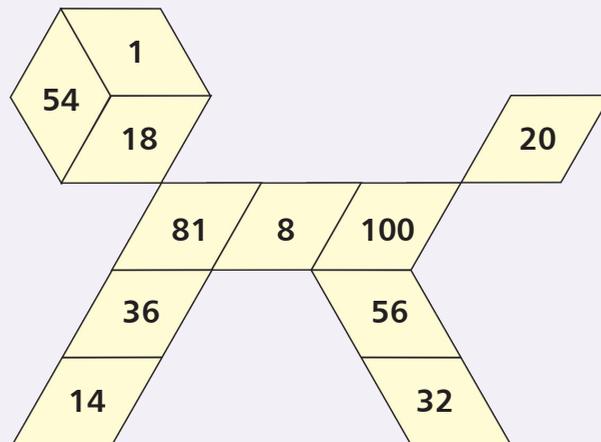
Outras regularidades são observáveis, tais como as relações entre as tabuadas do 3, 6 e 9 e ao fato de que os resultados da tabuada do 5 terminam em 5 ou 0.

Entretanto, esta não deve ser a única alternativa para o trabalho com o estudo dos fatos fundamentais da multiplicação. O professor pode se valer de jogos como recursos também para a memorização de fatos numéricos da multiplicação. Um exemplo é o jogo adaptado de Kamii e Livingston (1995, p. 177) e as problematizações propostas por Agranionih e Smaniotto (1999).

GATOS MALHADOS

Materiais:

- Tabuleiro com 55 espaços contendo todos os fatos básicos da multiplicação;
- Placar de pontos para cada jogador em forma de gato com produtos possíveis, conforme o modelo.



- 1 dado numerado de 1 a 6;
- Botões ou fichas para marcação de pontos.





Número de jogadores: 3 a 5

Tabuleiro:

Início											
4 x 3	5 x 2	9 x 7	7 x 4	10 x 5	8 x 1	9 x 3	3 x 3	4 x 1	7 x 2	2 x 2	
8 x 4	1 x 1	10 x 7	8 x 8	5 x 4	7 x 7	10 x 10	4 x 2	8 x 3	9 x 6	2 x 1	
3 x 2	8 x 7	10 x 6	8 x 5	9 x 5	3 x 1	7 x 5	4 x 4	7 x 3	10 x 2	9 x 2	
10 x 3	5 x 5	9 x 1	6 x 1	6 x 5	9 x 4	9 x 9	8 x 8	10 x 4	5 x 1	5 x 3	
6 x 2	8 x 6	6 x 3	7 x 6	8 x 2	6 x 6	6 x 4	10 x 8	10 x 1	10 x 9	7 x 1	

Regras do jogo:

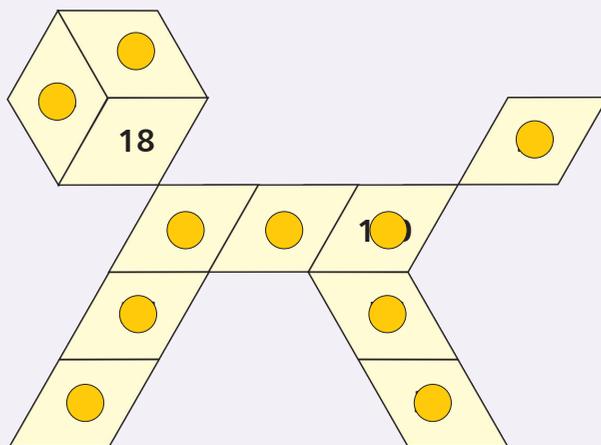
Um jogador de cada vez joga o dado e move, em qualquer direção, sua peça no tabuleiro quantas casas for sorteado, realizando a multiplicação indicada no local em que sua peça parar. Se for possível, marca no seu gato o valor do produto. Ganha o jogo quem completar primeiro todas as casas do gato.

Variações:

- Pode-se adaptar as tabuadas envolvidas, com vistas ao trabalho com crianças que ainda não dominam as tabuadas de números maiores que 5.

Problematizando situações do jogo:

Veja uma situação de jogo, com gato de Marcos faltando só uma casa para ser completado



Para ganhar o jogo é preciso marcar o número 18. Quais multiplicações, no jogo, podem dar esse resultado?





Veja onde está a peça de Marcos no tabuleiro. Ele jogou o dado e caiu o número 6. É possível ganhar o jogo? Como?

Início										
4 x 3	5 x 2	9 x 7	7 x 4	10 x 5	8 x 1	9 x 3	3 x 3	4 x 1	7 x 2	2 x 2
8 x 4	1 x 1	10 x 7	8 x 8	5 x 4	7 x 7	10 x 10	4 x 2	8 x 3	9 x 6	2 x 1
3 x 2	8 x 7	10 x 6	8 x 5	9 x 5	3 x 1	7 x 5	4 x 4	7 x 3	10 x 2	9 x 2
10 x 3	5 x 5	9 x 1	6 x 1	6 x 5	9 x 4	9	8 x 8	10 x 4	5 x 1	5 x 3
6 x 2	8 x 6	6 x 3	7 x 6	8 x 2	6 x 6	6 x 4	10 x 8	10 x 1	10 x 9	7 x 1

Dobros e metades

Dobros e metades são fáceis de memorizar e podem ser um recurso bastante interessante para o cálculo mental. O reagrupamento em torno de um dobro pela decomposição de uma das parcelas e o apoio da propriedade associativa da adição permitem relacionar os números de modo a facilitar o cálculo.

A propriedade associativa da adição é definida por $(a + b) + c = a + (b + c)$, ou seja, o resultado não altera quando são associadas parcelas diferentes. É válida para qualquer número natural. Por exemplo: $(3 + 7) + 2 = 3 + (7 + 2)$

Exemplos:

$$\begin{aligned} \text{a) } 7 + 8 &= & 7 + (7 + 1) &= \\ & & (7 + 7) + 1 &= 15 \\ & & 14 + 1 &= 15 \end{aligned}$$

Observe que o 8 foi decomposto de modo a obter 7.

$$\text{b) } 7 + 14 = \quad 7 + (7 + 7) = 21 \quad \text{ou} \quad 3 \times 7 = 21$$

$$\begin{aligned} \text{c) } 14 - 6 &= & (7 + 7) - 6 &= \\ & & 7 + (7 - 6) &= \\ & & 7 + 1 &= 8 \end{aligned}$$

Estes procedimentos podem ser trabalhados em sala de aula a partir de atividades investigativas como a que segue:

Veja como Rui resolveu os cálculos abaixo:

$$4 + 5 = 4 + 4 + 1 = 9$$

$$8 + 9 = 8 + 8 + 1 = 17$$

$$7 + 8 = 7 + 7 + 1 = 15$$





Rui falou que desse jeito é mais fácil de encontrar o resultado.

Explique o jeito de Rui fazer os cálculos: _____

Você concorda com Rui? _____ Por quê? _____

Jogos são excelentes recursos para a memorização de dobros e metades e dão suporte à construção de estratégias, por exemplo, como ocorre no jogo “Dobros e Metades”.

DOBROS E METADES

Materiais:

- 2 baralhos de números pares com cartas do 2 ao 20;
- 1 dado com as seguintes faces: dobro, metade, dobro, metade, dobro, metade;
- Objetos para contagem: fichas ou palitos.

Número de jogadores: 4

Regras do jogo:

Colocar as cartas do baralho sobre a mesa, embaralhadas, com a face virada para baixo. Distribuir as cartas do outro baralho entre os 4 jogadores. O primeiro jogador vira a primeira carta do monte e joga o dado. Se a carta for 4 e no dado cair metade, deverá procurar entre as suas cartas se tem o 2. Caso tenha, junta o quatro da mesa formando um par e o coloca ao lado para posterior contagem de pontos. Caso não tenha, passa a vez ao próximo jogador que deverá proceder do mesmo modo, ou seja, procurar entre suas cartas o 2, se tiver como, forma o par e se não tiver passa a vez, caso não seja possível formar o par (por exemplo, ao virar a carta do monte saiu 20 e o dado caiu como dobro), o próximo jogador joga o dado novamente. Sempre que um dos jogadores formar um par, o próximo deverá virar mais uma carta do baralho que está sobre a mesa.

Problematizando situações após o jogo

Marta tem em sua mão as cartas: 4, 10, 12. Com quais cartas poderá formar par se no dado cair “dobro”?

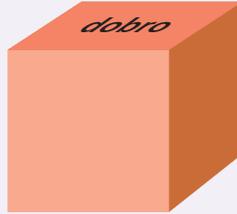
Juca virou a carta 20. O que terá que cair no dado para que possa formar par com algumas de suas cartas? Por quê?





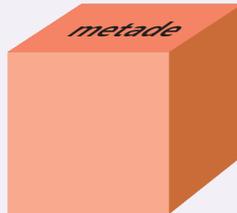
Quais cartas fariam par nas jogadas a seguir:

- Carta com 2
- Carta com 4
- Carta com 6
- Carta com 8
- Carta com 10



Quais cartas fariam par nas jogadas abaixo?

- Carta com 20
- Carta com 18
- Carta com 16
- Carta com 10
- Carta com 8
- Carta com 4



Reagrupar em dezenas ou centenas

Vejam alguns exemplos do uso deste procedimento na resolução das operações.

Na resolução abaixo observamos que o aluno decompôs os números em dezenas e unidades, subtraindo as dezenas e as unidades separadamente e somando os resultados.

$$\begin{array}{r} 34 \\ - 12 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 30 \\ - 10 \\ \hline 20 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ - 2 \\ \hline 2 \end{array} \quad 20 + 2 = 22$$

Já na segunda resolução decompôs o 12 em 10 + 2, subtraindo inicialmente o 10 de 34 e por fim subtraindo o 2 do 24 restante.

$$\begin{array}{l} 34 - 10 = 24 \\ 24 - 2 = 22 \end{array}$$





Já na última resolução não usou a decomposição em dezenas e unidades, mas a adição e um esquema de complementar quantos faltam para a dezena mais próxima, no caso 20 e depois, complementar quantos faltam para 34.

$$\begin{array}{r} 34 \\ - 12 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 12 \\ + 8 \\ \hline 20 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 20 \\ + 14 \\ \hline 34 \end{array} \qquad 22$$

Estas estratégias podem ser trabalhadas também a partir de atividades investigativas que chamem a atenção para a possibilidade de serem utilizadas no cálculo, como abaixo:

Luís também inventou um jeito diferente de fazer contas. Olha como ele fez:

$$28 + 12 = 20 + 8 + 10 + 2 =$$

$$30 + 10 = 40$$

Você descobriu o segredo de Luís? Qual é? _____

Então resolva as continhas do jeito dele. Depois veja se o seu colega fez igual a você.

$$34 + 41 + 35 =$$

$$86 + 35 =$$

Carlos encontrou um jeito fácil de fazer as contas de sua lição de casa. Olhe como ele fez:

$$4 + 8 + 6 + 2 + 3 =$$

$$10 + 10 + 3 = 23$$

Você descobriu o segredo de Carlos? Qual é? _____

Então resolva as continhas do jeito dele. Depois veja se o seu colega fez igual a você.

$$9 + 3 + 6 + 1 + 1 =$$

$$4 + 5 + 3 + 2 + 5 + 1 =$$





Gabriel resolveu os cálculos de um jeito diferente. Veja como ele fez:

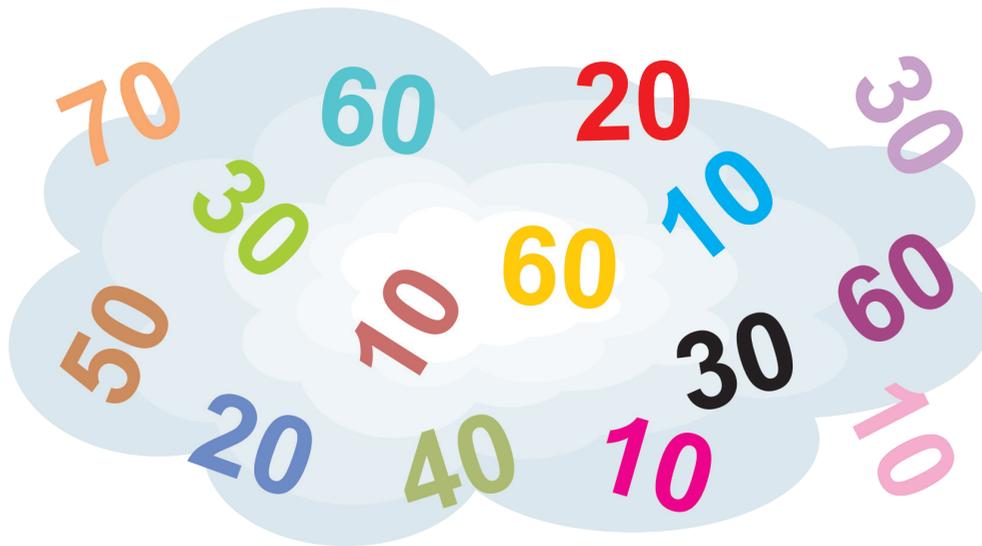
$$14 - 8 = \quad 10 + 4 \quad 2 + 4 = 6$$

$$\begin{array}{r} -8 \\ 2 \end{array}$$

Gabriel disse que a resposta é 6. João disse que não podia fazer uma conta de mais se a conta inicial era de menos.

Você concorda com Gabriel ou com João? _____ Por quê?

Margarida percebeu que todas as continhas que resolveu na sua lição de casa deu o resultado 100. Quando estava pensando sobre isso, aconteceu algo incrível. Todos os números das contas saltaram do papel e se misturaram. E agora?



Carlos Cesar Salvadori

Ajude Margarida a refazer as continhas. Lembre que é preciso formar contas com os números de modo que resultem em 100.

Como já salientamos, é fundamental que o professor proporcione às crianças oportunidades de desenvolver estratégias de cálculo a partir da coordenação dos conhecimentos que já possuem sobre as operações e sobre o sistema de numeração decimal. Um modo bastante interessante de fazer isso é propor atividades que permitam às crianças estabelecer relações e/ou encontrar regularidades entre os números envolvidos que possam ser úteis ao cálculo, desde as mais elementares às mais complexas.





ALGORITMOS TRADICIONAIS

Ettiene Cordeiro Guerios

Neila Tonin Agranionih

Tania Teresinha Bruns Zimer

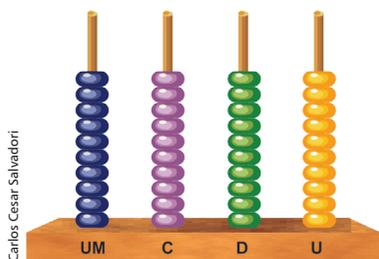
A expressão “fazer contas” faz parte do cotidiano escolar. Até o momento mostramos que o “fazer contas” pode ser realizado de diferentes maneiras. O algoritmo tradicional é uma dessas maneiras e é sobre ele que trataremos a seguir.

O algoritmo tradicional das operações permite realizar cálculos de uma maneira ágil e sintética principalmente quando envolve números altos. Possibilita, também, ampliar a compreensão sobre o Sistema de Numeração Decimal (SND).

Primeiramente trataremos das conhecidas “conta de mais” e “conta de menos”. São modos de representar os processos operativos da adição e da subtração pautados nas propriedades do SND. É importante que a criança tenha se apropriado das características do SND para que compreenda os processos sequenciais dos algoritmos.

O material dourado, o ábaco e o Quadro Valor Lugar (QVL), são recursos que podem ser utilizados, para favorecer a compreensão dos algoritmos tradicionais.

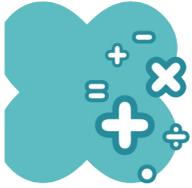
O QVL já é conhecido e foi explorado no Caderno anterior. O ábaco é considerado, historicamente, como o precursor da calculadora e conhecido como a primeira máquina de calcular construída pelo homem. Há diferentes modelos



de ábaco, todos eles com o mesmo princípio constitutivo do SND que permite o trabalho centrado no valor posicional do número. Por razões didáticas, para o ciclo de alfabetização, sugerimos atividades com o ábaco aberto e apenas até a ordem das unidades de milhar. Isto porque, a ideia é que depois disso, o algoritmo já esteja consolidado, não sendo mais necessário o uso de materiais manipuláveis.

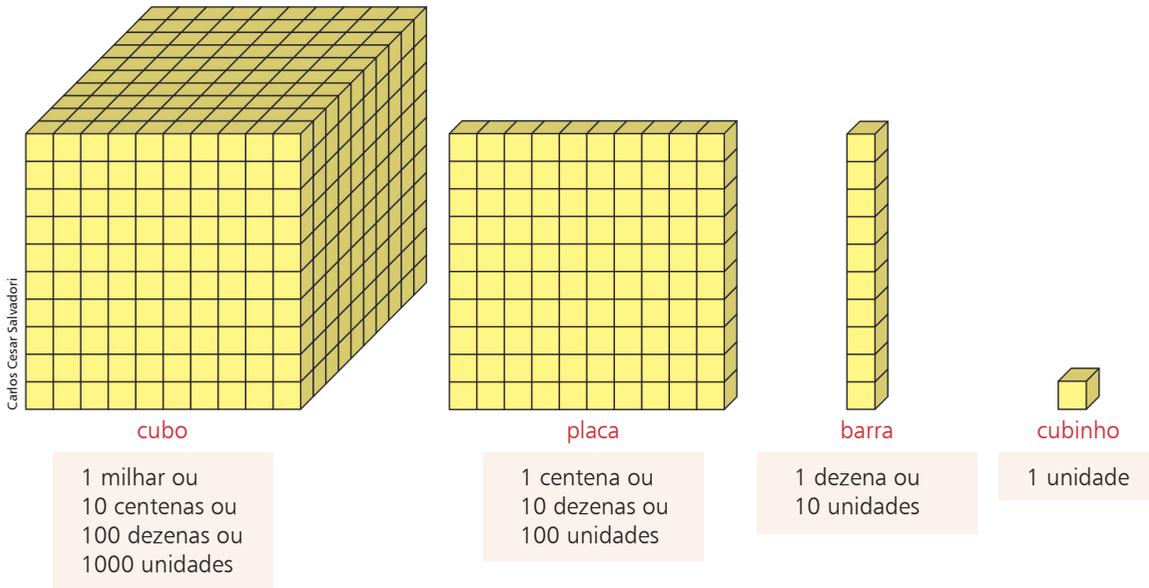
O material dourado é formado por cubinhos, barras, placas e cubo, em que uma barra é formada por 10 cubinhos, uma placa é formada por 10 barras e um cubo é formado por 10 placas. A principal contribuição desse consiste na possibilidade de explorar propriedades do SND, tais como: a base 10, a composição aditiva e multiplicativa, explorar trocas e composição/decomposição de números em unidades, dezenas e centenas. É importante salientar que o valor posicional do número não é tratado de forma explícita neste recurso como o é no QVL e no ábaco.





60

OPERAÇÕES NA
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS



Vejam alguns exemplos de como podemos trabalhar os algoritmos tradicionais com o material dourado e com o ábaco, tendo como base o trabalho sugerido com agrupamentos em base dez e o Quadro Valor de Lugar no caderno anterior a este.

Inicialmente sugerimos que as crianças joguem o Jogo “Nunca Dez” utilizando as peças do Material Dourado. Deste modo, se familiarizarão com as trocas e destrocas possíveis:

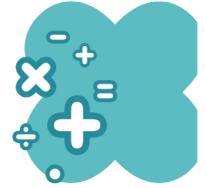
- 10 cubinhos por 1 barra (dez unidades por uma dezena); 10 barras por 1 placa (dez dezenas por uma centena).
- 1 placa por 10 barras (uma centena por dez dezenas); 1 barra por 10 cubinhos (uma dezena por dez unidades).

Também sugerimos que realizem o mesmo jogo com o Ábaco. Nesse caso, as trocas e destrocas assumirão características diferentes, uma vez que unidades, dezenas e centenas são determinadas pela posição que ocupam no ábaco:

- 10 argolas na casa das unidades por 1 argola na casa das dezenas; 10 argolas na casa das dezenas por 1 argola na casa das centenas.
- 1 argola na casa das centenas por 10 argolas na casa das dezenas; 1 argola na casa das dezenas por 10 na casa das unidades.

É importante que os alunos representem diferentes números no ábaco antes de iniciarem o trabalho com cálculos para que o processo se torne mais ágil. Isto porque a tendência inicial é que ao representar 25 unidades no ábaco, por exemplo, o façam colocando 25 unidades na casa das unidades. Em alguns ábacos, a impossibilidade de que as 25 argolas caibam no pino correspondente à casa das unidades gera a necessidade de o aluno encontrar uma alternativa para solucionar o impasse. É importante neste momento, que o professor desafie os alunos a representarem

Trata-se de um jogo em que as crianças lançam um ou dois dados com a finalidade de ganhar cubinhos, a cada 10 cubinhos devem trocar por 1 barra, e assim por diante. No Caderno Jogos e Alfabetização Matemática esse jogo está descrito com detalhamento.



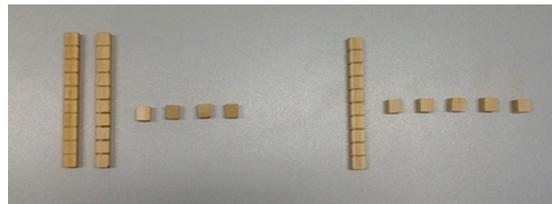
diretamente no ábaco as 2 dezenas que compõem o número colocando diretamente 2 argolas na casa das dezenas e 5 argolas na casa das unidades. Para isso poderão retomar o processo do jogo “Nunca Dez”, discutindo as diferentes possibilidades de trocas.

Adição sem agrupamento ou reserva

A adição sem agrupamento é aquela que não exige o “vai um”², como na adição abaixo:

$$\begin{array}{r} 24 \\ + 15 \\ \hline \end{array}$$

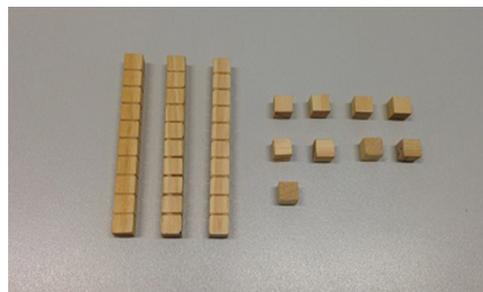
A adição não envolve agrupamento. Para realizar $24 + 15 =$ inicialmente as crianças podem separar 24 cubinhos e 15 cubinhos, juntá-los e contar todos, verificando a soma, tendo a contagem simples como apoio, conforme estratégias já discutidas sobre a resolução de problemas aditivos. Esta ação é bastante comum no início do trabalho com material dourado ou ábaco. Nesse caso, o trabalho do professor consiste em desafiar a criança a pensar em 24 como 2 grupos de dez mais 4 unidades e em 15 como 1 grupo de dez mais 5 unidades. Isto pode ser feito pelo desafio às trocas ou à representação direta do número com o material dourado: 24 cubinhos podem ser trocados por 2 barras e 4 cubinhos. Já 15 pode ser trocado por 1 barra e 5 cubinhos.



Arquivo dos autores

Usando o algoritmo tradicional da adição, iniciamos pela casa das unidades, somando os valores correspondentes. Com o apoio do material dourado, juntamos os 4 cubinhos (unidades) correspondentes à primeira parcela e os 5 cubinhos (unidades) correspondentes à segunda, obtendo 9 cubinhos. Representamos este valor colocando o algarismo 9 na casa das unidades.

D	U
2	4
+ 1	5
	9



Arquivo dos autores

² De fato, nunca “vai um”. Como veremos mais adiante “vai uma dezena”, “vai uma centena”, “vai um milhar” e assim por diante.



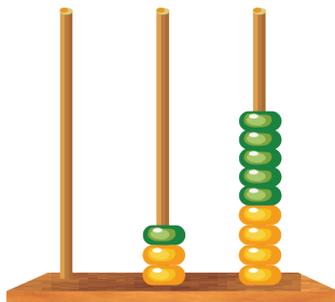


No caso, não houve necessidade de fazer trocas de unidades por dezenas, pois não formou uma dezena. A seguir juntamos 2 barras (dezenas) correspondentes à primeira parcela e 1 barra (dezena) correspondente à segunda parcela, obtendo 3 barras (dezenas). Representamos este valor com o algarismo 3 na casa das dezenas.

$$\begin{array}{r|l} \text{D} & \text{U} \\ \hline 2 & 4 \\ + 1 & 5 \\ \hline 3 & 9 \end{array}$$

Com o apoio do ábaco, o cálculo é realizado da seguinte forma: representamos o 24 no ábaco, colocando 2 argolas na casa das dezenas e 4 argolas na casa das unidades. No quadro ou em um papel registramos esses valores no formato da conta tradicional, identificando unidades e dezenas.

A seguir acrescentamos no mesmo ábaco, 1 argola na casa das dezenas e 5 argolas na casa das unidades, uma vez que se trata de uma ação de juntar. Registramos na conta, cada quantidade de argolas nas respectivas casas. A seguir, contamos quantas argolas há na casa das unidades (9) e registramos na conta e quantas argolas há na casa das dezenas e registramos na conta (3), concluindo que a soma é 39.



$$\begin{array}{r|l} \text{D} & \text{U} \\ \hline 2 & 4 \\ + 1 & 5 \\ \hline 3 & 9 \end{array}$$

Subtração sem desagrupamento

Trata-se de uma subtração em que não se requer desagrupar³ um número em uma ordem superior e colocá-lo na ordem imediatamente inferior, por exemplo, trocar uma dezena por 10 unidades para realizar o cálculo. Abaixo uma subtração sem desagrupamento:

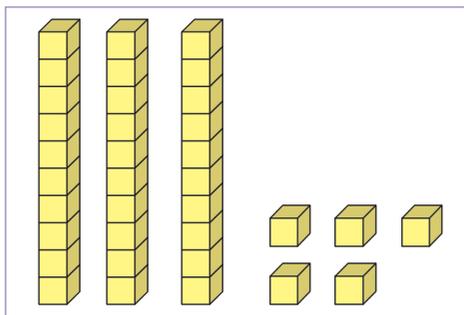
$$\begin{array}{r} 24 \\ - 11 \\ \hline \end{array}$$

³ É comum dizer "pegar emprestado" para sinalizar o desagrupamento. No entanto, esta expressão é inadequada, pois, de fato, o que houve foi um desagrupamento. Não houve empréstimo, porque não haverá devolução.





Para resolvê-la com o auxílio do material dourado, inicialmente, buscamos as peças que representam o 35, ou seja, 3 barras (dezenas) e 5 cubinhos (unidades).



Novamente, lembramos que no início a criança poderá pegar 35 cubinhos, sendo necessário desafiar as crianças a realizar as trocas das unidades pelas dezenas, uma vez que em 35 temos $10 + 10 + 10 + 5$, ou seja, 3 dezenas e 5 unidades.

Dos 35 cubinhos estão sendo subtraídos 11. Como no algoritmo da subtração iniciamos pela unidade, retiramos 1 cubinho (unidade) das 5 que tínhamos, ficando com 4 cubinhos (unidades).

D	U
3	5
- 1	1
	4

A seguir subtraímos as dezenas. Então, retiramos 1 barra das 3 que tínhamos inicialmente, ficando com 2. Representamos o valor obtido na conta: tínhamos 3 dezenas, subtraímos 1, ficando com 2 dezenas.

D	U
3	5
- 1	1
2	4

Com o ábaco é possível fazer esse cálculo do seguinte modo: inicialmente colocamos no ábaco o número de argolas correspondentes às unidades e dezenas de 35, ou seja, 3 dezenas e 5 unidades representando-as nos lugares correspondentes na conta.

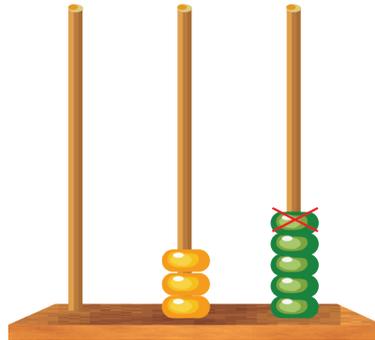
D	U
3	5





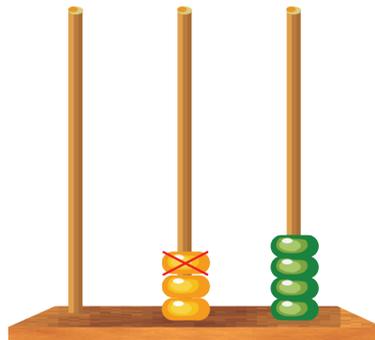
64

A seguir, retiramos do ábaco, iniciando pela casa das unidades, 1 argola da casa das unidades, ou seja, 1 unidade, registrando a ação realizada na conta:



$$\begin{array}{r|l} \text{D} & \text{U} \\ \hline 3 & 5 \\ - 1 & 1 \\ \hline & 4 \end{array}$$

Posteriormente, retiramos 1 argola da casa das dezenas, ou seja, 1 dezena, registrando a ação realizada na conta, concluindo que o resultado é 24.



$$\begin{array}{r|l} \text{D} & \text{U} \\ \hline 3 & 5 \\ - 1 & 1 \\ \hline 2 & 4 \end{array}$$

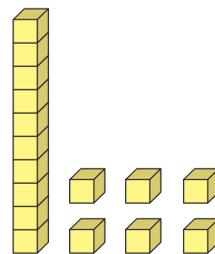
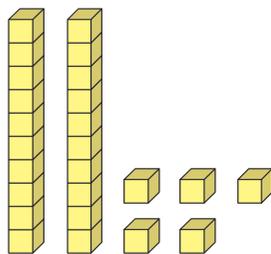
Adição com agrupamento ou reserva

Nesse caso temos um cálculo de adição com reserva, como a seguir:

$$\begin{array}{r} 25 \\ + 16 \\ \hline \end{array}$$

Inicialmente, com o material dourado, separamos as peças equivalentes à primeira parcela, ou seja, 2 barras e 5 cubinhos, isto é, 2 dezenas e 5 unidades.

A seguir separamos as peças equivalentes à segunda parcela: 1 barra (1 dezena) e 6 cubinhos (6 unidades), juntando-as às separadas anteriormente. Acrescentamos a segunda parcela:



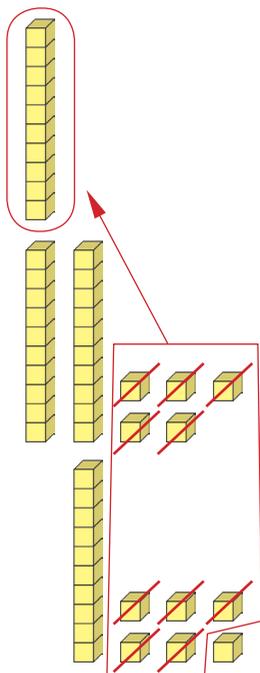
$$\begin{array}{r|l} \text{D} & \text{U} \\ \hline 2 & 5 \\ + 1 & 6 \\ \hline \end{array}$$





Verificamos que ao todo temos 11 cubinhos, o que equivale a $10 + 1$, ou seja, 1 dezena mais 1 unidade.

Como operamos em um sistema de numeração de base dez, temos que trocar 10 cubinhos por 1 barra, ou seja, 10 unidades por 1 dezena, restando, após a troca, 1 cubinho que equivale a 1 unidade. Aqui temos o que conhecemos como o “vai um”, ou seja, “vai uma” dezena para a casa das dezenas, uma vez que fizemos a troca de 10 unidades por 1 dezena.



Como representamos esse movimento no algoritmo?

A compreensão do valor posicional do número é muito importante neste momento, ou seja, a compreensão de que o algarismo 1 na “casa” das dezenas tem um valor equivalente a dez unidades.

Se não fosse o movimento do “vai” uma dezena para a casa da dezena, teríamos a seguinte configuração no cálculo, o que não estaria de acordo com o algoritmo:

$$\begin{array}{r|l}
 \text{D} & \text{U} \\
 \hline
 2 & 5 \\
 + 1 & 6 \\
 \hline
 \mathbf{11} & \longrightarrow 10 + 1 = 1d + 1u
 \end{array}$$

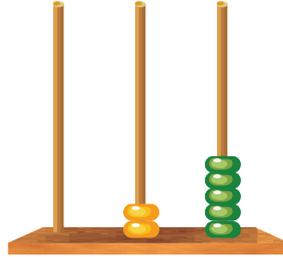
Portanto, a representação fica da seguinte forma:

$$\begin{array}{r|l}
 \text{D} & \text{U} \\
 \hline
 \overset{1}{2} & 5 \\
 + 1 & 6 \\
 \hline
 4 & 1
 \end{array}$$



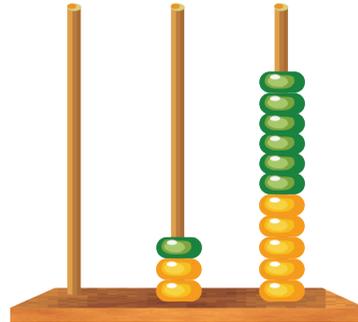


Com o ábaco, inicialmente representamos a primeira parcela do cálculo (25) colocando 2 argolas na casa das dezenas e 5 argolas na casa das unidades. Representamos este valor na conta.



$$\begin{array}{r|l} \text{D} & \text{U} \\ \hline 2 & 5 \end{array}$$

A seguir, juntamos a segunda parcela: 1 argola na casa das dezenas e 6 na casa das unidades, representando o acréscimo na conta.

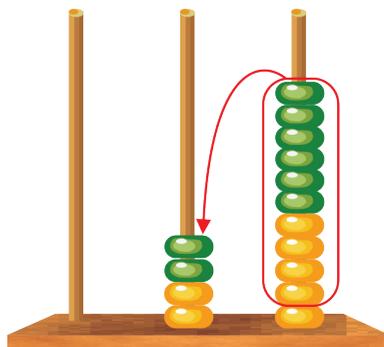


$$\begin{array}{r|l} \text{D} & \text{U} \\ \hline 2 & 5 \\ + 1 & 6 \end{array}$$

Contando a quantidade de argolas da casa das unidades verificamos que obtemos 11.

$$\begin{array}{r|l} \text{D} & \text{U} \\ \hline 2 & 5 \\ + 1 & 6 \\ \hline & \mathbf{11} \end{array} \rightarrow 10 + 1 = 1\text{d} + 1\text{u}$$

Então, como $11 = 10 + 1$, ou seja, 1 dezena + 1 unidade, temos que proceder a troca de 10 argolas que estão na casa das unidades por 1 argola na casa das dezenas.

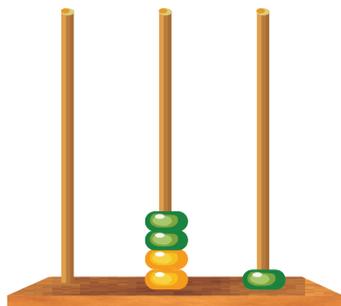


$$\begin{array}{r|l} \text{D} & \text{U} \\ \hline \mathbf{1}^1 2 & 5 \\ + 1 & 6 \\ \hline & 1 \end{array}$$





Finalmente, contamos as argolas na casa das dezenas obtendo 4 dezenas. Representamos esse valor na conta, finalizando o cálculo.



$$\begin{array}{r|l} \text{D} & \text{U} \\ \hline & 5 \\ + 1 & 6 \\ \hline 4 & 1 \end{array}$$

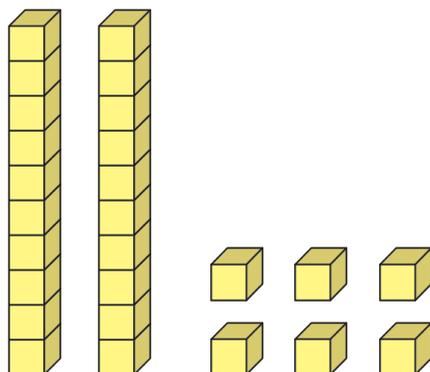
67

Subtração com desagrupamento

Trata-se de contas de subtração em que necessitamos fazer trocas entre dezenas por unidades ou centenas por dezenas, milhares por centenas e assim sucessivamente para realizarmos a conta. Exemplo de troca de dezena por unidades:

$$\begin{array}{r} 26 \\ - 18 \\ \hline \end{array}$$

Inicialmente pegamos 2 barras (dezenas) e 6 cubinhos (unidades) do material dourado.



$$\begin{array}{r|l} \text{D} & \text{U} \\ \hline 2 & 6 \end{array}$$

Precisamos subtrair de 26, 1 barra (dezena) e 8 cubinhos (unidades).

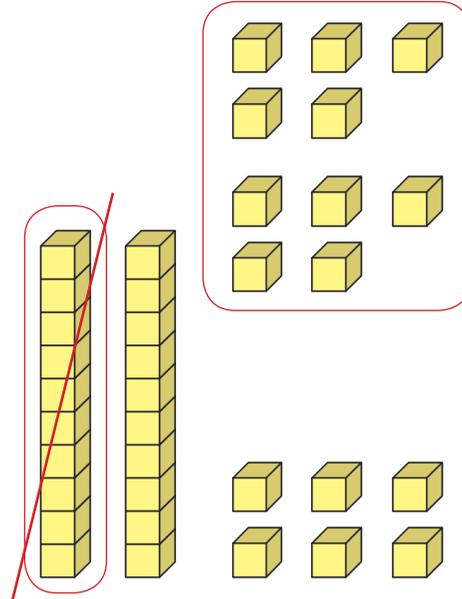
$$\begin{array}{r|l} \text{D} & \text{U} \\ \hline 2 & 6 \\ - 1 & 8 \\ \hline \end{array}$$

Conforme o algoritmo, iniciamos a subtração pela casa das unidades, então, devemos subtrair 8 cubinhos. De imediato é possível percebermos que para fazê-lo, precisamos de





uma estratégia, uma vez que temos, somente, 6 cubinhos. Tal estratégia consiste em trocar dezenas por unidades. Trocamos, então, 1 barra (1 dezena) por 10 cubinhos (unidades), ficando com 1 barra e 16 cubinhos.



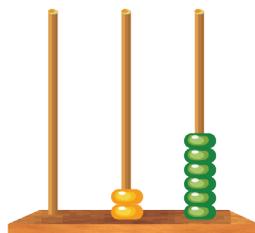
Como representar este movimento na conta?

D	U
2 ¹	16
- 1	8

Finalizamos o cálculo subtraindo 8 cubinhos dos 16 e 1 barra daquela que restou da troca. No cálculo, isto equivale a subtrair 8 unidades da casa das unidades e 1 dezena da casa das dezenas. O resultado do cálculo é 8 unidades.

D	U
2 ¹	16
- 1	8
0	8

No ábaco, inicialmente, representamos a quantidade inicial 26, colocando 2 argolas na casa das dezenas e 6 na casa das unidades.

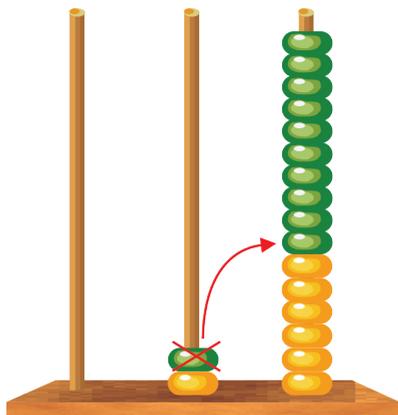


D	U
2	6



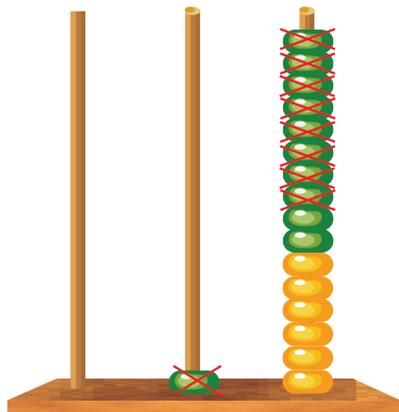


A seguir, começamos o cálculo pela casa das unidades. Precisamos subtrair 8 argolas das unidades, mas temos 6. Trocamos, então, uma argola da casa das dezenas por 10 argolas, colocando-as na casa das unidades, uma vez que 1 dezena equivale a dez unidades. Ficamos então com 16 argolas na casa das unidades, o que nos permite subtrair 8.



$$\begin{array}{r|l} \text{D} & \text{U} \\ \hline \cancel{2}^1 & 10 + 6 \end{array}$$

Iniciando a subtração pela casa das unidades, de 16 subtraímos 8 e ficamos com 8 unidades. Após, subtraímos 1 dezena da casa das dezenas, não restando, portanto, nenhuma dezena.



$$\begin{array}{r|l} \text{D} & \text{U} \\ \hline \cancel{2}^1 & 16 \\ - 1 & 8 \\ \hline 0 & 8 \end{array}$$





70

AS OPERAÇÕES, AS PRÁTICAS SOCIAIS E A CALCULADORA

Emerson Rolkouski

O objetivo principal desse caderno foi o de abordar com um nível adequado de profundidade questões relacionadas aos campos aditivo e multiplicativo e isso foi feito tendo como foco a prática social do professor, que em seu cotidiano terá que lidar com as dificuldades de aprendizagem, além de se preocupar em inserir estas práticas no universo mais amplo das práticas sociais dos seus alunos.

Na leitura de um jornal, de uma revista, de um livro de literatura, ao assistir um vídeo, o professor deve estar atento à matemática que ali está presente, podendo lançar problemas aos seus alunos, fazendo com que a alfabetização matemática faça sentido às crianças.

Para que aprendizagem se torne ainda mais interessante, o mundo da criança precisa ser respeitado, de forma que a seleção das fontes deve ser cuidadosa. Como um dos exemplos citamos o *site* da revista *Ciência Hoje das Crianças*. Leia a seguir o extrato de uma reportagem sobre as minhocas e como podemos explorá-lo para o trabalho com as medidas e com os campos conceituais aditivo e multiplicativo.

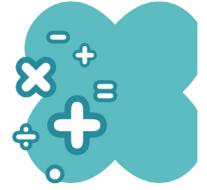
AS MAIORES MINHOCAS DO BRASIL

Pescar era uma das nossas diversões quando eu e meus primos visitávamos a fazenda de meus avós nas férias. Com varas de bambu e uma lata cheia de minhocas em mãos, seguíamos em direção a um pequeno córrego onde passávamos algumas horas testando a paciência em busca de alguns peixinhos, até que a última isca fosse para o anzol.



Daves Portfolio / Flickr / CC BY-NC-ND 2.0





Nem os especialistas sabem ao certo como surgiu a palavra “minhoca”. Uma das possibilidades é que seja uma modificação de “nyoka” ou “nhoka”, que, na língua Quimbundo – falada por muitos escravos africanos que foram trazidos para o Brasil –, significa “cobra”. A única certeza é que “açu” ou “uçu” quer dizer “grande” em tupi, e, portanto, minhocuçu significa “minhoca grande”. Em inglês, fica mais fácil: as minhocas são chamadas de “earthworm”, cujo significado é “verme da terra”.

As minhocas que usávamos não mediam mais que nossa mão. Naquela época, eu nem imaginava que pudessem existir algumas espécies mais compridas que minha perna e da espessura de um dedo – os minhocuços!

São conhecidas no Brasil mais de 50 espécies de minhocuços, a maioria medindo entre 30 e 50 centímetros de comprimento. A mais famosa delas é *Rhinodrilus alatus*. Desde muito tempo, a população das áreas onde essa espécie ocorre sabia de sua existência, mas foi só em 1971 que ela foi reconhecida por um especialista e ganhou seu nome científico.

Revista Ciência Hoje das Crianças. Disponível em: <<http://chc.cienciahoje.uol.com.br/as-maiores-minhocas-do-brasil/>>. Acesso em: 14 de fevereiro de 2014.

Além do trabalho interdisciplinar que pode ser efetivado com Ciências, observa-se que há algumas informações numéricas que podem ser exploradas.

Depois de ler e discutir sobre o que diz a reportagem, o professor poderá lançar perguntas como:

- Uma minhoca de 50 cm mede quantos centímetros a mais que sua perna?
- Quantas minhocas de 30 cm, dispostas uma depois da outra, seriam necessárias para dar a sua altura?

Pode-se perceber que reportagens como essa, além de tratarem de um assunto que, de modo geral, atrai as crianças, suscita uma série de perguntas.

Na leitura de jornais, por exemplo, há uma série de informações numéricas que podem ser problematizadas, por exemplo, em outubro de 2013, a Folhinha (seção do jornal a Folha de São Paulo para as crianças), para comemorar seus 50 anos, fez uma série de reportagens sobre antigas manchetes, como a que se pode conferir a seguir:

COM APENAS 5 ANOS DE IDADE, MENINA JÁ DOMAVA ELEFANTES

Com apenas 5 anos, Kitty já domava elefantes. Por lidar com animais maiores do que ela, a menina apareceu em uma reportagem da “Folhinha” de outubro de 1973.





A profissão de domador de animais exige não só muita coragem, mas também paciência e amor aos bichos.

O animal é treinado a ouvir uma pessoa – geralmente um adulto – e, depois de muitos ensaios, começa a obedecer ordens em troca de alguma recompensa.

Quer saber como Kitty conseguiu domar os elefantes? Leia a íntegra da matéria de 1973.

Fonte: Folha de São Paulo. Disponível em: <<http://www1.folha.uol.com.br/folhinha/2013/10/1351217-com-apenas-5-anos-de-idademenina-ja-domava-elefantes.shtml>>. Acesso em: dez. 2013.

Perguntas como, quantos anos a Kitty tinha a menos que você, quando domava elefantes? Quanto um elefante é maior que o seu professor? Pode disparar interessantes discussões em sala de aula.

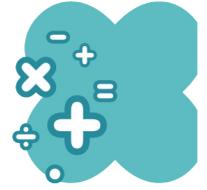
Uma outra possibilidade é a problematização de situações reais de sala de aula. Por exemplo, a tabela a seguir foi construída tendo como ponto de partida dados coletados por crianças que diziam respeito à quantidade de sorvetes que conseguiram vender em uma gincana. A professora retirou alguns valores, cabendo aos alunos a tarefa de completá-los com números que podiam ser colados. As hipóteses de soluções eram discutidas:

TURMA	Primeiro Dia	Segundo Dia	TOTAL
2º ano A	10	15	
2º ano B			35
2º ano C	14	25	39
TOTAL	47		

Arquivo dos autores

Tabelas como a apresentada e gráficos simples podem sugerir uma grande variedade de situações-problema, assim como constituem-se como importantes formas de representação, como é discutido no Caderno 7 sobre Educação Estatística.





Além dessas possibilidades, os livros de literatura do PNBE trazem uma grande variedade de títulos, que, de forma intencional trabalham com as operações e têm sido apresentados nos diversos cadernos que compõem este material de formação, durante os relatos de experiência, nas atividades do “Compartilhando” e nas “Sugestões de atividades para os encontros em grupos”.

Dependendo do objetivo da atividade proposta, poderá ou não ser solicitado o uso da calculadora. É importante enfatizar que o que está em jogo não é o uso ou o não uso dessa tecnologia, mas sim, quando utilizá-la.

Em situações reais, em que os números são muito grandes ou muito pequenos, a utilização da calculadora é recomendada. Isso porquê, o que está em jogo é a resolução da situação-problema real e não o uso de algoritmos. Por exemplo, caso precisemos saber com exatidão, quantos litros de gasolina conseguiremos comprar com R\$ 50,00, certamente utilizaremos uma calculadora, pois a operação a ser realizada seria muito trabalhosa para ser efetivada a mão.

No ciclo de alfabetização, uma série de atividades com a calculadora podem ser realizadas para construir e/ou sistematizar fatos importantes das operações, ou mesmo para disparar problemas.

Por exemplo, ao solicitar às crianças que encontrem o resultado de 4×5 sem utilizar a tecla \times , esperamos que o aluno execute $5 + 5 + 5 + 5$, enfatizando a multiplicação adições de parcelas iguais.

Em outro momento, podemos pedir que façam $20 \div 4$, sem utilizar a tecla \div , esperando que o aluno perceba que deve encontrar a quantidade de vezes que o 4 cabe em 20, o que pode ser realizado com sucessivas subtrações.

Em outra direção, poderemos elaborar problemas que podem ser explorados com o uso da **calculadora** e que abordam, de forma mais abstrata os conceitos presentes nesse caderno:

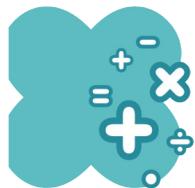
O uso da calculadora é discutido brevemente no Caderno 1 e com maior detalhamento no Caderno 8.

Apertei a tecla 8, depois a tecla +, tecliei ainda um outro número, o sinal de = e obtive 14. Que número apertei?

Com vistas a ampliar a memorização de fatos básicos ampliando a capacidade de cálculo mental, pode-se solicitar às crianças que construam várias possibilidades de se obter a soma 10, ou 100 ou 1000, e assim por diante.

Esse texto teve como principal objetivo mostrar algumas possibilidades pedagógicas que favorecem a construção de uma sala de aula com maior sentido para as crianças.





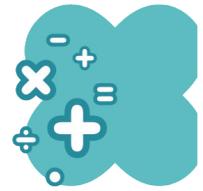
74

CONCLUINDO

Neste caderno tratamos de vários conceitos referentes à Resolução de Problemas e às operações. Certamente, são muitas informações para dominarmos. No entanto, na rotina de sala de aula, ao abrirmos um livro didático, atual e aprovado pelo PNLD, por exemplo, observaremos que todos estes conceitos estão ali presentes. Ter consciência deste fato é muito importante para alterar a prática tradicional, evitando a repetição de resoluções de um grande número de problemas sempre do mesmo tipo.

Retomando este e os outros textos presentes nos Cadernos de Formação do PACTO e nos livros que tratam sobre o mesmo tema, aos poucos iremos nos apropriando destes conceitos que certamente farão grande diferença na prática pedagógica, auxiliando as crianças para que se alfabetizem até o fim do primeiro ciclo de alfabetização.





Compartilhando

Atividade 1

Refleta sobre o depoimento da professora Alessandra Nacur Gauliki e escreva os pontos que mais lhe interessaram e que você gostaria de compartilhar com seus colegas.

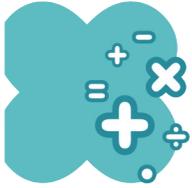
- 1.1) Cite um exemplo de sua prática pedagógica com atividades pertinentes ao campo conceitual aditivo em que você proporcionou ao seu aluno a possibilidade de resolver uma situação desafiadora. Explique de que modo você conduziu esta prática.
- 1.2) Faça o mesmo com uma atividade pertinente ao campo conceitual multiplicativo.
- 1.3) A Professora Alessandra afirma que “Trabalhar com a matemática engloba, antes de tudo, proporcionar ao estudante a possibilidade de resolver situações desafiadoras e utilizar estratégias e mecanismos que favoreçam essas ações”. O que é, para você, uma situação desafiadora a ser vivenciada quando está ensinando Matemática? Cite exemplos de situações desafiadoras vivenciadas por você em atividades com Resoluções de Problemas.
- 1.4) Descreva 2 situações vividas em que seus alunos do Ciclo de Alfabetização tiveram dificuldades em resolver problemas propostos por você. Compartilhe as situações que descreveu com seus colegas professores e observe coincidências e diferenças entre as dificuldades compartilhadas.

Atividade 2

Você aprendeu que os conceitos de adição e subtração fazem parte do campo conceitual aditivo e que os conceitos de multiplicação e divisão fazem parte do campo conceitual multiplicativo. Também, que cada um desses campos conceituais envolve e é envolvido por diferentes situações e formas de representação.

- 2.1) Escreva com suas próprias palavras o que você aprendeu sobre os campos conceituais aditivo e multiplicativo.
- 2.2) Escreva sobre a importância desse conhecimento para a prática pedagógica no ensino da Matemática.
- 2.2) Em grupo, socialize o que cada um escreveu por meio de leituras e discuta a escrita de cada um.
- 2.3) Em grupo, elabore um único texto que retrate o entendimento do grupo.
- 2.4) Cada grupo deve ler seu texto para todos os demais grupos.
- 2.5) O conteúdo dos textos deve ser discutido, à luz do referencial teórico, até que não haja mais dúvidas.





76

Atividade 3

Crie uma situação-problema cuja solução pertença ao campo conceitual aditivo. Escreva um problema decorrente dessa situação.

- 3.1) Descreva seu objetivo de aprendizagem para o problema que escreveu.
- 3.2) Explique as características do problema elaborado, tendo em vista o que foi estudado sobre o campo aditivo.
- 3.3) Elenque possíveis estratégias de resolução que seus alunos utilizariam.
- 3.4) Desenvolva cada uma dessas estratégias utilizando: representação pictórica, material dourado, palitos e outros objetos próprios para cálculos referentes ao campo aditivo.

Atividade 4

Elaboração de um álbum de problemas.

Os objetivos dessa atividade são aprender a elaborar problemas dos campos aditivo e multiplicativo e, ao mesmo tempo, organizar um álbum de problemas que possa ajudar os professores na elaboração da atividade didática cotidiana com Resolução de Problemas.

- 4.1) Cada dupla deve elaborar um problema para cada situação do campo conceitual aditivo.
- 4.2) Cada dupla deve elaborar um problema para cada situação referente ao campo conceitual multiplicativo.
- 4.3) As duplas devem trocar os problemas elaborados entre si, analisar cada enunciado elaborado pelo outro grupo verificando se atendem às características para as quais foram elaborados e resolvê-los.
- 4.4) As análises devem ser socializadas com o grupo elaborador. Em caso de discordância, os grupos (que elaborou e que analisou) devem chegar a um consenso sobre a natureza do problema e sobre a solução.
- 4.5) Após, todos os problemas elaborados e consensuados devem ser organizados em um álbum, conforme as características.

Caso haja limitação de tempo para desenvolvimento da atividade, a turma de professores cursistas pode ser organizada em grupos e cada grupo pode elaborar problemas para uma das situações dos campos conceituais.

Uma variação dessa atividade pode ser a elaboração de um painel que contenha um problema de cada situação, escolhidos pelos grupos. Nesse caso, define-se a dinâmica para elaboração dos problemas e, após, os professores decidem quais serão os problemas elaborados que farão parte do painel. Os critérios para a decisão





devem ser, prioritariamente, rigor teórico (se o enunciado pertence às situações anunciadas), criatividade e possibilidade de resolução.

Uma ideia de organização do painel pode ser:

77

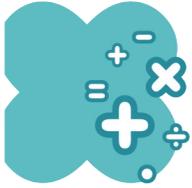
Campo Conceitual Aditivo	Composição simples	Enunciado
	Transformação simples	Enunciado
	Composição com uma das partes desconhecida	Enunciado
	Transformação com transformação desconhecida	Enunciado
	Transformação com início desconhecido	Enunciado
	Comparação	Enunciado
Campo Conceitual Multiplicativo	Comparação entre razões	Enunciado
	Divisão por formação de grupos	Enunciado
	Divisão por distribuição	Enunciado
	Configuração retangular	Enunciado
	Raciocínio combinatório	Enunciado

Atividade 5

Selecione um problema desenvolvido por você em sua sala de aula e o escreva. A seguir:

- 5.1) relate a estratégia metodológica adotada por você para provocar a situação (jogo, brincadeira, literatura, etc.).
- 5.2) relate os problemas desenvolvidos a partir da atividade metodológica.
- 5.3) relate as estratégias de resolução desenvolvidas pelos alunos. Considere as diferentes estratégias realizadas pelo mesmo aluno e por diferentes alunos para o mesmo problema. Todas elas devem ser consideradas: cálculo mental, pictórica, escrita, algorítmica, etc.
- 5.4) analise as estratégias, identifique e descreva o pensamento desenvolvido pelos alunos para a solução.





78

Atividade 6

Você leu que:

[...] enfatizar o raciocínio não significa deixar de lado o cálculo na resolução de problemas: significa calcular compreendendo as propriedades das estruturas aditivas e das operações de adição e subtração. (Nunes, Campos, Magina e Bryant, 2001, p. 56).

[...] para o desenvolvimento do raciocínio aditivo e multiplicativo é importante propor aos alunos problemas variados, envolvendo as várias situações que compõem os campos conceituais. Com isso estaremos oferecendo situações desafiadoras às crianças e evitando que resolvam problemas a partir da repetição de estratégias já conhecidas.

Lembre-se das suas aulas e procure uma situação em que você almejou a realização de cálculo com objetivo apenas algorítmico e de cálculo com objetivo de compreensão conceitual. Com os conhecimentos adquiridos nesta formação, você modificaria as atividades relatadas? Em que as modificaria? No caso de não modificá-las, justifique por que as manteria como realizou.

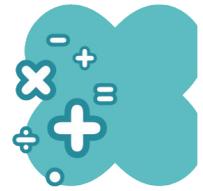
Atividade 7

A Professora Denise Ballão que atua no 1º ano na Escola Municipal Umuarama, no município de Curitiba, Estado do Paraná, contou sobre sua prática pedagógica. Em determinado trecho de depoimento afirma o seguinte:

Normalmente situações-problema são oferecidas e contextualizadas ao cotidiano dos estudantes. Em determinados momentos, jogos (quebra-cabeça, tangram, memória, dominó), que facilitam o aprendizado e despertam o raciocínio também são usados, bem como outros materiais manipuláveis (blocos lógicos, palitos, tampinhas, figurinhas, etc.) que favoreçam o desenvolvimento matemático, propiciando à criança oportunidades de experimentar, descobrir, manipular objetos com o registro das situações que estão sendo apresentadas.

Desenvolvo exercícios avaliativos registrados em folhas, cadernos, livros. No ambiente de aprendizagem alguns acabam tendo mais facilidade para compreender e outros apresentam mais dificuldades e necessitam de apoio. Quem pode auxiliar? Somente a professora? Não! Os estudantes se organizam e são estimulados a ajudar àqueles que mais necessitam. O ambiente é de interação. Claro que em alguns casos existe a necessidade da intervenção individual da professora ou da corregente para facilitar a compreensão e possibilitar o sucesso do aluno. Por isso, de maneira geral, os estudantes são estimulados a interagirem uns com os outros.





Certamente, assim como a professora Denise, você já utilizou jogos em sua prática pedagógica. Nesse caderno também apresentamos sugestões de como trabalhar com jogos no ensino de matemática no Ciclo de Alfabetização.

Sua atividade é selecionar (pode-se utilizar o Caderno de Jogos na Alfabetização Matemática), ou elaborar, um jogo que possibilite explorar situações do campo conceitual aditivo ou multiplicativo e elaborar 5 problemas. Adote o seguinte roteiro:

- a) Descreva o jogo.
- b) Escreva as regras do jogo.
- c) Escreva cada problema.
- d) Explique a que campo conceitual o problema pertence.
- e) Resolva cada problema com pelo menos duas estratégias de resolução.





80

Para Saber Mais

Depois de terem refletido a respeito dos temas abordados nessa unidade, de terem conhecido exemplos de como professores planejam, organizam e desenvolvem atividades que promovem a aprendizagem Matemática no ciclo da alfabetização, convidamos vocês a aprofundarem seus conhecimentos e a conhecerem outras experiências, fazendo leituras complementares.



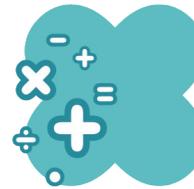
Sugestão de Leitura

LAUTERT, S. L.; SPINILLO, A. G. As relações entre o desempenho em problemas de divisão e as concepções de crianças sobre a divisão. **Psicologia: Teoria e Pesquisa**. v. 18, n. 3, 2002.

Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/ptp/v18n3/a02v18n3>>. Acesso em 19 de fevereiro de 2014.

Nesse artigo as autoras relatam os resultados de uma pesquisa sobre o conhecimento matemático de crianças no que concerne à divisão. Oitenta crianças (5-9 anos) foram solicitadas a resolver dois tipos de problemas de divisão (um de partição e outro por quotas) e, em uma entrevista clínica, eram solicitadas a responder a pergunta "O que é dividir?". Cada criança foi classificada em um grupo de desempenho em função do número de acertos nos problemas. Diferentes tipos de definições foram identificados, os quais variavam desde definições sem um significado matemático até as que expressavam um significado matemático exclusivamente associado à divisão. Os dados mostraram haver uma relação entre desempenho e as definições sobre a divisão, e que as crianças atribuem um significado matemático à divisão antes de adotarem procedimentos apropriados na resolução dos problemas.





Sugestão de Leitura – Livro

NUNES, T. et al. **Educação matemática: números e operações numéricas**. São Paulo: Cortez, 2005.

Este livro foi elaborado com a concepção de que todo ensino é baseado em evidências. O professor é aquele que coleta informações sobre os processos de aprendizagem de seus alunos, buscando propor atividades adequadas ao desenvolvimento dos conceitos. Os autores apresentam sugestões de atividades ao longo da discussão teórica sobre a temática abordada no livro, tratando de: Educação Matemática e o desenvolvimento da criança, as estruturas aditivas e multiplicativas, razão e proporção e quantidades extensivas e intensivas.





Sugestões de Atividades para os Encontros em Grupos

1º momento (4 horas)

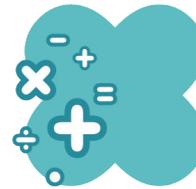
- Fazer a leitura deleite do livro **Os Filhotes do Vovô Coruja**, de Ivo Minkovicus.
- Retomada do Encontro Anterior.
- Ler a seção “Iniciando a Conversa”.
- Fazer as Atividade 1 e 2 da seção “Compartilhando”.



2º Momento (4 horas)

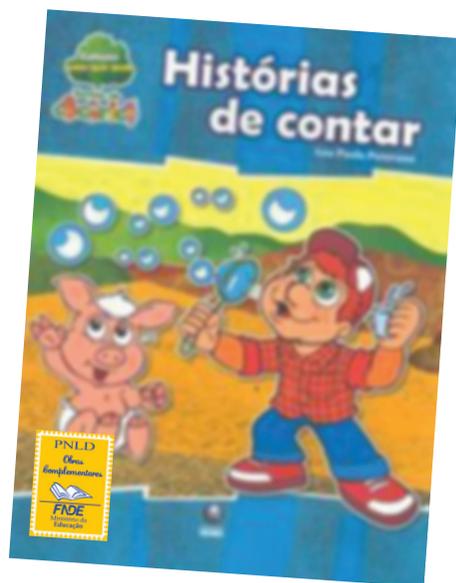
- Fazer a leitura do livro **Quem ganhou o jogo? Explorando a adição e subtração**, de Ricardo Dreguer, discutindo com seu grupo que possibilidades pedagógicas essa obra literária traz para o trabalho com as operações e a resolução de problemas.
- Fazer as atividades 3, 4, 5 da seção “Compartilhando”.





3º Momento (4 horas)

- Fazer a leitura deleite do livro **Histórias de contar**, de Ana Paula Perovano.
- Fazer as atividades 6 e 7 da seção “Compartilhando”.
- Preparar uma ficha com cálculos a serem resolvidos pelas crianças para cada turma (ver atividades de casa e escola). Descreva os erros mais comuns que vocês acreditam que eles cometeriam e discutam estratégias para ajudá-los a superá-los.
- Utilizando os materiais já elaborados nos outros encontros elaborem uma ficha de atividades envolvendo situações-problema referentes aos campos aditivo e multiplicativo a serem resolvidos pelas crianças (ver atividades de casa e escola). Descreva os erros mais comuns que vocês acreditam que eles cometeriam e discutam estratégias para ajudá-los a superá-los.



Reprodução





84



Atividades para Casa e Escola

1. Entregue a ficha de cálculos para os alunos resolverem. Deixe disponível todo material didático possível. Recolha as resoluções, analise-as observando as estratégias realizadas e compare com o que descreveu junto com seu grupo. Identifique e classifique os erros encontrados. Procure se utilizar das estratégias que elaboraram para auxiliar os alunos na superação das dificuldades.
2. Entregue a ficha de problemas para os alunos resolverem. Deixe disponível todo material didático possível. Recolha as resoluções dos alunos. Analise as resoluções observando as estratégias adotadas pelos alunos e compare com o que descreveu junto com seu grupo. Identifique e classifique os erros encontrados. Procure se utilizar das estratégias que elaboraram para auxiliar os alunos na superação das dificuldades.
3. Crie um problema cuja solução pertença ao campo conceitual multiplicativo. Escreva um problema decorrente dessa situação. Descreva seu objetivo de aprendizagem para o problema que escreveu. Explique as características do problema elaborado referente ao campo multiplicativo. Elenque possíveis estratégias de resolução elaboradas pelos alunos. Desenvolva cada uma dessas estratégias utilizando: representação pictórica, material dourado, palitos e outros objetos próprios para cálculos referentes ao campo multiplicativo.
4. Leia as regras do jogo “Contas e mais contas” – a seguir – e jogue com alguém para conhecer a dinâmica e as possibilidades do jogo.

CONTAS E MAIS CONTAS

Materiais:

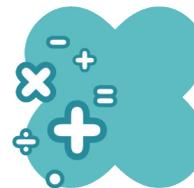
- 50 cartões numerados de zero a nove, sendo 5 cartões de cada algarismo, na cor amarela;
- 10 cartões numerados de zero a nove, na cor rosa;
- 20 cartões com o sinal da operação de adição (+), na cor azul;
- 20 cartões com o sinal da operação de subtração (-), na cor azul;
- 20 cartões com o sinal de igualdade (=).

Número de jogadores: 2 ou 3 jogadores

Regras do jogo:

Embaralhar os cartões amarelos e rosa antes de iniciar o jogo. Distribuir para cada jogador 6 cartões amarelos. Os demais cartões amarelos ficam em um monte sobre a mesa. Os cartões rosa permanecem sobre a mesa, virados para baixo. Os cartões





com os sinais da operação de adição (+) e da subtração (-) ficam à disposição dos jogadores para que escolham o que lhes for mais conveniente, a cada jogada.

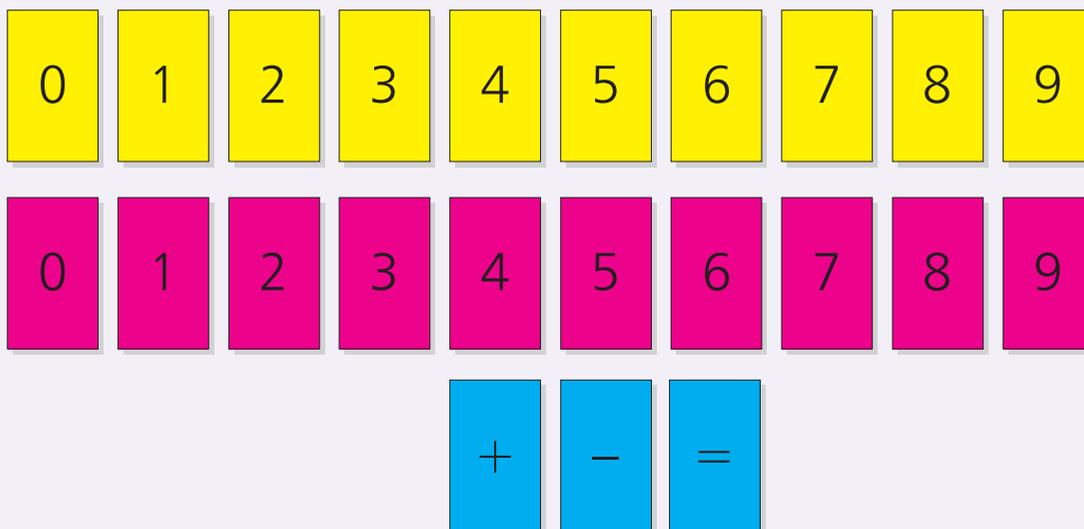
O objetivo do jogo é construir cálculos com dois cartões amarelos e os cartões de sinais, cujo resultado seja o valor de sua carta da cor rosa.

Inicialmente sorteia-se um cartão rosa. Cada jogador verifica os cálculos que pode fazer com os cartões amarelos que possui na mão que resultem no valor sorteado no cartão rosa, escolhendo o cartão de sinal adequado. Os cálculos formados deverão ficar sobre a mesa. Se conseguir formar o cálculo, organiza-o ao lado da mesma, como por exemplo, saiu o cartão rosa 9, o aluno poderá então usar (se possuir) os cartões amarelos 3 e 6 com a operação +, $3 + 6 = 9$.

O jogo inicia com o primeiro jogador sorteando um cartão rosa que deverá ser o resultado a ser obtido por todos na rodada. Compra um cartão amarelo. A seguir verifica seus cartões amarelos e escolhe um cartão azul com o sinal da operação que lhe permita montar um cálculo com o cartão comprado, cujo resultado seja o do cartão rosa sorteado. Se conseguir, organiza o cálculo ao lado da mesa e descarta um cartão amarelo. O próximo jogador sorteia um cartão rosa. Verifica se o cartão descartado pelo jogador anterior lhe serve. Em caso positivo, pega o cartão da mesa e procede a jogada do mesmo modo. Em caso negativo, compra um novo cartão amarelo no monte e procede a jogada.

O jogador que terminar primeiro seus cartões vence o jogo.

Modelo dos cartões:



- a) Elabore atividades problematizadoras para serem trabalhadas com seus alunos, em sua sala de aula, a partir do jogo "Contas e mais contas". Lembre-se de que estas atividades permitem explorar estratégias lógicas e cálculos envolvidos nas jogadas;



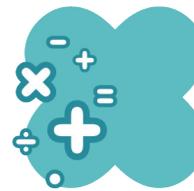


86

OPERAÇÕES NA
RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

- b) Jogue com os seus alunos e proponha a eles a realização das atividades elaboradas por você;
- c) Analise e discuta com seus colegas de curso as resoluções por eles apresentadas.





Referências

AGRANIONI, N. T.; SMANIOTTO, M. **Jogos e aprendizagem matemática**: uma interação possível. Erechim: EdIFAPES, 2002.

CARRAHER, T.N.; CARRAHER, D.W.; SCHLIEMANN, A.D. (Org.). **Na vida dez, na escola zero**. São Paulo: Cortez, 1988.

CORREA, J. ; SPINILLO, A. G. O desenvolvimento do raciocínio multiplicativo em crianças. In: PAVANELLO, R. M. (Org.). **Matemática nas séries iniciais do ensino fundamental**: a pesquisa e a sala de aula. São Paulo: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2004. p. 103-127.

FAYOL, M. **A criança e o número**: da contagem à resolução de problemas. Porto Alegre: Artmed, 1996.

GUÉRIOS, E.; LIGESKI, A. Resolução de problema em matemática: problema em matemática ou em linguagem? In: CONGRESSO IBEROAMERICANO DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 6., 2013, Montevideo. **Anais eletrônicos...** Montevideo, 2013. Disponível em: <www.cibem.org/paginas/img/resumenes.pdf>. Acesso em: 23 de outubro de 2013.

KAMII, C.; LIVINGSTON, S. J. **Desvendando a aritmética**: implicações da teoria de Piaget. São Paulo: Papirus, 1995.

MAGINA, S. et al. **Repensando adição e subtração**: contribuições da teoria dos campos conceituais. São Paulo: PROEM, 2001.

NUNES, T.; BRYANT, P. **Crianças fazendo matemática**. Porto Alegre: Artmed, 1997.

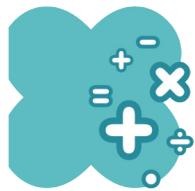
NUNES, T. et al. **Educação matemática 1**: números e operações numéricas. São Paulo: Cortez, 2005.

ORRANTIA, J. Las dificultades en el aprendizaje del cálculo desde el punto de vista cognitivo. **Premios nacionales de investigación educativa**. Madrid: MECD-CIDE, 2000. Disponível em: <<http://redined.mecd.gob.es/xmlui/bitstream/handle/11162/83681/008200200009.pdf?sequence=1>>. Acesso em: 14 de fevereiro de 2014.

PARRA, C. Cálculo mental na escola primária. In: PARRA, C.; SAIZ, C. (Org.). **Didática da matemática**: reflexões psicopedagógicas. Porto Alegre: Artmed, 1996. p. 186-235.

PIRES, C.M. **Números naturais e operações**. São Paulo: Melhoramentos, 2013.





PONTE, J. P.; BROCARD, J.; OLIVEIRA, H. **Investigações matemáticas na sala de aula.** Belo Horizonte: Autêntica, 2005

VAN DE WALLE, J. A. **Matemática no ensino fundamental:** formação de professores e aplicações na sala de aula. 6. ed. Porto Alegre: Artmed, 2009.

VERGNAUD, G. **A criança, a matemática e a realidade.** Tradução: Maria Lucia Faria Moro. Curitiba: UFPR, 2009.

