

**Prof. Ricardo Shirota**

**Álgebra Matricial – Lista 1**

**1-** Dado as matrizes quadradas A, B e C E  $M \times n$  enumere os elementos da primeira coluna, da ultima linha e da diagonal principal:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -4 & -2 \\ -3 & 2 & -3 \\ -2 & -1 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & -1 \\ -4 & 2 & 5 & 4 \\ -4 & 4 & 5 & -3 \\ 0 & 3 & 3 & 5 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 5 & 4 \end{pmatrix}$$

**2-** Efetua, se possível, as seguintes operações:

a)  $A + B$     b)  $A \times C$     c)  $C^2 + 2B$     d)  $(B - C) - (C - B)$

$$A = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 0 & 8 \end{pmatrix}$$

**3-** Dado um vetor R ( $3 \times 1$ ) e um vetor L ( $3 \times 1$ ) prove que para quaisquer valores dos elementos de R e L as diagonais principais das matrizes A e B são iguais tal que:  $A = R \times L^T$   $B = L \times R^T$

**4-** Se A, B, C e D são matrizes tal que suas dimensões são: A  $2 \times 3$ , B  $4 \times 3$ , C  $3 \times 3$ , e D  $3 \times 2$ , determine a dimensão de

a) AC    b) DA    c) BC    e) DAC    f) BCDA

5- Em uma escola duas salas do 3ºano tem aula com a mesma professora de história que ao longo do bimestre aplicou 3 provas e separou as médias entre meninas e meninos e entre as duas salas nas quais as média foram:

1ºSala: Meninas P1=7; P2=9; P3=9

Meninos P1=8; P2=6; P3=8

2ºSala: Meninas P1=8; P2=7; P3=9

Meninos P1=9; P2=7; P3=6

Utilizando álgebra de matrizes calcule as médias do 3ºano por prova e ainda os separando entre meninos e meninas.

6- Classifique a matriz A(n x m) nos seguintes casos sendo que as opções são: matriz simétrica idempotente, triangular, diagonal, nula, vetor coluna e vetor linha.

$$a) A = \begin{pmatrix} x & (-x^2+x)^{1/2} \\ (-x^2+x)^{1/2} & 1-x \end{pmatrix}$$

$$b) A = \begin{pmatrix} 72 & 0 \\ 144 & 72 \end{pmatrix}$$

$$c) A = \begin{pmatrix} \text{Log}_{10} 100 & \text{Ln } e^2 \\ (18z/36z)^{-1} & (\text{Log}_2 16)^{1/2} \end{pmatrix}$$

$$d) A = \begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & x^2 \end{pmatrix}$$

$$e) A = \begin{pmatrix} 4x \\ 16x^2 \end{pmatrix} \quad f) A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad g) A = [0 \ 1 \ 2 \ 3]$$

7- Se

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 5 \\ 6 & 8 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 4 & 6 & 5 \\ 1 & 2 & 3 \\ 8 & 7 & 9 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 3 & 3 & 3 \\ 4 & 4 & 4 \end{pmatrix} \quad D = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 0 \\ 4 & 5 & 0 \\ 10 & 20 & 5 \end{pmatrix}$$

calcule:

$$a) \det(A) \quad b) \det(B) \quad c) \det(D) \quad d) \det(B^3 4DC)$$

8- Dadas as matrizes A, B e C encontre a matriz adjunta o traço e o posto para cada uma sendo que:

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 2 & 5 \\ 6 & 4 & 1 \\ 3 & 3 & -1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 9 & -2 \\ 4 & 1 & 6 \\ 7 & -4 & 5 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ -2 & 4 & 0 & 0 \\ -3 & 10 & 6 & 0 \\ 4 & -2 & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

**9-** Calcule os determinantes utilizando o método de expansão de Laplace para as seguintes matrizes:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -3 & 2 \\ 5 & -2 & 4 \\ -2 & 3 & 6 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 5 \\ -2 & -1 & 4 & 2 \\ 3 & 2 & -2 & 3 \\ 7 & 5 & 8 & 4 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} -3 & -4 & 3 & 1 \\ 4 & 2 & 3 & -4 \\ 3 & 0 & -2 & -1 \\ 2 & 0 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

**10-** Determina os valores reais de “a” de modo que a matriz seja não-singular.

$$A = \begin{pmatrix} 20 & 5 \\ 16 & a \end{pmatrix}$$

**11-** Calcule, caso haja, a matriz inversa para os seguintes casos:

$$\text{a) } A = \begin{pmatrix} 7 & 5 & 9 \\ 2 & 3 & 4 \\ 9 & 8 & 13 \end{pmatrix} \quad \text{b) } B = \begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} \quad \text{c) } C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{d) } D = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 \\ 2 & 0 & -2 \\ -3 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

**12-** Usando a regra de Cramer encontre a solução, caso não haja infinitas soluções, para os seguintes sistemas de equações:

$$\text{a) } \begin{cases} 2x_1 + x_2 = 24 \\ 3x_1 - 2x_2 = 8 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} x - 5y + 6z = 7 \\ 3x + 3y - z = 8 \\ 2x + 8y - 7z = 1 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} a + 4b = 7 \\ 3a + b + 2c = 10 \\ 4a + 5b + 2c = 17 \end{cases}$$