HIDROSTÁTICA

Priscila Alves
priscila@demar.eel.usp.br

OBJETIVOS

- Exemplos a respeito da Lei de Newton para viscosidade.
- Variação da pressão em função da altura.
- Estática dos fluidos.
- Atividade de fixação.

EXEMPLOS DA LEI DE NEWTON DA VISCOSIDADE

- Considerando o espaçamento entre o fluido e o que o contém muito pequeno podemos fazer uma simplificação.

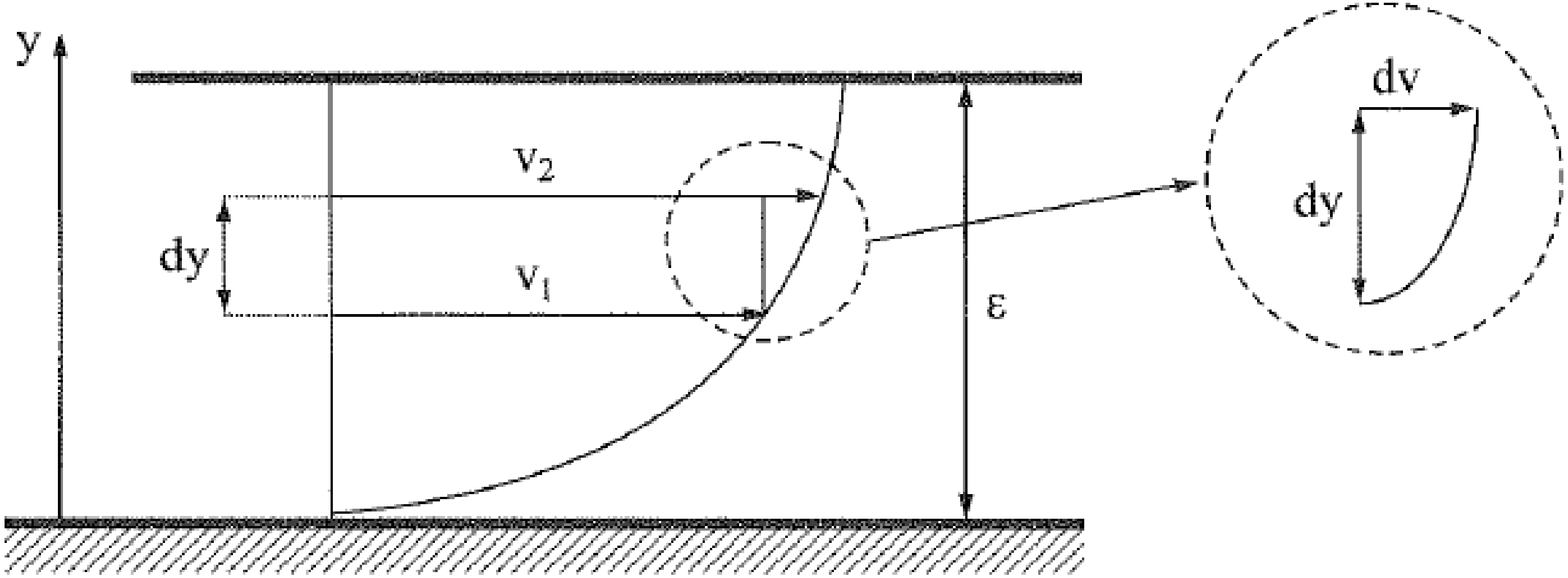
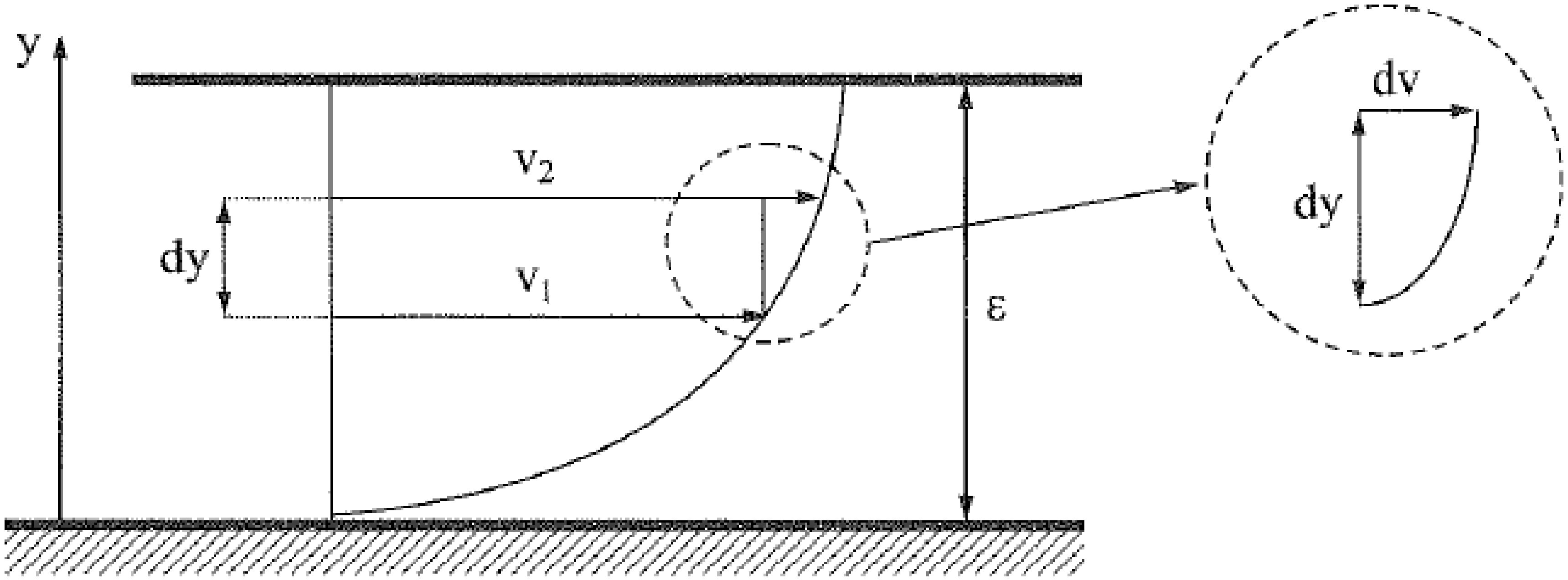


Figura 1

➢Quando a distância é pequena o comportamento do fluido é considerado linear (Figura 2)



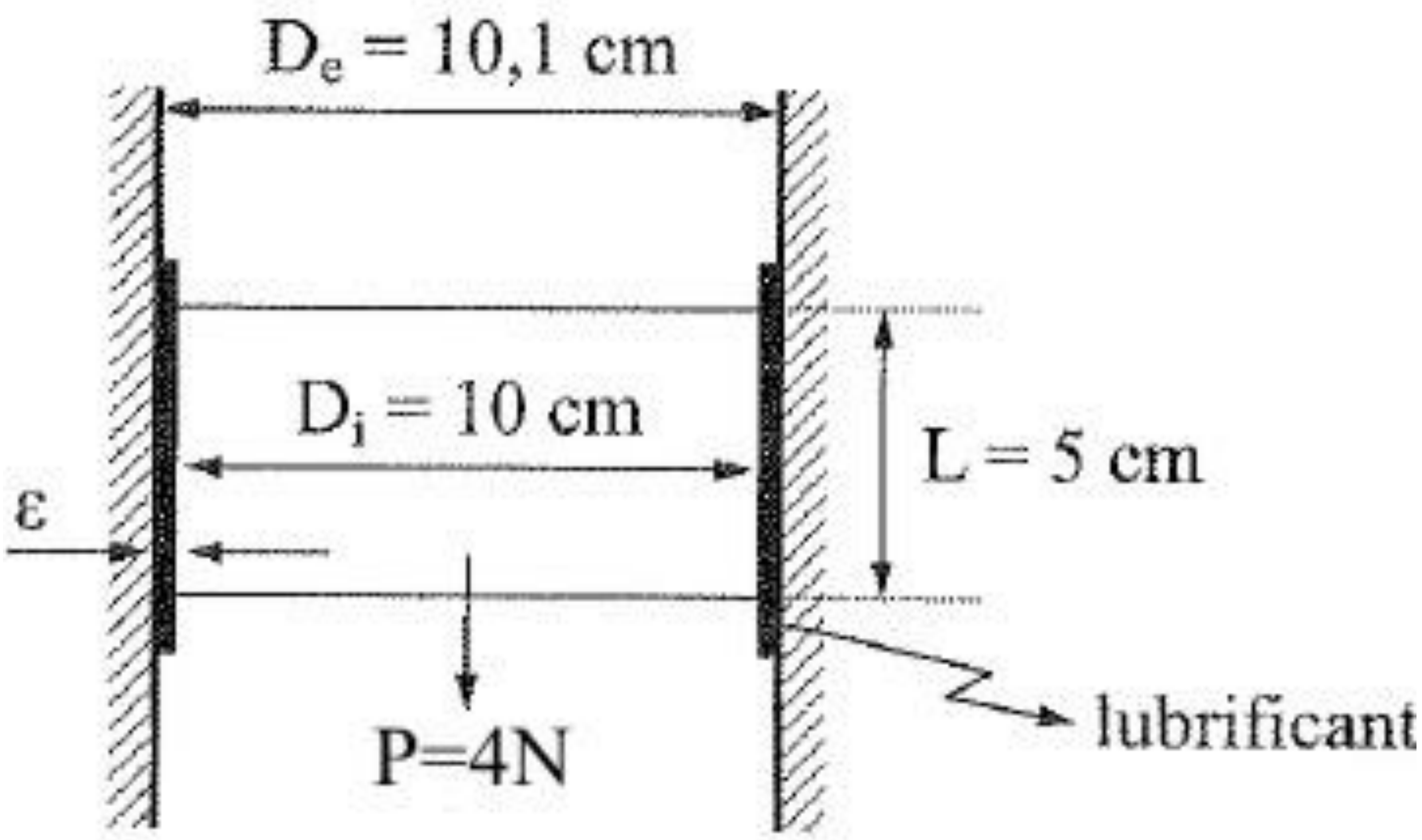
$$\frac{dv}{dy} = \frac{v_0}{\varepsilon_0}$$

Assim:

$$\tau = \mu \frac{v_0}{\varepsilon_0}$$

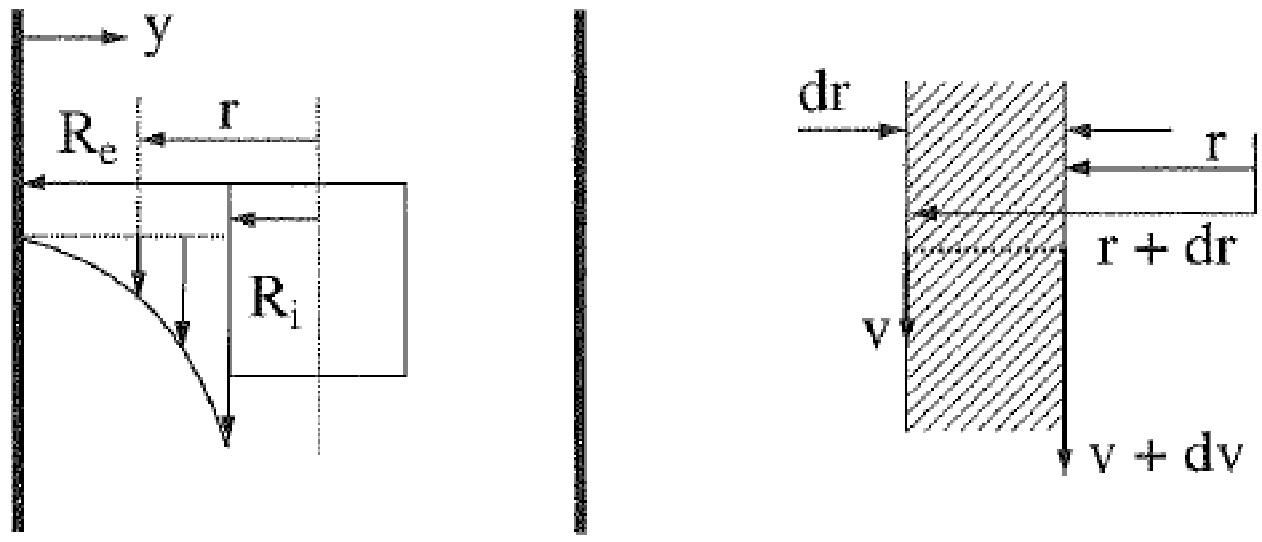
EXEMPLO 01

Um pistão de peso igual a 4 N cai dentro de um cilindro com uma velocidade constante de 2 m/s. O diâmetro do cilindro é de 10,1 cm e do pistão é de 10 cm. Determine a viscosidade do lubrificante colocado na folga entre o pistão e o cilindro.



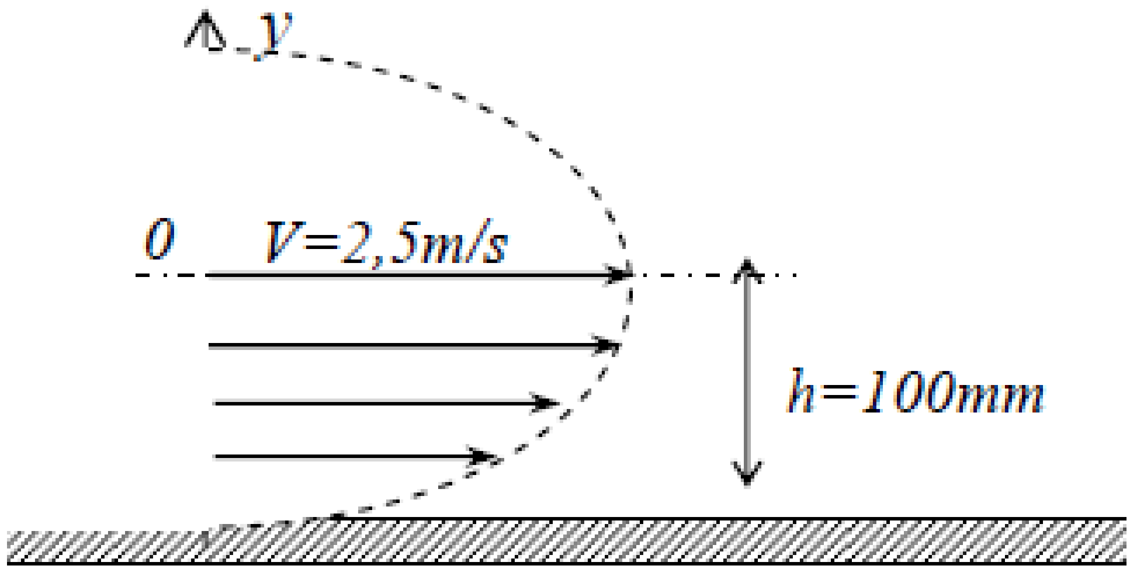
$D_e = 10{,}1$ cm
$D_i = 10$ cm
$L = 5$ cm
ε
P=4N
lubrificant

Outra forma de pensar neste problema é:



EXEMPLO 02

Dado a função da velocidade $v(y) = ay^2 + b$, encontre o gradiente da velocidade e considerando o fluido com uma viscosidade dinâmica igual a 0.008 kg/m.s determine a tensão de cisalhamento em y = 0 mm e y = -100 mm.



EQUAÇÕES DE ESTADO DOS GASES

Quando o fluido não puder ser considerado incompressível e havendo ao mesmo tempo efeitos térmicos, teremos necessidade de determinar as variações da ***massa específica*** em função da *pressão* e da *temperatura*.

$$f(p, V, T)$$

- Sabemos que a constante universal dos gases é:
- $R = 8{,}314510 \; \frac{N.m}{mol.K}$
- A equação de estado é dada por:

$$pV = nRT \qquad (01)$$

  - n = forma de quantificar a matéria em nº de moles.

$$n = \frac{m}{M} \qquad (02)$$

- Substituindo (02) em (01) temos:

$$pV = \frac{m}{M} RT \qquad (03)$$

- $$R_{gás} = \frac{R}{M}$$
- Assim a equação (03) pode ser expressa como:

$$pV = mR_{gás}T \qquad (04)$$

- Lembrando que a massa específica é dada por:

$\rho = \frac{m}{V}$, temos então a equação (04) expressa da seguinte forma:

$$p = \rho R_{gás}T \qquad (05)$$

- Em uma mudança de estado temos:

$$\frac{p_1}{p_2}\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{T_1}{T_2} \qquad (06)$$

- Transformação isotérmica:

$$\frac{p_1}{\rho_1} = \frac{p_2}{\rho_2} = \text{constante} \qquad (07)$$

- Transformação isobárica:

$$\rho_1 T_1 = \rho_2 T_2 = \text{constante} \qquad (08)$$

- Transformação isovolumétrica:

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2} = \text{constante} \qquad (09)$$

- Processo adiabático:

$$\frac{p_1}{\rho_1^k} = \frac{p_2}{\rho_2^k} = \text{constante} \qquad (10)$$

- Onde k é a constante adiabática cujo valor depende do gás.

EXEMPLO 03

Em uma tubulação escoa hidrogênio ($k = 1,4$, $R = 4122\ m^2/s^2K$). Numa seção (1), $p_1 = 3.10^5$ Pa (absoluta) e $T_1 = 30°C$. Ao longo da tubulação, a temperatura mantém-se constante. Qual é a massa específica do gás numa seção (2), em que $p_2 = 1,5.10^5$ Pa (absoluta)?

BARÔMETROS

Dispositivos utilizados para medir a pressão atmosférica.

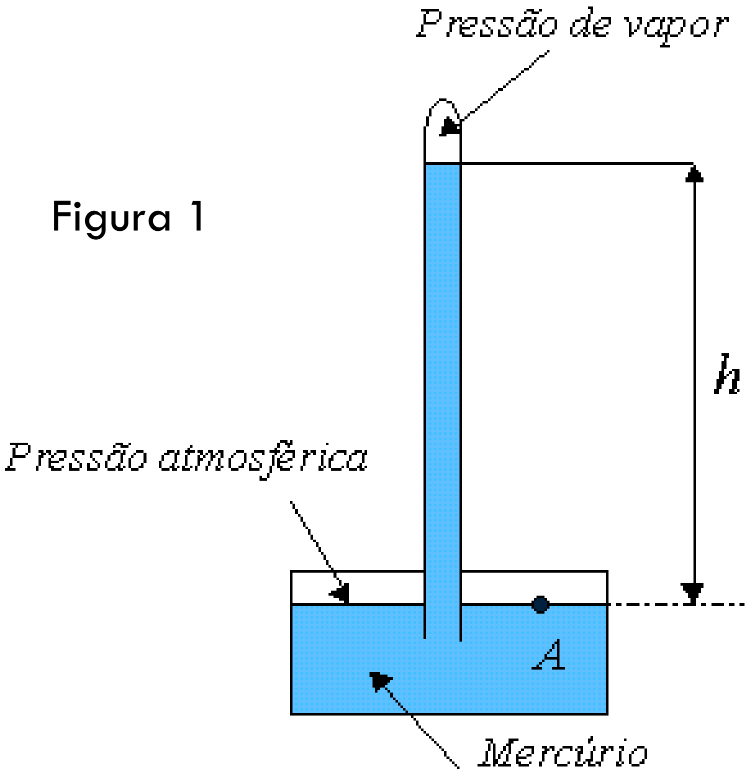


Figura 1

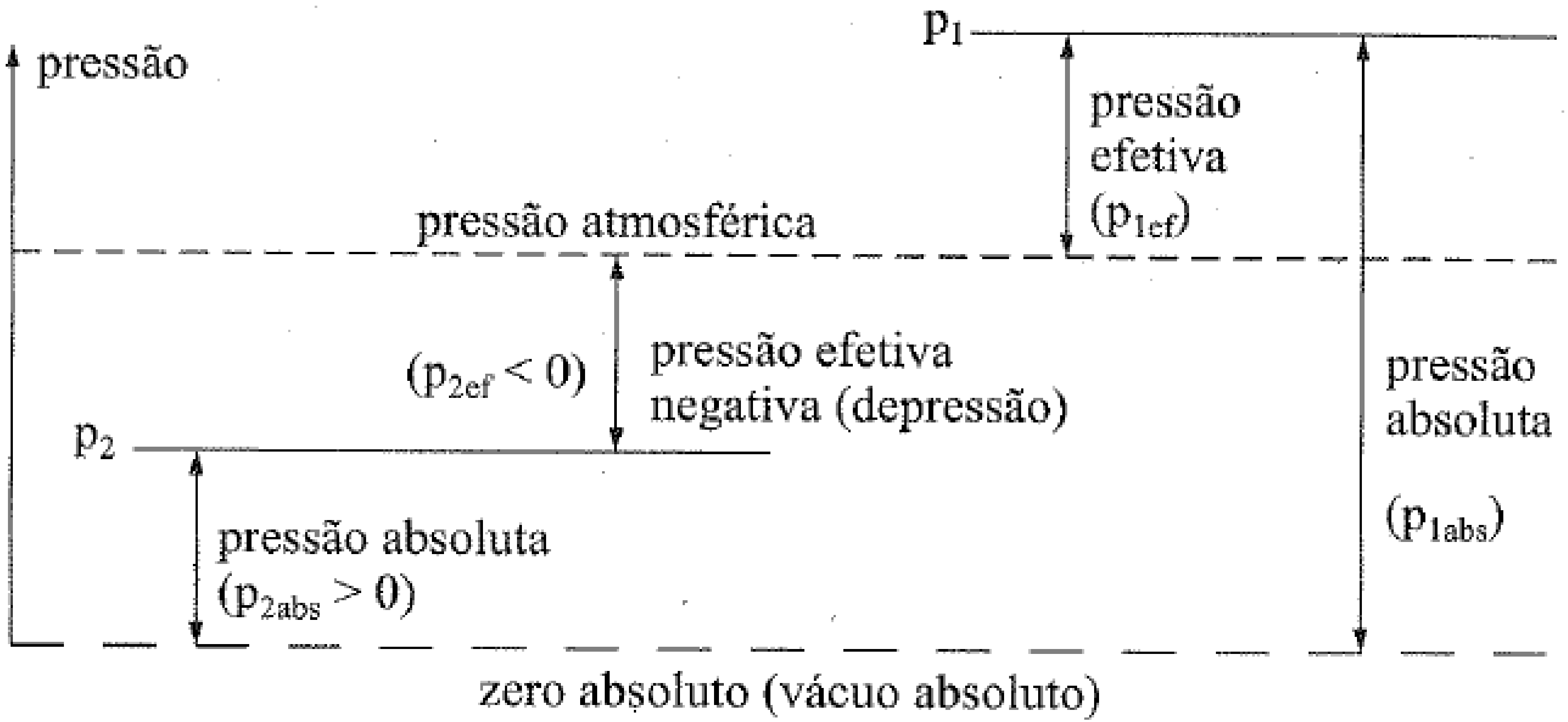
Pressão Absoluta = **pressão efetiva** + pressão atmosférica

Pressão manométrica

$$p_{atm} = p_v + \rho_{Hg} g h$$

Considerando $p_v = 0$,

$$p_{atm} = \rho_{Hg} g h \quad (11)$$


pressão
p_1
pressão
efetiva
(p_{1ef})
pressão atmosférica
($p_{2ef} < 0$)
pressão efetiva
negativa (depressão)
pressão
absoluta
(p_{1abs})
p_2
pressão absoluta
($p_{2abs} > 0$)
zero absoluto (vácuo absoluto)

EFEITOS DA VARIAÇÃO DA PRESSÃO COM A ALTURA

Quando a variação da altura é da ordem de milhares de metros devemos considerar a variação da massa específica nos cálculos da variação da pressão.

Considerando um elemento cilíndrico imerso em um fluido em repouso (Figura 2)

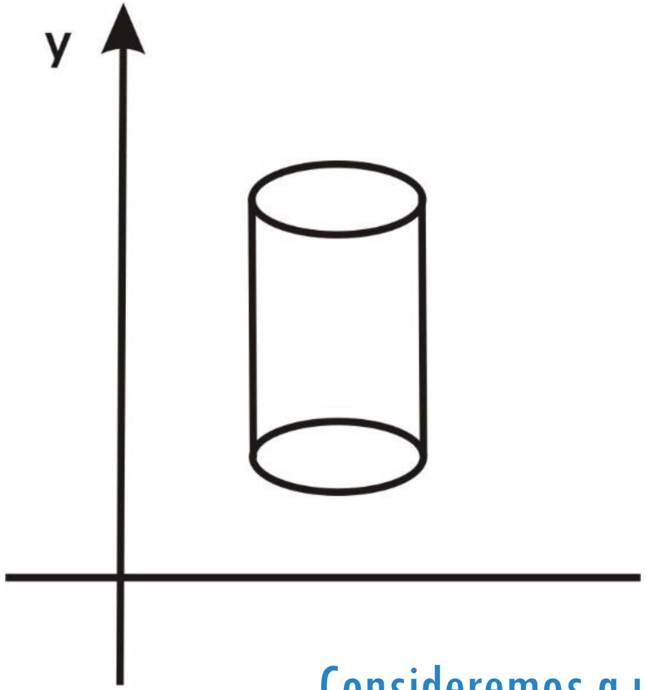
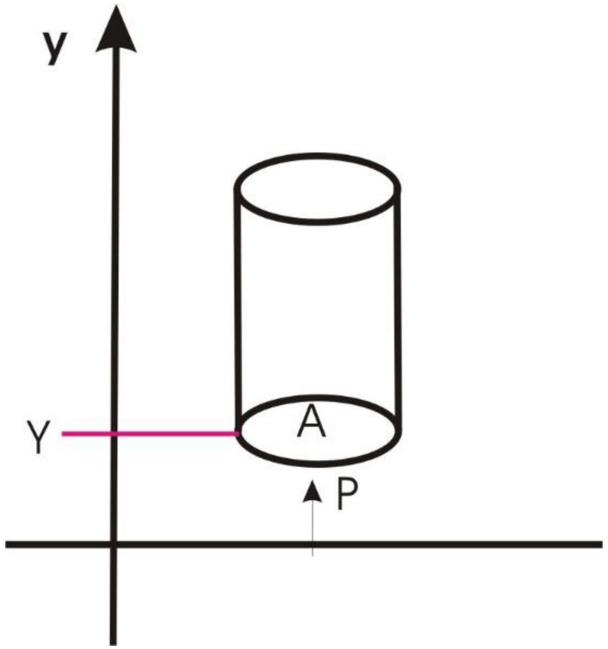


Figura 2

Consideremos a uma altura *y* uma pressão *p*, atuante na área A atuando sobre o cilindro (Figura 3).

Figura 3



A altura do cilindro é *dy* e um pouco mais acima, ou seja, na altura $y + dy$ teremos então uma variação da pressão $p + dp$ (Figura 4).

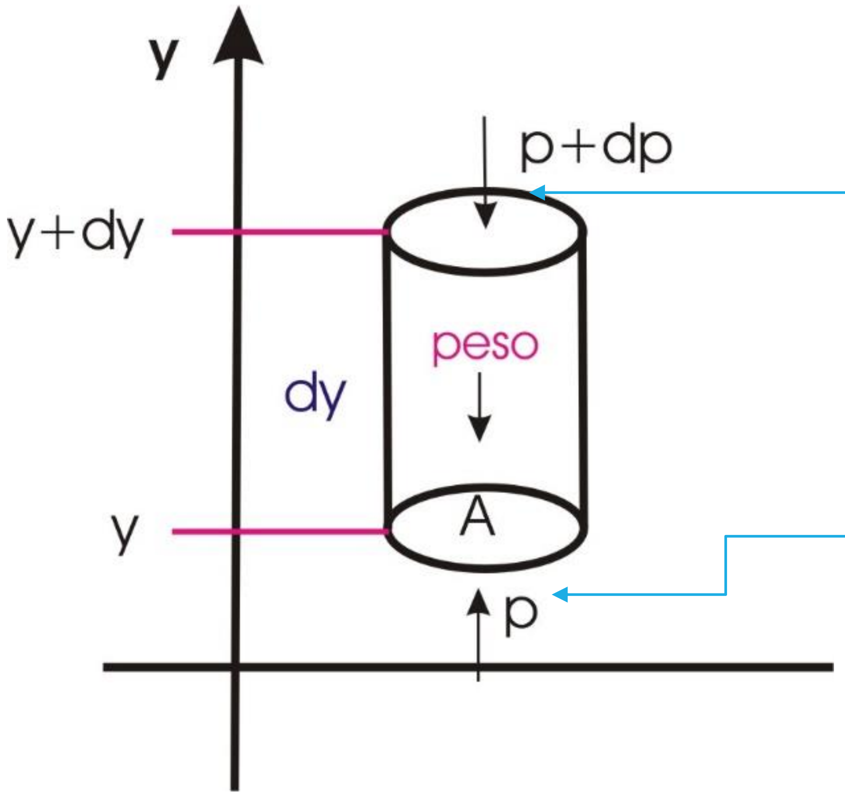


Figura 4

Aplicando a 2ª Lei de Newton temos:

$$\sum \vec{F} = 0$$

$$F_2 = P + F_1$$

$$F_2 - F_1 = P \qquad (12)$$

Sabendo que:

$$P = m.g \text{ e } \rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V \text{ assim } P = \rho g V$$

$$p = \frac{F}{A} \Rightarrow F = Ap;\ F_2 = p.A$$

$$F_1 = (p + dp)A$$

Temos então:

$$pA - (p + dp)A = \rho g V$$

$$\cancel{pA} - \cancel{pA} - dp\cancel{A} = \rho g\cancel{A}dy$$

$$-dp = \rho g dy$$

$$\boxed{\frac{dp}{dy} = -\rho g} \qquad (13)$$

Lembrando que:

$$p = \rho R_{gás} T \;\Rightarrow\; \rho = \frac{p}{R_{gás} T} \qquad (14)$$

Substituindo a equação (14) na equação (13) temos:

$$\frac{dp}{dy} = -\frac{p}{R_{gás} T} g \Rightarrow \frac{dp}{p} = -\frac{g}{T R_{gás}} dy \qquad (15)$$

Considerando T constante podemos integrar a equação (15):

$$\int_{p_1}^{p_2} \frac{dp}{p} = -\frac{g}{R_{gás}T} \int_{y_1}^{y_2} dy$$

$$\ln p_2 - \ln p_2 = -\frac{g}{R_{gás}T}(y_2 - y_1)$$

$$\ln \frac{p_2}{p_1} = -\frac{g}{R_{gás}T}(y_2 - y_1)$$

$$\frac{p_2}{p_1} = e^{-\frac{g}{R_{gás}T}(y_2 - y_1)}$$

$$\boxed{p_2 = p_1 e^{-\frac{g}{R_{gás}T}(y_2 - y_1)} \qquad (16)}$$

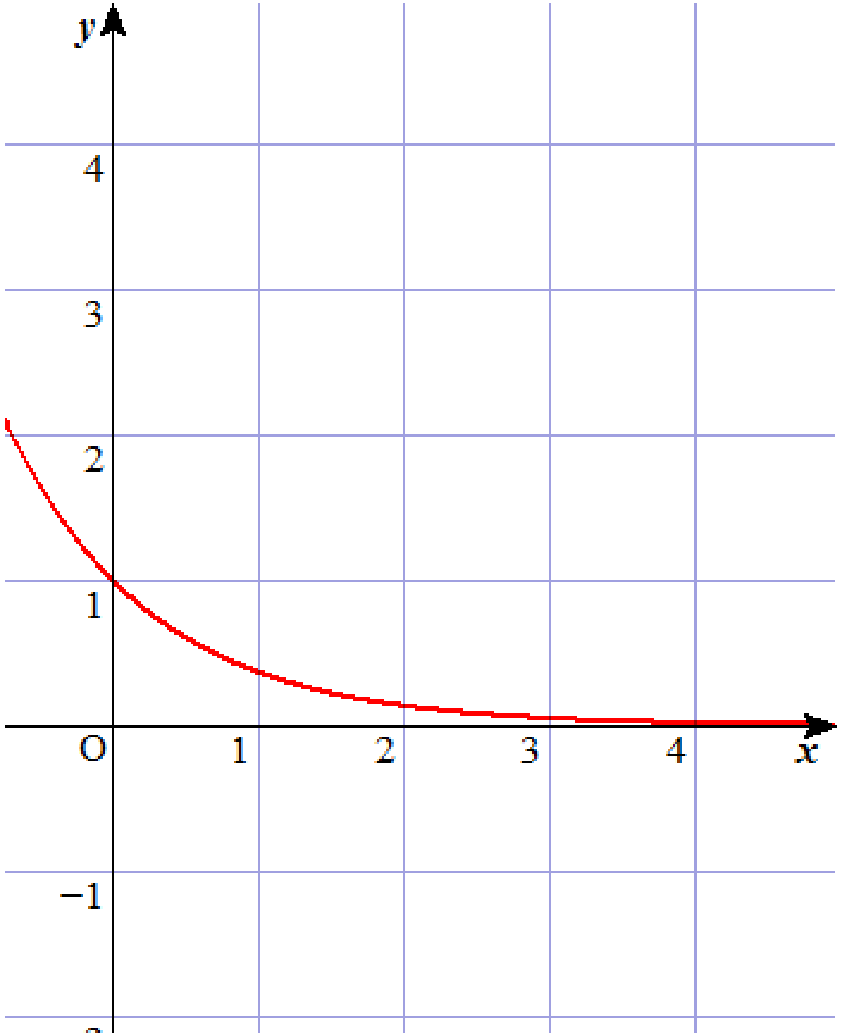
Para simplificar a análise da equação 16 consideraremos $L = \frac{g}{R_{gás}T}$, desta forma:

$$p_2 = p_1 e^{-L(y_2 - y_1)}$$

Fazendo y1 = 0 (nível do mar) e p1 = 1 atm temos:

$$p_2 = e^{-L(y)} \qquad (17)$$

O esboço da equação 17 é mostrada a seguir.



Esboço do de uma função
$y = e^{-x}$

Gráfico 1

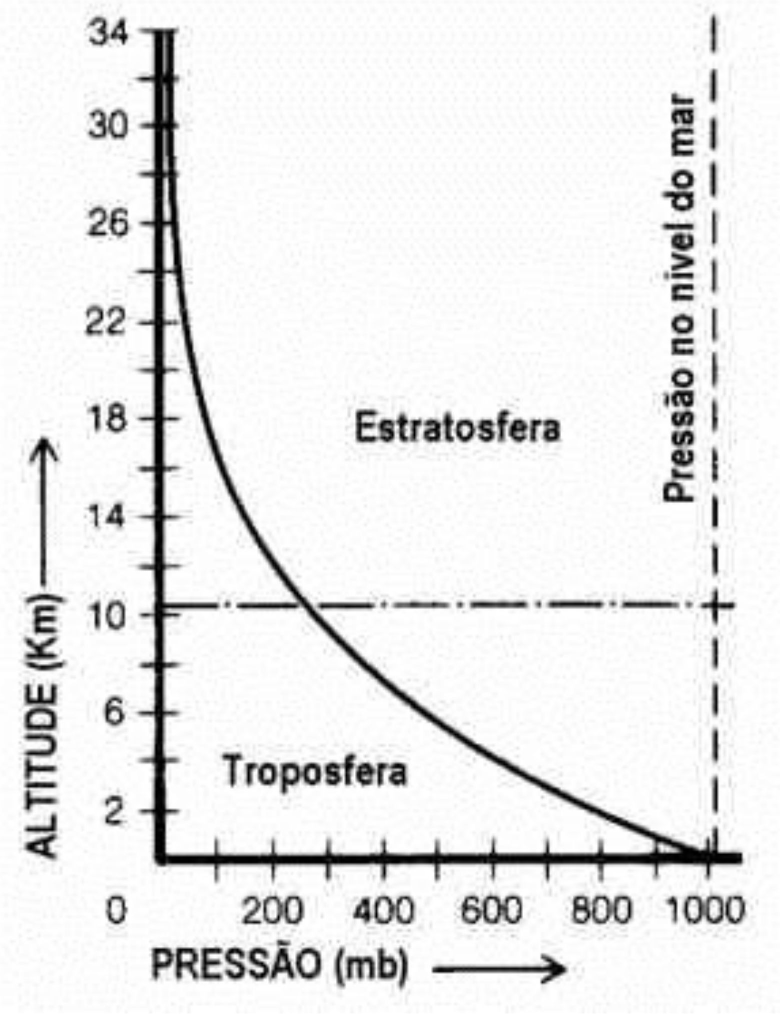


Gráfico 2

O gráfico 2 mostra o comportamento da pressão em função da altitude.

MANÔMETRO

Instrumento utilizado para medir pressão.

Figura 5: Manômetro analógico.

Figura 6: Manômetro digital.

MANÔMETRO DE TUBO PIEZOMÉTRICO

Tubo aberto na parte superior, conectado na extremidade a um reservatório que contem um líquido a ser medido (Figura 7).

Como o tubo está aberto à atmosfera a pressão medida é relativa à atmosférica denominada **pressão relativa**.

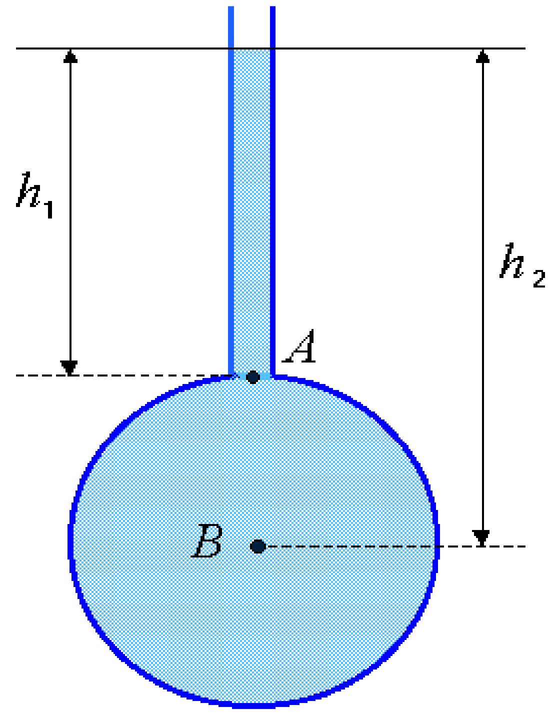


Figura 7: Manômetro piezométrico

$$p_A = \rho g h_1$$

$$p_B = \rho g h_2$$

MANÔMETRO DE TUBO EM "U"

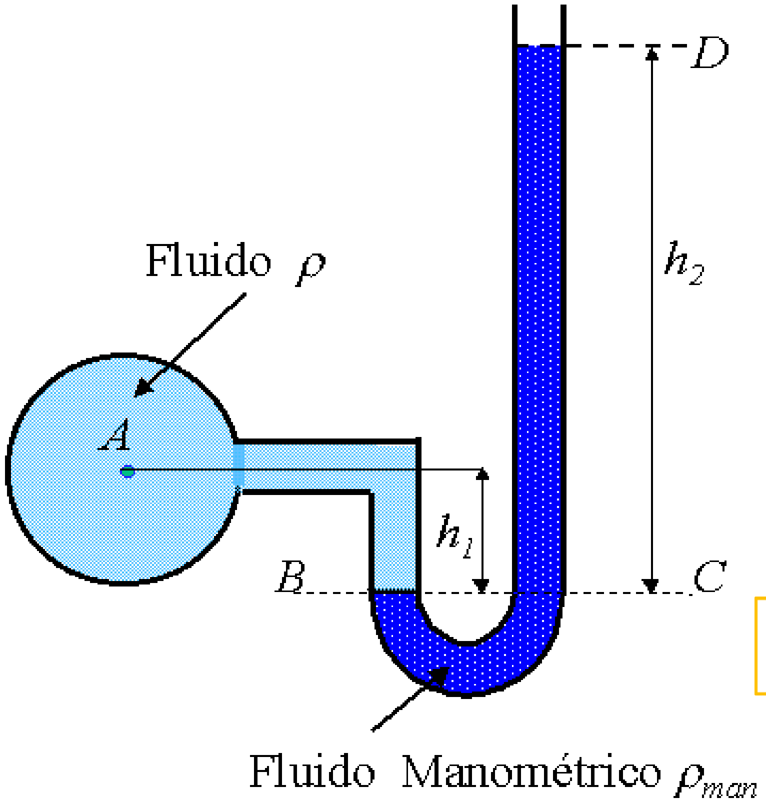


Figura 8: Representa um manômetro em "U".

$$p_B = p_C$$

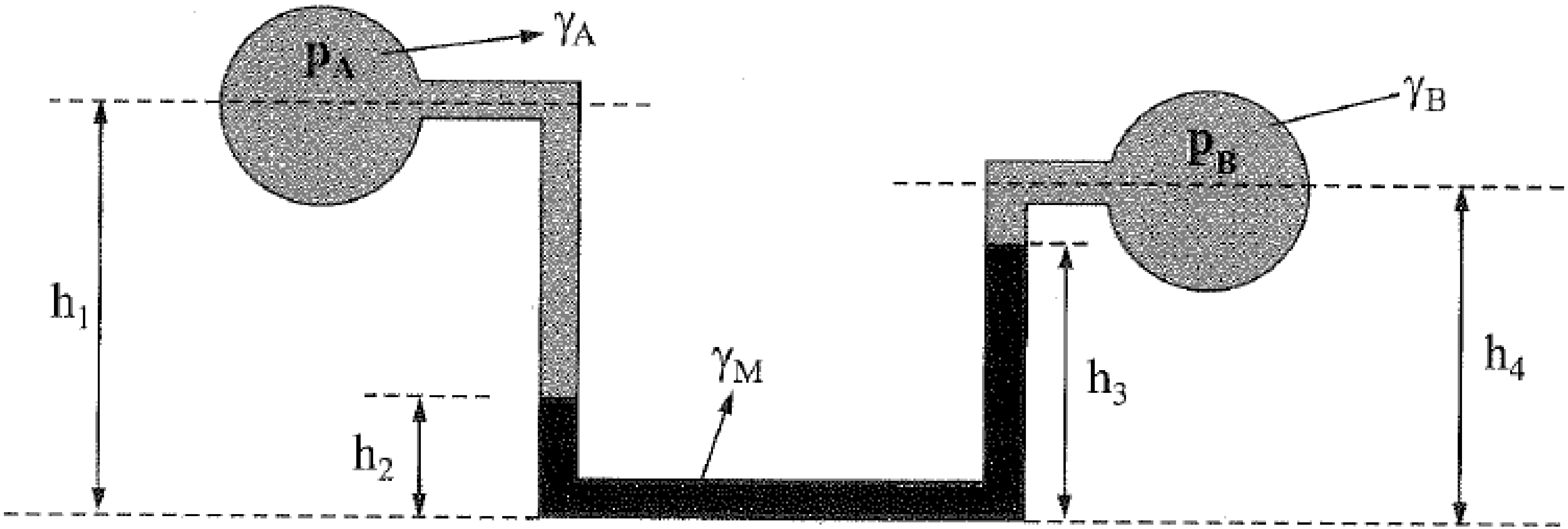
$$p_B = p_A + \rho g h_1$$

$$p_C = p_{atm} + \rho_{man} g h_2$$

$$p_A + \rho g h_1 = p_{atm} + \rho_{man} g h_2$$

$$\boxed{p_A = p_{atm} - \rho g h_1 + \rho_{man} g h_2} \quad (18)$$

EQUAÇÕES MANOMÉTRICAS



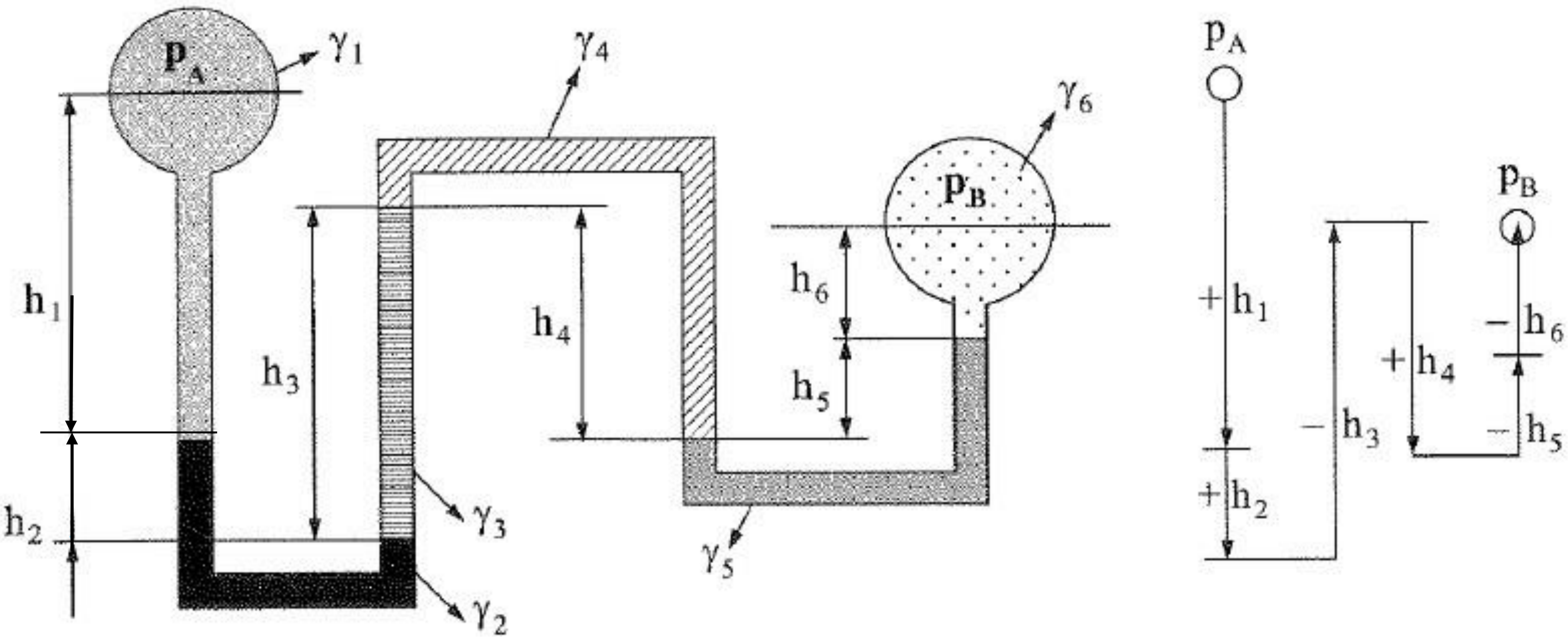
Analisando a pressão do lado direito (pd) e depois do lado esquerdo (pe).

$$p_E = p_A + \gamma_A(h_1 - h_2) + \gamma_M h_2$$
$$p_D = p_B + \gamma_B(h_4 - h_3) + \gamma_M h_3$$
$$p_E = p_D$$
$$p_A + \gamma_A(h_1 - h_2) + \gamma_M h_2 = p_B + \gamma_B(h_4 - h_3) + \gamma_M h_3$$
$$\boldsymbol{p_A - p_B = \gamma_B(h_4 - h_3) - \gamma_A(h_1 - h_2) + \gamma_M(h_3 - h_2)}$$

Podemos criar uma regra:

- Começando do lado esquerdo, soma-se PA a pressão das colunas descentendes e subtrai das colunas ascendentes.
- As cotas são sempre dadas em relação ao fluido manométrico.

$$p_A + \gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 - \gamma_3 h_3 + \gamma_4 h_4 - \gamma_5 h_5 - \gamma_6 h_6 = p_B$$

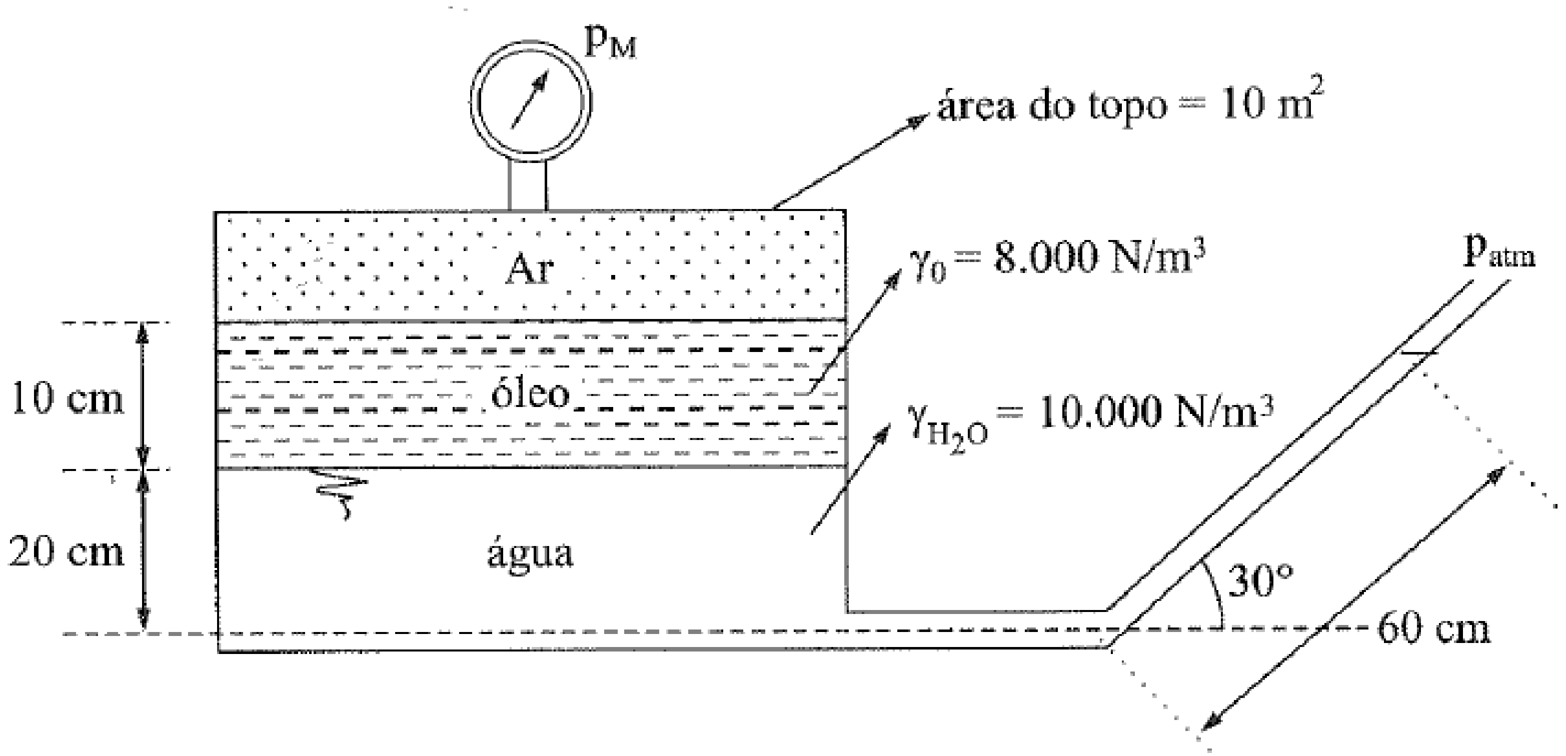


EXEMPLO 04

Dado o esquema da figura:

A) Qual é a leitura no manômetro metálico?

B) Qual é a força que age sobre o topo do reservatório?



FLUIDOS ESTÁTICOS

Em um *fluido estático* não há **nenhuma força de cisalhamento.**

Qualquer força entre o fluido e a fronteira deve agir na direção perpendicular em relação à fronteira.

Para um pequeno elemento de área do fluido em repouso este elemento estará em equilíbrio - se a soma dos componentes das forças em qualquer direção for zero.

A soma dos momentos das forças no elemento sobre qualquer ponto também deve ser zero.

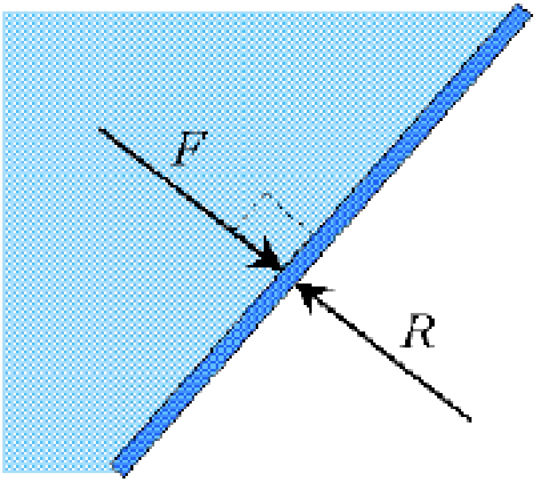
PRESSÃO

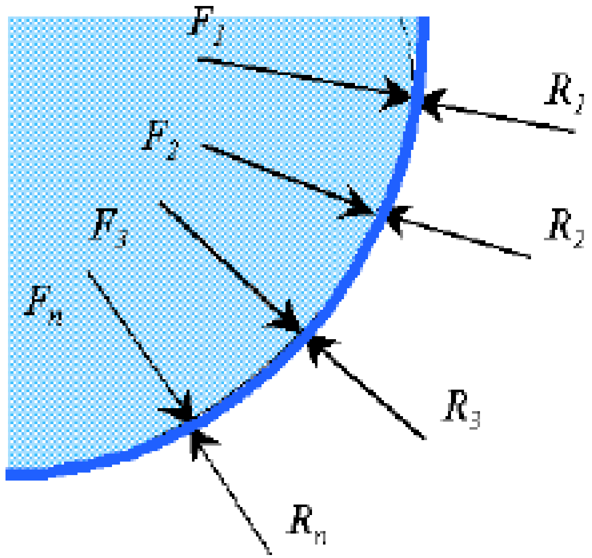
A pressão aplica a um elemento de área do fluido é:

$$p = \frac{Força\ Normal}{Área}$$

Unidade: $p = \frac{N}{m^2}$

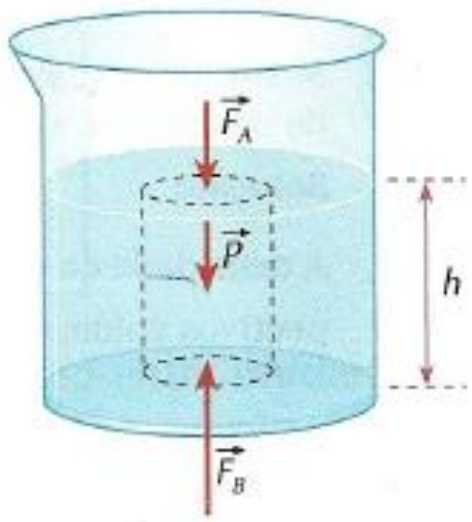
Dimensão: $[p] = MT^{-2}L^{-1}$

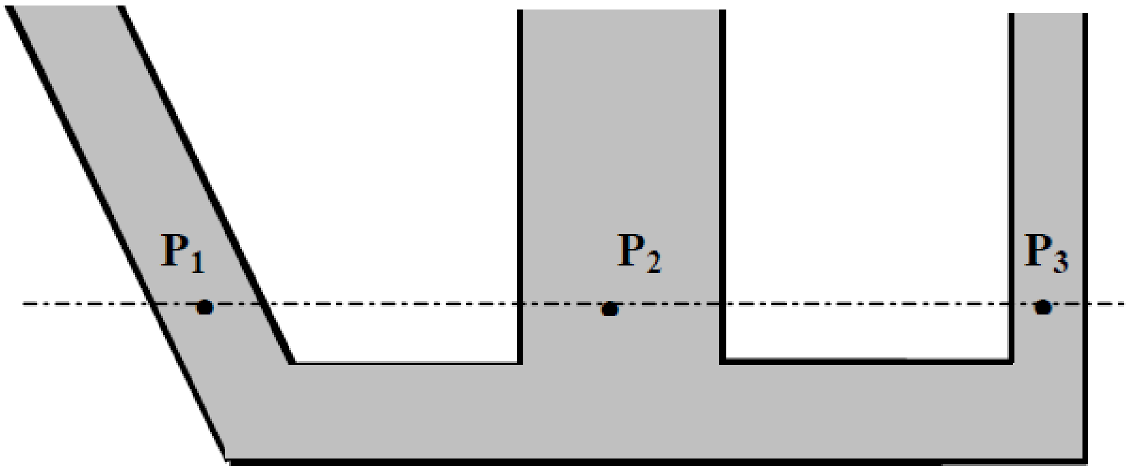




TEOREMA DE STEVIN

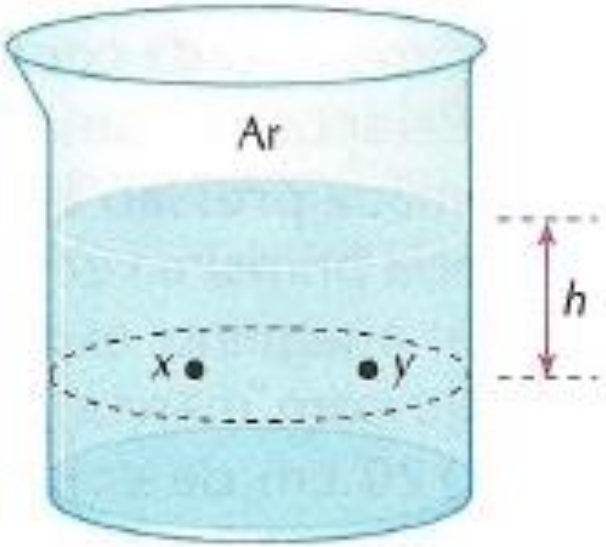
Considere um liquido homogêneo e em equilíbrio, com mostra a figura abaixo.



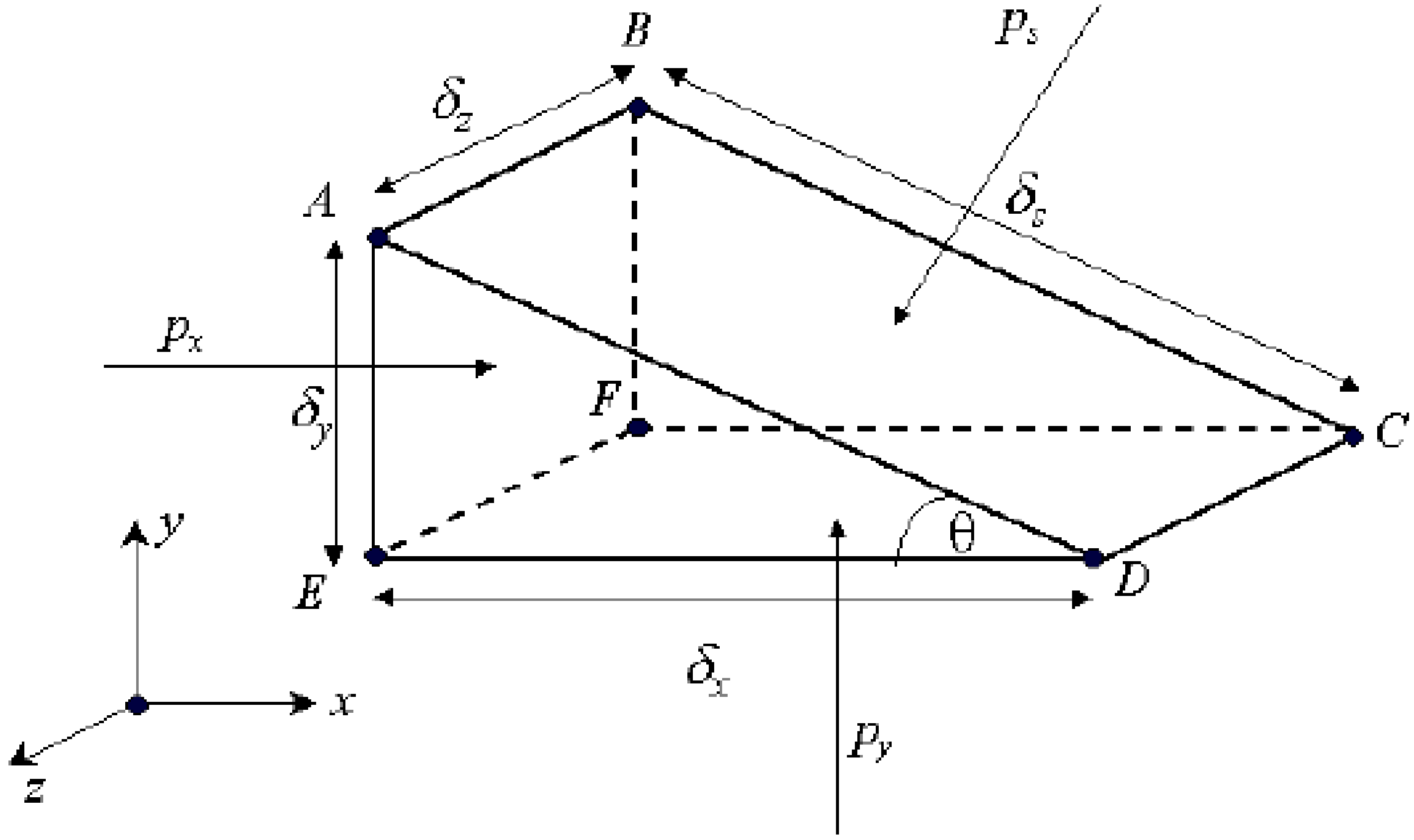


Consequência da lei de Stevin

"Todos os pontos de uma mesma superfície horizontal (situados a uma mesma profundidade h) e pertencentes a um mesmo líquido em equilíbrio ficam sujeitos a mesma pressão"



DEMONSTRAÇÃO

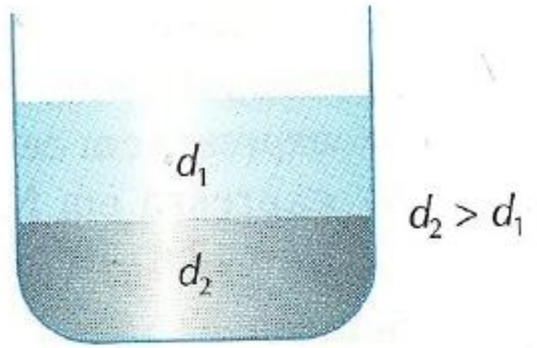


EQUAÇÃO FUNDAMENTAL DA ESTÁTICA DOS FLUIDOS

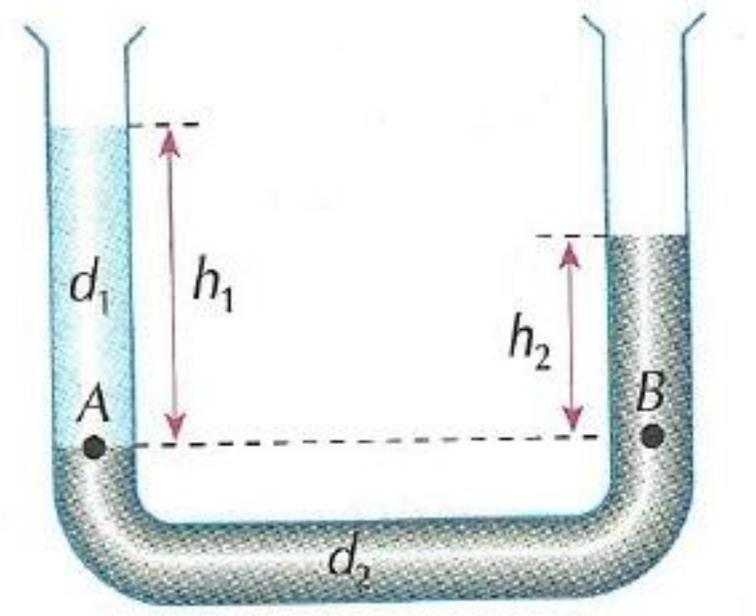
VARIAÇÃO DA PRESSÃO VERTICALMENTE NUM FLUIDO COM EFEITO DA GRAVIDADE

EQUILÍBRIO DE LÍQUIDOS IMISCÍVEIS. VASOS COMUNICANTES

Considere dois líquidos de densidades diferentes, sendo que a densidade do segundo líquido é maior do que a densidade do primeiro líquido.

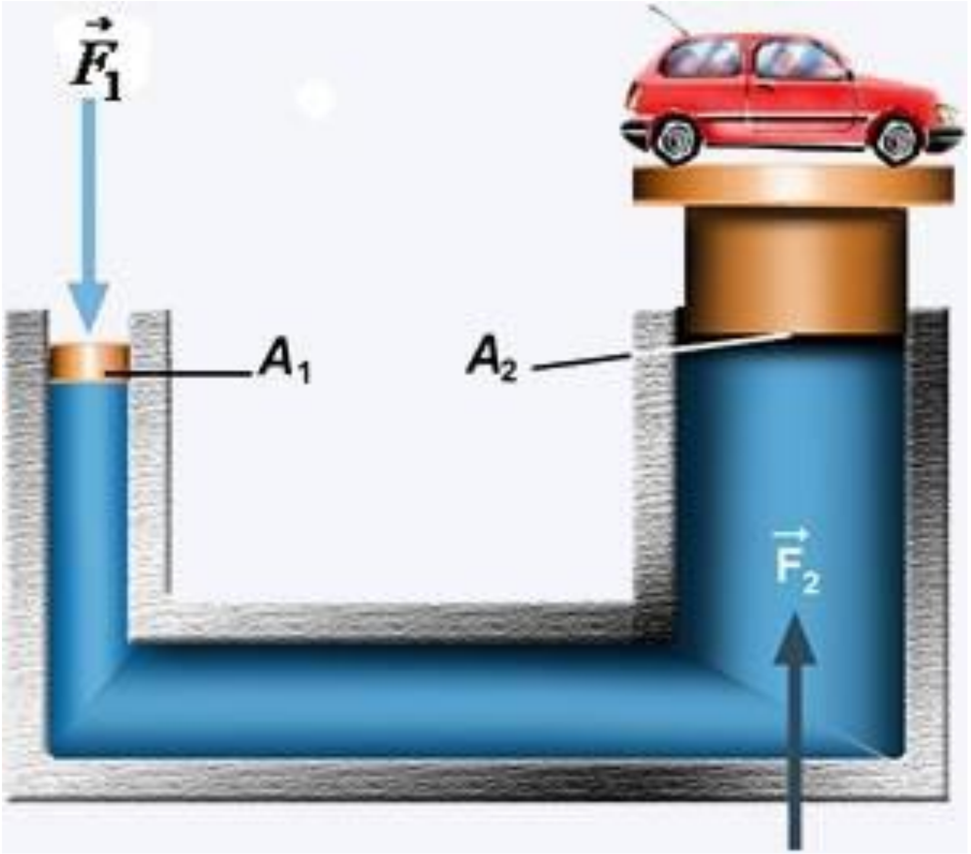


Caso o os líquidos sejam colocados em um sistema de vasos comunicantes, temos:



PRINCIPIO DE PASCAL

“Os acréscimos de pressão sofridos por um ponto de um líquido em equilíbrio são transmitidos integralmente a todos os pontos do líquido e das paredes do recipiente que o contém”

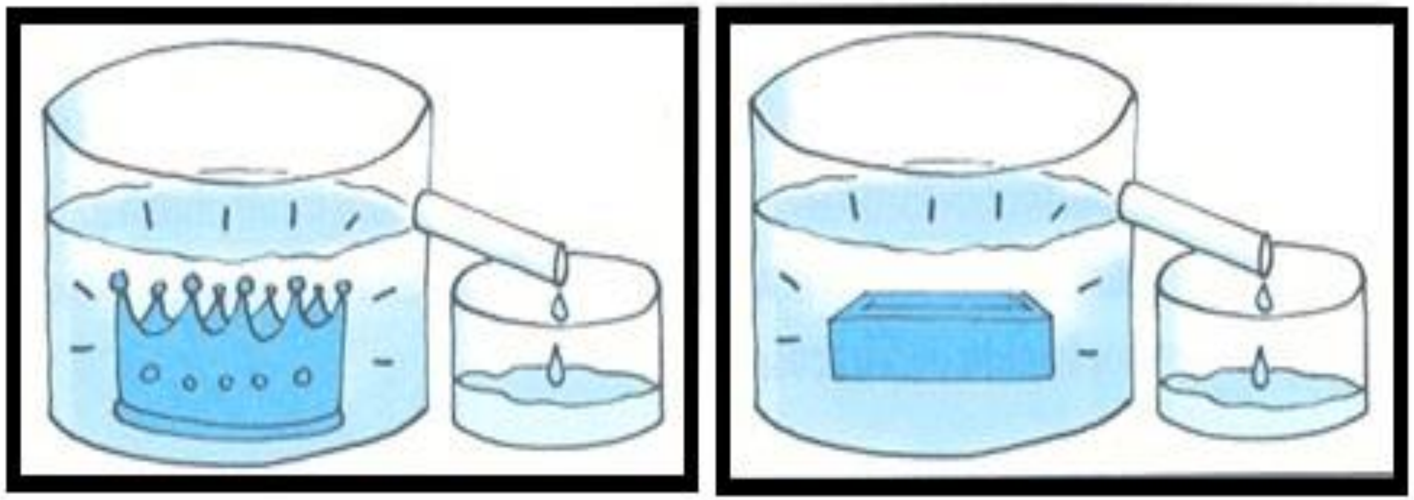


TEOREMA DE ARQUIMEDES

Arquimedes viveu no século III a.C. na cidade de Siracusa, na Sicília. Ele realizou contribuições na Filosofia, Matemática, Física, Engenharia e Astronomia.

O mais conhecido de todos os seus trabalhos é o principio de Arquimedes, em que introduz o conceito de empuxo.

A História da coroa do Rei Hierão de Siracusa.

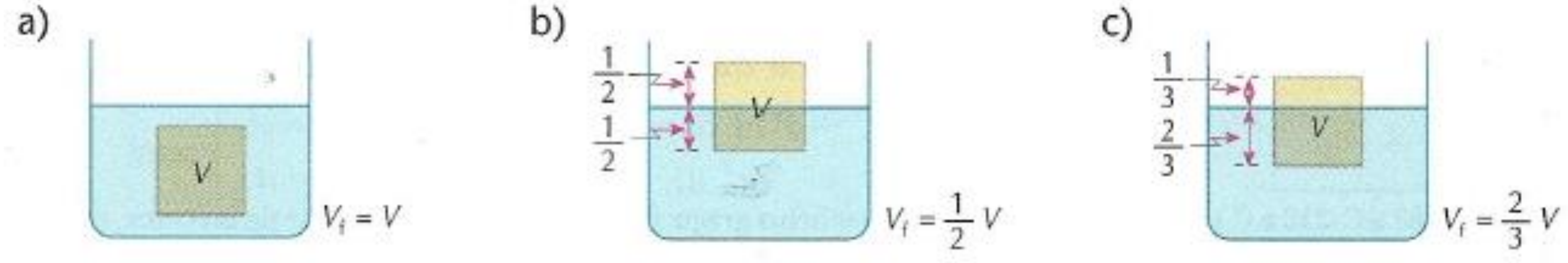


ASSIM....

"Todo corpo mergulhado parcialmente ou totalmente em um líquido em equilíbrio sofre a ação de uma força vertical de baixo para cima, de intensidade igual ao peso do volume do líquido deslocado"

$$\boldsymbol{E = P_F}$$

Sabendo que: $\boldsymbol{\rho = \frac{m}{V} \rightarrow m = \rho V}$, temos: $\boldsymbol{E = \rho_F V_F g}$



$$E = \rho_F V_F g$$