Mecânica Quântica II - 4300404

$6^{\underline{a}}$ lista

1) Considere uma partícula carregada num potencial harmônico unidimensional. Suponha que esse sistema esteja numa região onde existe um pequeno campo elétrico constante E, tal que o potencial é mudado pela pequena quantidade $H' = -qEx$.
a) Calcule as correções em segunda ordem para a energia.
b) A equação de Schrödinger pode ser resolvida diretamente (neste caso) pela mudança de variáveis: $x' = x - \frac{qE}{m\omega^2}$. Encontre as energias exatas e compare com os resultados do ítem anterior.

2) Considere a hamiltoniana

$$H = H_0 + V$$

onde H_0 é a hamiltoniana de um oscilador harmônico bidimensional

$$H_0 = \frac{P_x^2 + P_y^2}{2m} + \frac{m\omega^2}{2}(X^2 + Y^2)$$

e V é a perturbação,

$$V = \delta m\omega^2 XY$$

a) Qual é o autoestado de H_0 de mais baixa energia? Existe degenerescência?
b) Determine, para esse estado, a correção de primeira ordem para o autoestado e até segunda ordem para a energia.

3) A hamiltoneana de uma partícula de massa m e carga e que se move no plano sob a ação de um potencial de um oscilador harmônico e de um campo magnético externo constante e perpendicular ao plano é:

$$H = \frac{P_x^2 + P_y^2}{2m} + \frac{m\omega^2}{2}(X^2 + Y^2) - \lambda L_z$$

onde $\lambda = \frac{eB_0}{2mc}$. Considere o termo que depende do campo magnético como a perturbação.
a) Ache os seis estados não perturbados de mais baixa energia. Existe degenerescência?
b) Para os estados degenerados com energia igual a $2\hbar\omega$, calcule os autoestados de ordem zero e as energias em primeira ordem.

4) A hamiltoneana de duas partículas de spin 1/2 é dada por:

$$H = \frac{A}{\hbar^2}\vec{S}_1.\vec{S}_2 + \frac{2\mu B}{\hbar}S_{1z}$$

Considere o primeiro termo como a hamiltoneana não perturbada e o segundo termo como a perturbação.
a) Ache os autovetores e autovalores de H_0. Existe degenerescência?
b) Para o estado não degenerado calcule a energia até segunda ordem e o autoestado até primeira ordem em teoria de perturbação.
c) Para os estados degenerados ache os autovetores em ordem zero e a energia até primeira ordem em teoria de perturbação.

5) Considere um sistema quântico que tem apenas três estados linearmente independentes. A representação matricial de H é:

$$H = V_0 \begin{pmatrix} 1-\epsilon & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \epsilon \\ 0 & \epsilon & 2 \end{pmatrix}$$

onde V_0 e ϵ são constantes, com $0 \leq \epsilon \leq 1$.
a) Determine os autovetores e autovalores de H_0, ou seja, quando $\epsilon = 0$.
b) Determine os autovalores de H e expanda cada uma das soluções em potências de ϵ ate ordem ϵ^2.
c) Para o estado não degenerado calcule o energia até segunda ordem em teoria de perturbação e compare com o resultado do ítem anterior.
d) Use teoria de perturbação degenerada para calcular as correções de primeira ordem na energia para os dois estados degenerados de H_0. Compare com o resultado do ítem b).

6) Considere o poço quadrado infinito tri-dimensional. Determine as funções de onda e as energias do estado fundamental e do primeiro estado excitado. Existe degenerescência?
a) Introduza agora a perturbação:

$$H'(x,y,z) = \begin{cases} V_0, & 0 \leq x < a/2, \;\; 0 \leq y < a/2 \\ 0, & \text{nos outros casos} \end{cases}$$

Determine a correção de primeira ordem na energia para o estado fundamental.
b) Para os estados degenerados de mais baixa energia ache os autovetores em ordem zero e a energia até primeira ordem em teoria de perturbação.

7) Considere um sistema quântico só de dois estados com dinâmica

$$H_0 = \begin{pmatrix} E & 0 \\ 0 & -E \end{pmatrix}$$

e considere a perturbação

$$H' = \lambda \begin{pmatrix} \alpha & \mu \\ \mu^* & \beta \end{pmatrix}.$$

a) Calcule as correções de primeira ordem e de segunda ordem na energia.
b) Calcule os novos estados até primeira ordem em teoria de perturbação.

8) Considere os estados de um elétron numa molécula diatômica formada pelos átomos E e D, onde a distância entre E e D é d. Chamando de ψ_E e ψ_D os autovetores de um observável B, que corresponde ao elétron estar localizado na vizinhança dos átomos E e D repectivamente:

$$B\psi_E = -\frac{d}{2}\psi_E, \quad B\psi_D = \frac{d}{2}\psi_D.$$

O hamiltoniano do sistema na base $\psi_E,\ \psi_D$ é dado por

$$H = \begin{pmatrix} E_0 & -a \\ -a & E_0 \end{pmatrix}$$

onde $a > 0$.

a) Calcule exatamente os autovalores e autovetores de H.
b) Qual a probabilidade de se encontrar o elétron na vizinhança de E se ele está no estado fundamental?
c) Calcule perturbativamente os níveis de energia e autovetores de H considerando

$$H = \begin{pmatrix} E_0 & 0 \\ 0 & E_0 \end{pmatrix}, \quad H' = \begin{pmatrix} 0 & -a \\ -a & 0 \end{pmatrix}.$$

9) Considere um rotor simétrico com

$$H_0 = \frac{L^2}{2I}.$$

a) Determine os autovalores e autovetores do sistema.
b) Considere a perturbação: $H' = A\cos^2\theta$. Quais são as correções em primeira ordem na energia e em ordem zero nos autovetores para os estados com $l = 1$?
c) Considere a perturbação: $H' = \alpha L_x$. Quais são as correções em primeira ordem na energia e em ordem zero nos autovetores para os estados com $l = 1$?