
Laboratório de Física - IQ

4310256 Turma 20 – 5a-f, 19h – 23h

Salas 126/217 Lab. Ensino - IFUSP

Prof. Luis Gregório Dias da Silva

Depto. Física Materiais e Mecânica – IF – USP

Ed. Alessandro Volta, bloco C, sala 214

luisdias@if.usp.br

Página do curso ([Stoa- >Cursos - >IF- >431- >4310256](#))

<http://disciplinas.stoa.usp.br/course/view.php?id=2955>

Avisos via Twitter: <https://twitter.com/ProfLuisDias>

O que será abordado neste curso:

Teoria: Alg significativos, propagação de erros.

Cinco experimentos ao longo do curso:

- Expt 1: Medidas e erros (Pêndulo simples)
 - Expt 2: Determinação da densidade.
 - Expt 3: Determinação da viscosidade.
 - Expt 4: Cordas vibrantes.
 - Expt 5: Calorimetria.
-

Calendário e datas:

	Dom	Seg	Ter	Qua	Qui	Sex	Sab	atividade
fevereir	16	17	18	19	20	21	22	17 a 21/fev Semana de recepção
	23	24	25	26	27	28	1	Aula introdutória; Apresentação do curso; formação dos grupos (TODOS).
março	2	3	4	5	6	7	8	3 a 5/mar Carnaval
	9	10	11	12	13	14	15	Expt 1: Medidas e Conceituação de erros, Pêndulo Simples (A)
	16	17	18	19	20	21	22	Expt 1: Medidas e Conceituação de erros, Pêndulo Simples (B)
	23	24	25	26	27	28	29	Expt 2: Determinação de densidades (A); Entrega do Relatório 1 (A)
abril	30	31	1	2	3	4	5	Expt 2: Determinação de densidades (B); Entrega do Relatório 1 (B)
	6	7	8	9	10	11	12	Expt 3: Determinação do coef. de viscosidade (A); Entrega do Relatório 2 (A)
	13	14	15	16	17	18	19	14 a 19/ abr Semana Santa; 21/abr - Tiradentes
	20	21	22	23	24	25	26	Expt 3: Determinação do coef. de viscosidade (B); Entrega do Relatório 2 (B)
	27	28	29	30	1	2	3	1/ maio Dia do Trabalho - 2 e 3/mai Recesso
maio	4	5	6	7	8	9	10	Expt 4: Cordas vibrantes (A); Entrega do Relatório 3 (A)
	11	12	13	14	15	16	17	Expt 4: Cordas vibrantes (B); Entrega do Relatório 3 (B)
	18	19	20	21	22	23	24	Expt 5: Calorimetria (A); Entrega do Relatório 4 (A)
	25	26	27	28	29	30	31	Expt 5: Calorimetria (B); Entrega do Relatório 4 (B)
junho	1	2	3	4	5	6	7	PROVA FINAL; Entrega do Relatório 5 (A)
	8	9	10	11	12	13	14	13/06 - Entrega do Relatório 5 (B)
	15	16	17	18	19	20	21	19/jun Corpus Christi - 20 e 21/jun Recesso
	22	23	24	25	26	27	28	12, 17, 19, 23 e 26/ jun Copa do Mundo. Não haverá aula.

Datas importantes (vide site):

Data de entrega do Relatório

Relatório/experiência	Turma 20-A	Turma 20-B
Exp.No.1	27/03	3/04
Exp.No.2	10/04	24/04
Exp.No.3	8/05	15/05
Exp.No.4	22/05	29/05
Exp.No.5	5/06	13/06
Prova final	5/06	5/06

Local da Prova: sala 202, Ala Central, IFUSP

Avaliação (regras do jogo):

■ Critério de Avaliação

$$N_F = \frac{8M_R + 2N_P}{10}$$

M_R : Média dos 5 relatórios

N_P : Nota da prova

N_F : Nota FINAL no curso

- Se $N_F \geq 5.0$ (e frequência mínima 70%) → **Aprovado** 😊
- Se $N_F < 5.0$ → **Reprovado** ☹️

NÃO HÁ RECUPERAÇÃO NESTE CURSO!!!

Frequência e Reposição:

- A frequência é obrigatória em TODOS os cinco experimentos.
 - No caso de falta justificada por escrito, poderá ser realizada **uma única** reposição em dia e horário a serem agendados com o professor e o monitor ~~assista~~.
 - Após a coleta de dados na aula de reposição, o estudante irá elaborar um relatório **individual** utilizando os dados coletados na aula de reposição.
 - Faltas não justificadas e experimentos não realizados nas datas especificadas implicam em nota ZERO no respectivo relatório.
-

Física: uma ciência experimental

- Toda informação que obtemos da natureza vem na forma de medidas quantitativas de grandezas físicas.
 - Exemplos: tempo, distância, massa, temperatura, etc.
 - As medidas são sempre comparativas a um *padrão* (SI, CGS)
 - A toda medida está associada uma incerteza.
 - Com base nos resultados das medidas em experimentos, os *modelos* teóricos são validados ou descartados. Isso é a base do *método científico*.
-

Algarismos Significativos

- **Número de algarismos significativos:** número de algarismos que compõe o valor de uma grandeza excluindo eventuais zeros à esquerda.
- Zeros à direita são significativos!
- O uso de notação científica facilita a identificação.
- Exemplos:

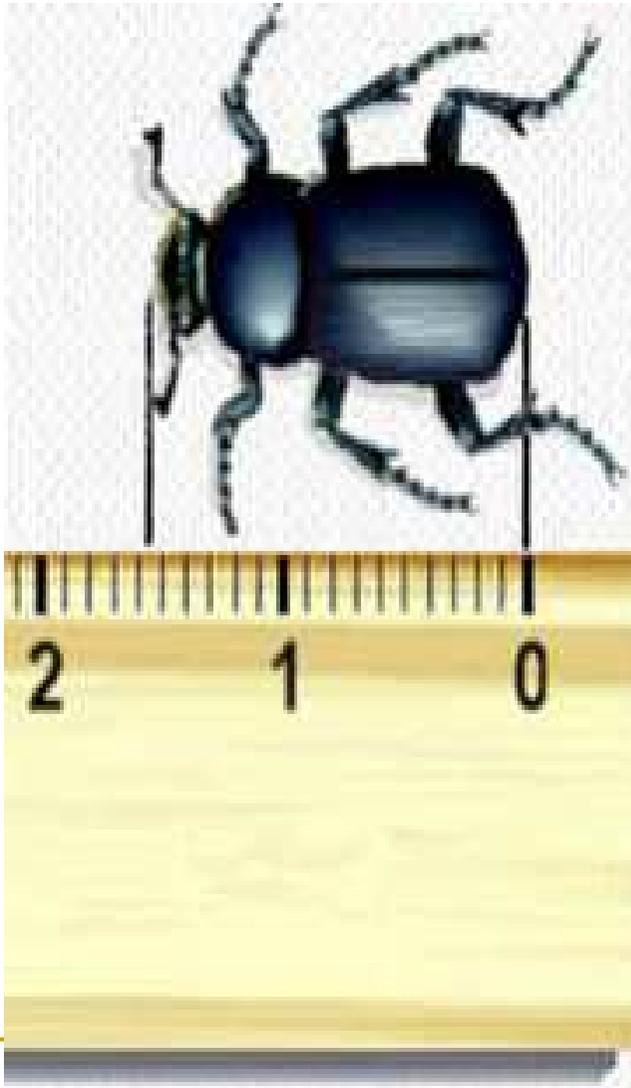
raio (mm)	significativos
57,896	5
$5,79 \times 10^1$	3
$5,789600 \times 10^1$	7
$0,6 \times 10^2$	1

Algarismos Significativos e Incerteza

- **O Número de algarismos significativos de uma grandeza é determinado pela sua incerteza.**



Algarismos Significativos e Incerteza



Nessa medida, o comprimento do besouro é melhor expresso em termos de algarismos significativos como sendo:

- a) Entre 0 e 1 cm
- b) Entre 1 e 2 cm
- c) Entre 1,5 e 1,6 cm
- d) Entre 1,54 e 1,56 cm
- e) Entre 1,546 e 1,547 cm

O último algarismo significativo é o “duvidoso”

Aula 1: Algarismos significativos



Nessa medida, o diâmetro da moeda é melhor expresso em termos de algarismos significativos e incerteza como sendo:

- a) 1 ± 1 cm
- b) $1,5 \pm 0,5$ cm
- c) $1,9 \pm 0,1$ cm
- d) $1,95 \pm 0,05$ cm
- e) $1,915 \pm 0,005$ cm

“Algarismo duvidoso” está na segunda casa; erro pode ser estimado como metade da menor divisão

Algarismos Significativos e Incerteza

- **O Número de algarismos significativos de uma grandeza é determinado pela sua incerteza.**
 - Tanto a grandeza como a incerteza tem algarismos significativos.
 - Regras para expressão da incerteza:
 - ❑ Se o primeiro dígito significativo da incerteza for menor que 3, usaremos DOIS significativos.
 - ❑ Caso o primeiro dígito significativo da incerteza for maior ou igual a 3, podemos usar UM ou DOIS algarismos significativos para a incerteza;
 - ❑ OU SEJA: sempre é possível usar dois alg. sig. Para expressar a incerteza.
-

Algarismos Significativos e Incerteza

- Regras para expressão da grandeza e incerteza:
 - Usar a mesma potência de dez tanto para o valor da grandeza como para sua incerteza;
 - O número de algarismos significativos da incerteza é dado pela regra acima;
 - O número de dígitos depois da vírgula na incerteza tem que ser o mesmo que na grandeza.
 - A notação científica pode (deve!) ser usada para melhor legibilidade.
- Exemplos:

notação errada	notação correta
$5,30 \pm 0,0572$	$5,30 \pm 0,06$
$124,5 \pm 11$	125 ± 11
$0,00002002 \pm 0,00000005$	$(200 \pm 5) \times 10^{-7}$
$(45 \pm 2,6) \times 10^1$	$(45 \pm 3) \times 10^1$

Determinando a incerteza – Estatística

Média de uma amostra com n valores:

$$x_m = \frac{1}{n} \sum x_i$$

Desvio padrão de uma amostra:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum (x_i - x_m)^2}$$

Desvio padrão da média com n valores:

$$\sigma_m = \sqrt{\frac{1}{(n-1)n} \sum (x_i - x_m)^2} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Determinando a incerteza – Estatística

Exemplo (Apostila):

Medida das tensões em uma pilha com um voltímetro.
O fabricante do voltímetro nos diz que a incerteza do aparelho é de 0,004 V

OU podemos expressar assim:

n	U (volt)	Incerteza nominal (V)
1	1,572	0,004
2	1,568	0,004
3	1,586	0,004
4	1,573	0,004
5	1,578	0,004
6	1,581	0,004

n	U ± 0,004 (V)
1	1,572
2	1,568
3	1,586
4	1,573
5	1,578
6	1,581

Determinando a incerteza – Estatística

Dados:

n	U ± 0,004 (V)
1	1,572
2	1,568
3	1,586
4	1,573
5	1,578
6	1,581

Cálculos:

Valor médio:

$$\bar{U} = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 U_i = 1,5763 \text{ V}$$

Desvio padrão das medidas:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{6-1} \sum_{i=1}^6 (V_i - 1,5763)^2} = 0,0066 \text{ V}$$

Desvio padrão do valor médio:

$$\sigma_m = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{0,0066}{\sqrt{6}} = 0,0027 \text{ V}$$

Resultado para
a *média*:

$$\bar{U} = (1,5763 \pm 0,0027) \text{ V}$$

Determinando a incerteza – Estatística

Incerteza total (“Erro padrão”) deve considerar tanto o desvio estatístico como o erro nominal do voltímetro:

Desvio padrão do valor médio:

$$\sigma_m = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{0,0066}{\sqrt{6}} = 0,0027 \text{ V}$$

Incerteza nominal do voltímetro (0,25% da medida)

$$L_r = \left(\frac{0,25}{100} \right) 1,5763 = 0,0039 \text{ V}$$

Erro padrão:

$$\sigma_p = \sqrt{\sigma_m^2 + L_r^2} = 0,0048 \text{ V}$$

Resultado final:

$$\bar{U}_P = (1,5763 \pm 0,0048) \text{ V}$$

Obs: em muitos casos, L_r é muito menor que o desvio padrão e pode ser ignorado.

Usando Gráficos

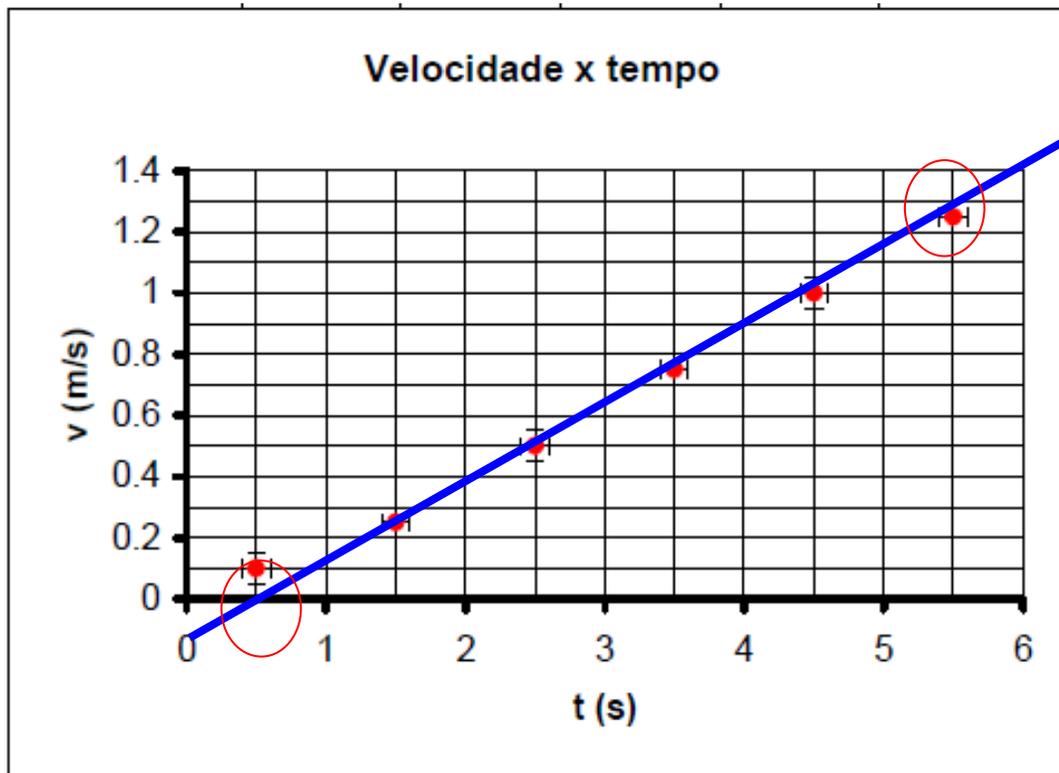
- Uma grandeza e sua incerteza podem ser obtidas através de gráficos, principalmente gráficos que resultem em uma **reta**.
- Por exemplo: medimos n valores a velocidade v e para o tempo t e queremos obter a aceleração a :

t (s)	erro (s)	v(m/s)	erro (m/s)
0.5	0.1	0.1	0.05
1.5	0.1	0.25	0.05
2.5	0.1	0.5	0.05
3.5	0.1	0.75	0.05
4.5	0.1	1	0.05
5.5	0.1	1.25	0.05

$$v(t) = v_0 + a.t$$

Determinando a grandeza – Gráfico

- Fazemos um gráfico dos pontos v e t .
- Traçamos uma reta que “melhor se ajuste aos pontos”.
- Obtermos a aceleração pela equação da reta:



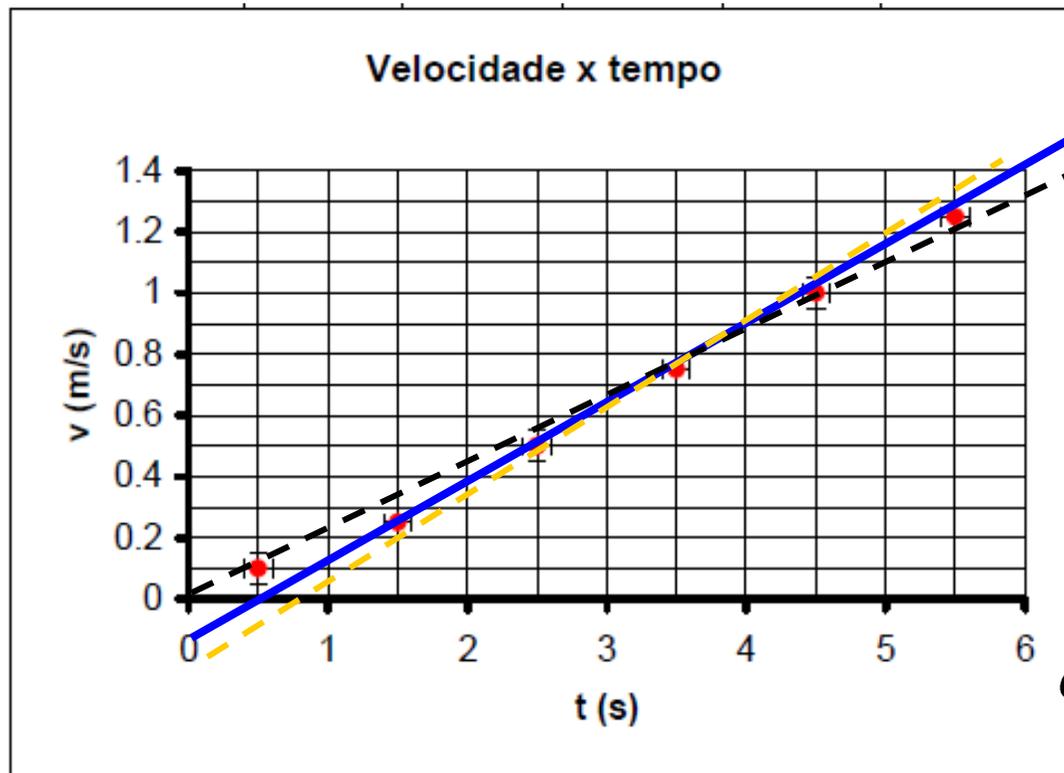
$$v(t) = v_0 + a.t$$

Dois pontos na reta:
(0.5,0) e (5.5,1.2)

$$a = \frac{1.3 - 0}{5.5 - 0.5} = 0.26 \text{ m/s}$$

Determinando a incerteza – Gráfico

- Traçamos outras duas retas com inclinações distintas (para cima e para baixo)
- Obtermos a incerteza na aceleração pelas retas:



Dois pontos na reta preta:
(0,0) e (4.5,1.0)

$$a_{-} = \frac{1 - 0}{4.5 - 0} = 0.222\text{m/s}$$

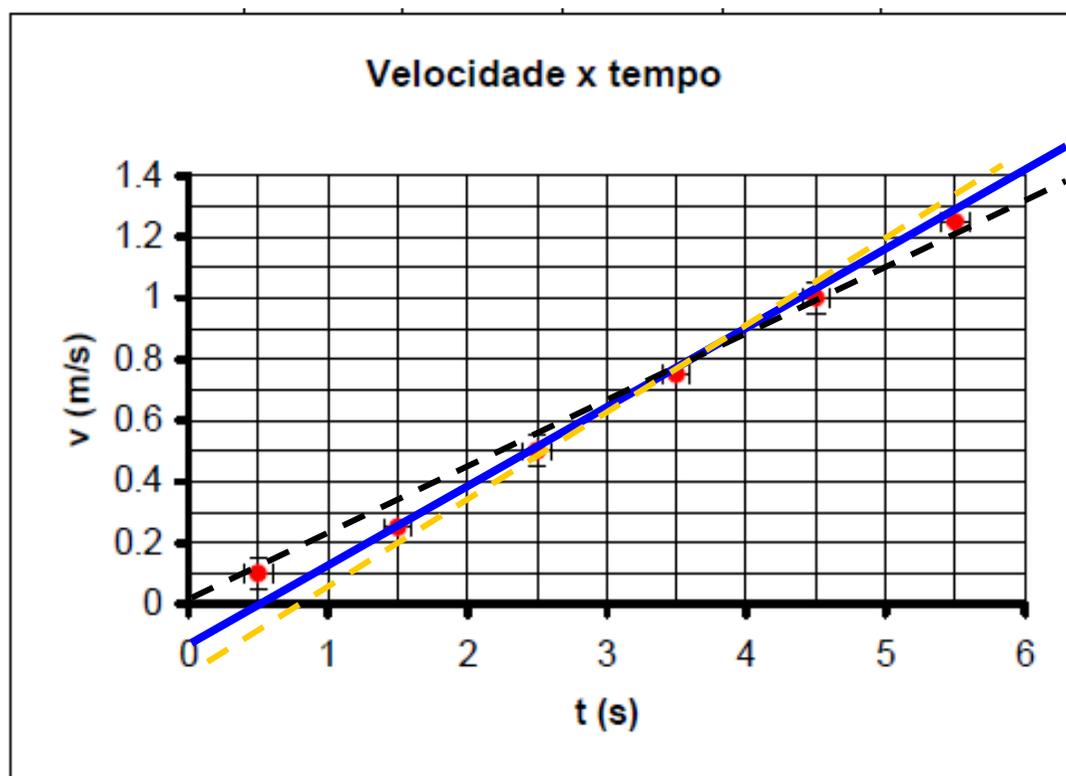
Dois pontos na reta laranja:
(1.5,0.2) e (5,1.2)

$$a_{+} = \frac{1.2 - 0.2}{5 - 1.5} = 0.2857\text{m/s}$$

Determinando a incerteza – Gráfico

- A incerteza será então dada pela maior diferença, no caso:

$$\sigma_a = |a_- - a| = 0.0378 \Rightarrow \sigma_a = 0.038 \text{ m/s}$$



Resultado final:

$$a = 0.260 \pm 0.038 \text{ m/s}$$

incerteza com DOIS alg. sigs.

Também aceito:

$$a = 0.26 \pm 0.04 \text{ m/s}$$

incerteza com UM alg. sig.

Propagação de erros

Se uma grandeza w é função de duas outras x e y com Incertezas σ_x e σ_y respectivamente, queremos saber:

Qual será a incerteza σ_w de $w(x,y)$?

- O processo para se obter σ_w chama *se propagação de erros*.
- A incerteza σ_w dependerá de σ_x e σ_y e da forma de $w(x,y)$.

$$\sigma_w^2 = \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \sigma_x^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \sigma_y^2$$

Propagação de erros

Para quem ainda não sabe derivada, usa-se a seguinte tabela:

$w = w(x, y, \dots)$	Expressões para σ_w
$w = x \pm y$ soma e subtração	$\sigma_w^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2$
$w = axy$ multiplicação	$\left(\frac{\sigma_w}{w}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_y}{y}\right)^2$
$w = a(y/x)$ divisão	$\left(\frac{\sigma_w}{w}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_y}{y}\right)^2$
$w = x^m$ potência simples	$\left \frac{\sigma_w}{w}\right = \left m\frac{\sigma_x}{x}\right $
$w = ax$ multiplicação por constante	$\left \frac{\sigma_w}{w}\right = \left \frac{\sigma_x}{x}\right $ ou $\sigma_w = a \sigma_x$
$w = ax + b$	$\left \frac{\sigma_w}{w}\right = \left \frac{\sigma_x}{x}\right $ ou $\sigma_w = a \sigma_x$

Propagação de erros: exemplo.

- Calculemos Δv em cada intervalo de tempo Δt **e as incertezas**

$$\Delta v = (v_1 - v_0) \Rightarrow \sigma_{\Delta v} = \sqrt{(\sigma_{v_1})^2 + (\sigma_{v_0})^2}$$

$$\Delta t = (t_1 - t_0) \Rightarrow \sigma_{\Delta t} = \sqrt{(\sigma_{t_1})^2 + (\sigma_{t_0})^2}$$

t (s)	erro (s)	v(m/s)	erro (m/s)	Dt (s)	erro (propag)	Dv (m/s)	erro (propag)
0.5	0.1	0.1	0.05				
1.5	0.1	0.25	0.05	1	0.141421	0.15	0.070711
2.5	0.1	0.5	0.05	1	0.141421	0.25	0.070711
3.5	0.1	0.75	0.05	1	0.141421	0.25	0.070711
4.5	0.1	1	0.05	1	0.141421	0.25	0.070711
5.5	0.1	1.25	0.05	1	0.141421	0.25	0.070711

Propagação de erros: exemplo.

- Calculamos agora a aceleração média e sua incerteza:

$$a_m = \Delta v / \Delta t \Rightarrow \left(\frac{\sigma_{a_m}}{a_m} \right)^2 = \left(\frac{\sigma_{\Delta v}}{\Delta v} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_{\Delta t}}{\Delta t} \right)^2$$

t (s)	erro (s)	v(m/s)	erro (m/s)	Dt (s)	erro (propag)	Dv (m/s)	erro (propag)	a=Dv/Dt (m/s ²)	erro (propag)
0.5	0.1	0.1	0.05						
1.5	0.1	0.25	0.05	1	0.141421	0.15	0.070711	0.15	0.074
2.5	0.1	0.5	0.05	1	0.141421	0.25	0.070711	0.25	0.079
3.5	0.1	0.75	0.05	1	0.141421	0.25	0.070711	0.25	0.079
4.5	0.1	1	0.05	1	0.141421	0.25	0.070711	0.25	0.079
5.5	0.1	1.25	0.05	1	0.141421	0.25	0.070711	0.25	0.079

- Podemos dizer então que, para t=4.5 (por ex.):

$$a_m(t = 4.5) = 0.25 \pm 0.08 \text{ m/s}$$