# 3 – Polarização: Lei de Malus, Atividade Óptica e Birrefringência

*Nesta prática, iniciaremos o estudo da área da óptica usualmente denominada óptica física. Inicialmente, discutiremos o conceito de polarização da luz e os tipos de polarização existentes. Em seguida, apresentaremos as principais propriedades de ondas luminosas linearmente polarizadas, alguns métodos usados para se obter este tipo de polarização e a capacidade que alguns materiais têm de alterar o estado de polarização da luz. Finalmente, mostraremos que a concentração de uma solução aquosa de sacarose pode ser determinada através da rotação da polarização de um feixe de luz linearmente polarizado.*

**Sempre que surgir uma dúvida quanto à utilização de um instrumento, o aluno deverá consultar o professor para esclarecimentos.**

**Importante: Neste experimento será utilizado um laser. Cuidado para não direcioná-lo para o seu olho ou para o olho dos demais!!!**

## I. Descrição da luz como onda eletromagnética

A luz é uma onda eletromagnética, e como tal envolve oscilações de campos elétricos e magnéticos que se propagam ao longo de uma dada direção do espaço. As ondas eletromagnéticas são transversais, o que significa que a direção de oscilação dos campos é perpendicular à direção de propagação. Além disso, para satisfazer as leis do eletromagnetismo (equações de Maxwell), o vetor campo elétrico e o vetor campo magnético também devem ser perpendiculares, o que significa que uma representação válida para uma onda eletromagnética plana se propagando (a aproximação de onda plana geralmente é válida para observações longe das fontes) é como mostrado na figura 1a. Logo, se a direção do campo elétrico e a direção de propagação forem especificadas, a direção do campo magnético será determinada. Existem, portanto, duas grandezas vetoriais importantes para especificar o modo de propagação de uma onda eletromagnética: o vetor de propagação $\vec{k}$ e o vetor campo elétrico $\vec{E}$. O módulo do vetor de propagação é determinado pela velocidade de propagação da onda no meio ($V = c/n$) e pela freqüência angular da oscilação dos campos, sendo dado por $k = (n/c)\omega$. Nesta prática estamos interessados somente nas propriedades relacionadas

a direção dos campos e, portanto, consideraremos daqui em diante onda planas de freqüência angular $\omega$ e vetor de propagação $\vec{k}$ .

Uma onda eletromagnética plana se propagando na direção $z$ ($\vec{k} = k\hat{z}$) com campo elétrico oscilando no plano $xy$ pode ser representada por:

$$\vec{E} = E_{ox}\cos(kz - \omega t)\hat{x} + E_{oy}\cos(kz - \omega t + \phi)\hat{y} \qquad (1)$$

Na equação 1, a onda eletromagnética foi representada como uma superposição de duas ondas (ou componentes): uma cujo campo elétrico aponta na direção $\hat{x}$, e outra cujo campo elétrico aponta no eixo $\hat{y}$. Note que a diferença de fase entre as duas componentes pode ser qualquer, ou seja, não há restrição sobre as fases para que a equação 1 seja uma solução válida das equações de Maxwell.

Se não existir diferença de fase entre as oscilações das componentes $x$ e $y$ do campo elétrico, ou seja, $\phi = 0$ (ou um múltiplo de $\pi$), o campo elétrico aponta sempre na mesma direção. Diz-se então que a luz é *linearmente polarizada* e a direção de polarização da onda é a direção de oscilação do campo elétrico. Nesse caso, a equação 1 pode ser reescrita como:

$$\vec{E} = \left(E_{ox}\hat{x} + E_{oy}\hat{y}\right)\cos(kz - \omega t) \qquad (2)$$

Na equação 2, o campo elétrico da onda é descrito por um vetor fixo no plano $xy$ multiplicado por um fator oscilatório, que afeta apenas o módulo do vetor (mas não a sua direção), figura 1b.

a) b)

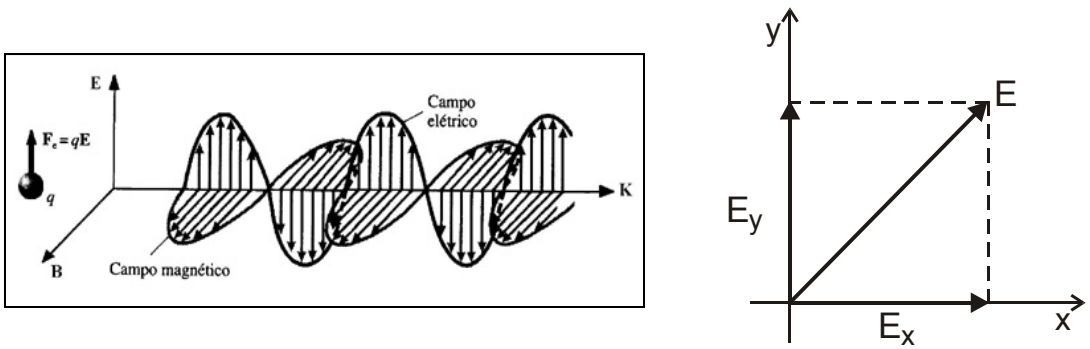



**Figura 1 – (a) Representação esquemática de uma onda eletromagnética. (b) Representação instantânea da decomposição do vetor campo elétrico em componentes ortogonais para uma onda que se propaga saindo da página.**

## II. Caso geral de polarização da luz

Em geral diz-se que a onda eletromagnética será polarizada se $\phi$ e a razão $E_{ox}$ / $E_{oy}$ forem constantes no tempo (caso contrário, teremos luz não polarizada – como a luz do sol – ou luz parcialmente polarizada). Vamos considerar a onda polarizada se propagando na direção do eixo $z$ (como na eq. 1), e por conveniência vamos analisá-la no plano $z = 0$ (portanto $kz = 0$). Assim, as componentes do campo elétrico serão:

$$E_x = E_{ox}\cos(\omega t) \tag{3a}$$

$$E_y = E_{oy}\cos(\omega t - \phi) \tag{3b}$$

Essas equações descrevem como as componentes do vetor campo elétrico variam ao longo do tempo, ou seja, definem a trajetória descrita pela extremidade do vetor no plano $xy$. Para descobrir essa trajetória podemos reescrever a equação 3b como:

$$\frac{E_y}{E_{oy}} = \cos(\omega t)\cos\phi + \sin(\omega t)\sin\phi \tag{4}$$

Combinando as equações 3a e 4, chegamos a:

$$\frac{E_y}{E_{oy}} - \frac{E_x}{E_{ox}}\cos\phi = \sqrt{1-\left(\frac{E_x}{E_{ox}}\right)^2}\,\sin\phi \tag{5}$$

Elevando a equação 4 ao quadrado e reordenando os termos chega-se a:

$$\left(\frac{E_x}{E_{ox}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{oy}}\right)^2 - 2\left(\frac{E_x}{E_{ox}}\right)\left(\frac{E_y}{E_{oy}}\right)\cos\phi = \sin^2\phi \tag{6}$$

Essa é uma equação de segundo grau nas variáveis $E_x$ e $E_y$. Das equações 3, vemos que $E_x$ e $E_y$ são limitados, portanto a equação 6 define uma elipse. A presença do termo misto (termo que envolve o produto $E_xE_y$) indica que os eixos coordenados não coincidem com os semi-eixos da elipse. A figura 2 mostra um exemplo da curva descrita pela equação 6.

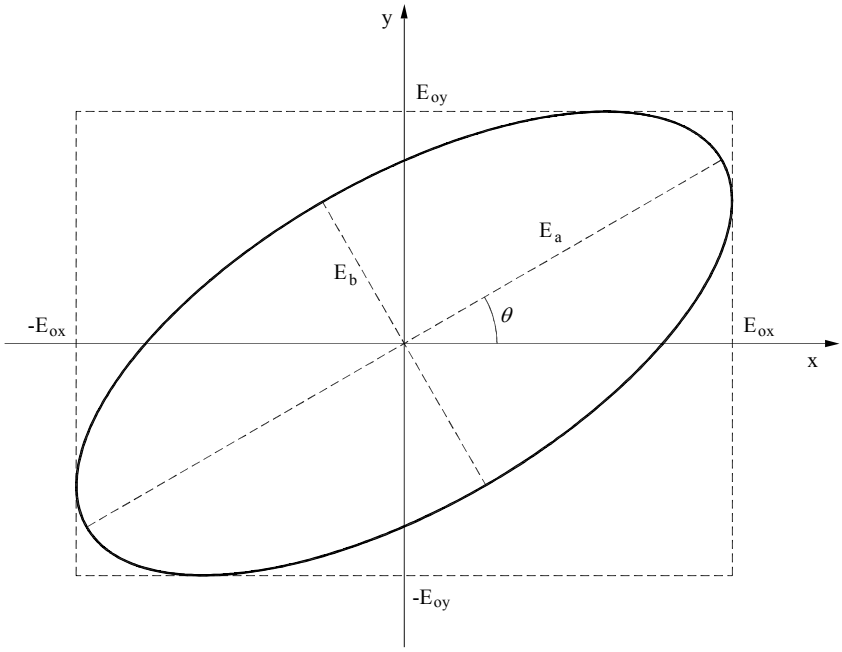



**Figura 2 – Trajetória elíptica da extremidade do vetor campo elétrico no plano *xy***

O ângulo $\theta$ entre os semi-eixos da elipse e os eixos coordenados pode ser obtido através da relação:

$$\tan(2\theta) = \frac{2E_{ox}E_{oy}\cos\phi}{E_{ox}^{\ 2} - E_{oy}^{\ 2}} \tag{7}$$

Uma onda cuja extremidade do vetor campo elétrico descreve uma elipse é chamada de *elipticamente polarizada*, e é o caso mais geral que há de onda polarizada.

## III. Casos particulares (polarização linear e circular)

Vamos analisar alguns casos particulares da equação 6:

a) $\phi = \pm\,\pi/2$. Neste caso $\theta = 0$ e a equação 6 se reduz para:

$$\left(\frac{E_x}{E_{ox}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{oy}}\right)^2 = 1 \tag{8}$$

Portanto, o campo elétrico descreve uma trajetória elíptica com semi-eixos ao longo dos eixos $x$ e $y$. A razão entre os dois eixos perpendiculares da elipse é dada pela razão entre as intensidades das componentes $E_x$ e $E_y$ dos campos elétricos. Podemos analisar um caso ainda mais particular, onde $E_{ox} = E_{oy} = E_o$ . Neste caso teremos:

$$E_x^{\ 2} + E_y^{\ 2} = E_o^{\ 2} \tag{9}$$

Essa é a equação de uma circunferência de raio $E_o$, ou seja, o vetor campo elétrico tem módulo constante e descreve uma trajetória circular no plano *xy*. Neste caso dizemos que a onda é circularmente polarizada.

Um detalhe importante se refere ao sentido de rotação do campo elétrico. Quando $\phi = \pi/2$, temos $E_x = E_{ox}\cos(\omega t)$ e $E_y = E_{oy}\sin(\omega t)$. O campo elétrico gira no sentido anti-horário (ver figura 3), e a onda é chamada de polarizada à *esquerda*. Caso $\phi = -\pi/2$, tem-se $E_x = E_{ox}\cos(\omega t)$ e $E_y = -E_{oy}\sin(\omega t)$, o sentido de rotação do campo é horário e a polarização é elíptica (ou circular) à *direita*. Na figura 3, a luz se propaga saindo do plano do papel, portanto em direção ao observador.

b) $\phi = 0$. Nesse caso, a equação 6 se reduz para:

$$\frac{E_x}{E_{ox}} - \frac{E_y}{E_{oy}} = 0 \tag{10}$$

Ou seja:

$$\frac{E_x}{E_y} = \frac{E_{ox}}{E_{oy}} \tag{11}$$

A razão entre as componentes *x* e *y* é constante, ou seja, a polarização é linear. O ângulo entre a direção de polarização e o eixo *x* é dado por $\theta = \tan^{-1}(E_{oy}/E_{ox})$.

c) $\phi = 180°$. Nesse caso, a equação 5 se reduz para:

$$\frac{E_x}{E_{ox}} + \frac{E_y}{E_{oy}} = 0 \tag{12}$$

Ou seja:

$$\frac{E_x}{E_y} = -\frac{E_{ox}}{E_{oy}} \tag{13}$$

A polarização é também linear, mas o ângulo entre a direção de polarização e o eixo *x* é dado por $\theta = -\tan^{-1}(E_{oy}/E_{ox})$.

Na figura 3 estão mostrados vários tipos de polarização da luz, provocados devido a defasagens entre as componentes $E_x$ *e* $E_y$ do campo elétrico.

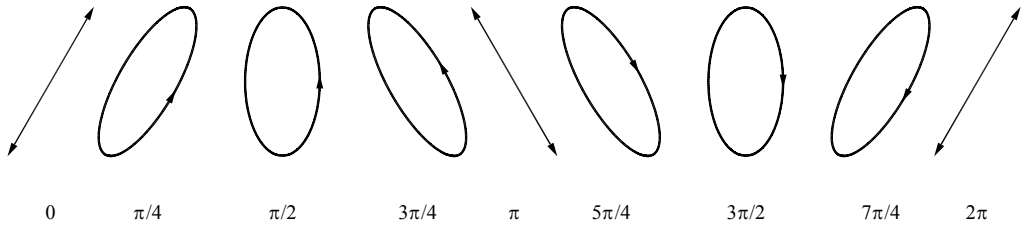



**Figura 3 – Representação da trajetória do vetor campo elétrico para diferentes modos de polarização definida pelo ângulo $\phi$, que representa a defasagem da componente y em relação a componente x. As flechas indicam a direção de rotação do campo elétrico.**

A equação 1 estabelece que uma onda polarizada qualquer (independente da polarização específica) pode ser escrita como a superposição de duas ondas linearmente polarizadas em direções perpendiculares. Da mesma forma, uma onda linearmente polarizada pode ser escrita como a superposição de duas ondas circularmente polarizadas, uma à esquerda e outra à direita, por exemplo:

$$\vec{E} = 2E_o \cos(kz-\omega t)\hat{x} = \underbrace{E_o \cos(kz-\omega t)\hat{x} + E_o \sin(kz-\omega t)\hat{y}}_{\text{onda circularmente polarizada a direita}} + \underbrace{E_o \cos(kz-\omega t)\hat{x} - E_o \sin(kz-\omega t)\hat{y}}_{\text{onda circularmente polarizada a esquerda}} \tag{14}$$

## IV. Polarização por absorção e Lei de Malus

A polarização por absorção ocorre em meios dicróicos, ou seja, meios nos quais o coeficiente de absorção depende da direção de vibração do campo elétrico. A direção em que a absorção é mínima é conhecida como eixo de transmissão, enquanto na direção perpendicular a absorção é máxima. Qualquer raio incidente pode ser expresso como a combinação de dois raios linearmente polarizados nas direções de máxima e mínima absorção. Se a luz percorrer uma distância suficiente, a componente na direção de máxima absorção pode se tornar desprezível frente à outra componente e a direção do campo elétrico passa a ser a mesma do eixo de transmissão do material. Esse tipo de sistema pode ser então utilizado para obter luz linearmente polarizada a partir de luz não polarizada e por isso são denominados polarizadores por absorção.

Para entender como isso ocorre microscopicamente, vamos considerar um material formado por moléculas longas, alinhadas, condutoras e separadas por uma

distância da ordem do comprimento da luz incidente. Um exemplo prático desse tipo polarizador são polímeros dopados com átomos de iodo (que tornam as cadeias condutoras nas freqüências ópticas) e estirados em uma certa direção. Quando a luz incide com o seu vetor campo elétrico paralelo às cadeias, correntes elétricas se estabelecem e a energia luminosa é absorvida. Se o campo elétrico for perpendicular às cadeias, a corrente não é estabelecida e a luz não é absorvida. Assim, devido à absorção de uma dos componentes do campo, a luz transmitida será linearmente polarizada. Este é o principio de funcionamento do polarizador denominado Polaroid, que foi inventado por E. H. Land em 1938. Os polarizadores Polaroid mais comuns utilizados hoje em dia são formados por filmes de acetato de celulose contendo cristais microscópicos de sulfeto de iodo.

O funcionamento do polarizador por absorção só é satisfatório se a distância entre as cadeias for muito menor do que o comprimento de onda da radiação eletromagnética, de modo que o valor do campo elétrico é praticamente o mesmo para duas cadeias vizinhas (ou seja, não há diferença de potencial entre cadeias próximas, mas existe uma ddp ao longo da cadeia). Por exemplo, a radiação de microondas (comprimento de onda da ordem de 10 cm) pode ser bloqueada por duas grades perpendiculares entre si e com separação de alguns milímetros. Este é o motivo da existência de um reticulado condutor com alguns milímetros de distância na porta dos fornos de microonda, que impede a saída da radiação de microondas sem bloquear a luz visível, o que permite acompanhar o processo de cozimento.

Em um filme Polaroid, a direção perpendicular à do alinhamento das moléculas é o eixo de transmissão. Se uma onda incidir linearmente polarizada nessa direção, ela atravessa o Polaroid. No entanto, se a onda for linearmente polarizada na direção do alinhamento, ela será quase que totalmente absorvida. Se a onda for linearmente polarizada em outra direção, a intensidade transmitida é dada pela equação conhecida como lei de Malus.

Para descrever a lei de Malus, vamos considerar uma onda eletromagnética com direção de polarização fazendo um ângulo $\theta$ com relação ao eixo $x$. Essa onda pode ser decomposta em duas componentes ao longo dos eixos $x$ e $y$, com amplitudes $E_{ox} = E_o \cos\theta$ e $E_{oy} = E_o \sin\theta$, respectivamente. Se a onda incidir em um polarizador cujo eixo de transmissão está ao longo do eixo $x$, a componente em $x$ não sofre perdas,

enquanto a componente em $y$ é totalmente absorvida. Como a intensidade da onda é proporcional ao quadrado do campo elétrico, a intensidade transmitida é:

$$I(\theta) = E_{ox}^2(\theta) = E_o^2 \cos^2\theta = I_o \cos^2\theta \qquad (15)$$

Esta é a expressão conhecida como Lei de Malus, em homenagem ao seu observador E. L. Malus que viveu entre 1775 e 1812.

Se a luz incidente for não polarizada, as componentes em cada eixo têm na média a mesma amplitude e a intensidade transmitida é metade da intensidade original. Esse resultado também pode ser obtido pela equação 15, lembrando que o valor médio do co-seno quadrado é ½ (na luz não polarizada, a direção do campo elétrico varia aleatoriamente, portanto $\theta$ é uma variável aleatória e podemos fazer a média sobre todos os valores possíveis).

As fontes de luz mais comuns emitem luz não polarizada, e um polarizador pode ser usado para obter luz linearmente polarizada. Assim, para verificar a lei de Malus deveremos ter dois polarizadores com eixos de transmissão rodados de um ângulo $\theta$ um em relação ao outro. O ângulo $\theta$ da equação 15 nesse caso é o ângulo entre os eixos de transmissão dos polarizadores, como mostrado na figura 4. Quando os eixos de transmissão dos dois polarizadores forem perpendiculares, nenhuma luz é transmitida, porque a direção de transmissão para um é a direção de absorção para o outro; é dito que nessa situação temos "polarizadores cruzados".

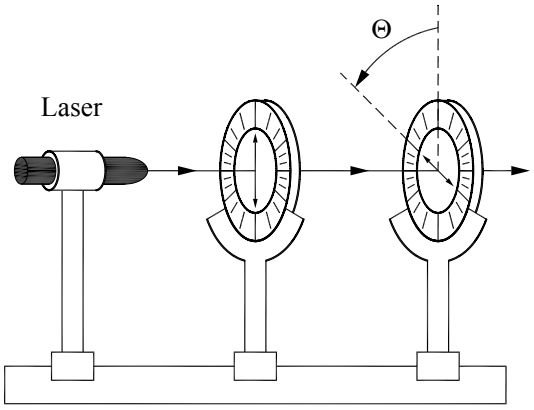



**Figura 4 – Representação esquemática de dois polarizadores com eixos de transmissão deslocados de um ângulo $\theta$**

Um fato interessante ocorre quando um terceiro polarizador é colocado entre dois polarizadores cruzados. Suponha que o eixo de transmissão desse polarizador faça

um ângulo θ com o eixo do primeiro, e um ângulo de $\pi/2 - \theta$ com o segundo. Para obter a intensidade total, basta aplicar duas vezes a lei de Malus:

$$I(\theta) = I_o \cos^2\theta \cos^2(\pi/2 - \theta) = I_o \sin^2\theta \cos^2\theta \qquad (16)$$

Ou seja, agora há luz transmitida, mesmo estando os dois polarizadores externos cruzados. Isso ocorre porque a polarização da luz após atravessar o segundo polarizador não é mais perpendicular ao eixo de transmissão do terceiro polarizador, sendo que a intensidade da luz que emerge do conjunto depende da orientação do eixo de transmissão do segundo polarizador em relação aos demais. Então, é como se o segundo polarizador alterasse a direção da polarização da luz, ou seja, o mesmo de comporta como um meio capaz de alterar a direção de polarização da luz. De fato, existem materiais que possuem essa propriedade, isto é, de alterar o estado de polarização da luz, sendo usualmente denominados de materiais que apresentam atividade ótica. Um exemplo desses materiais são os cristais líquidos presentes, por exemplo, nos mostradores de relógios digitais ou televisores LCD (de *Liquid Crystal Display*). Neste caso particular o ângulo de rotação da polarização induzido pelo material depende do campo elétrico, e, portanto, pode ser alterado aplicando-se uma tensão elétrica. Assim, colocando-se esse material entre dois polarizadores cruzados é possível controlar a intensidade da luz que atravessa o conjunto.

## V. Atividade Óptica natural

Como mencionado anteriormente, algumas substâncias possuem a propriedade de girar a direção de polarização da luz que as atravessa, o que é conhecido como *atividade óptica*. O ângulo de rotação por unidade de comprimento é conhecido como poder de rotação específica. Para determinar o sentido da rotação, a convenção é olhar no sentido contrário ao da propagação da onda (como se a onda estivesse vindo de encontro ao observador): se o plano de polarização é girado no sentido horário, a substância é destro-rotatória (ou destrógira). Caso contrário é levo-rotatória (ou levógira). A figura 5 mostra um exemplo de uma substância destrógira e seu efeito na polarização.

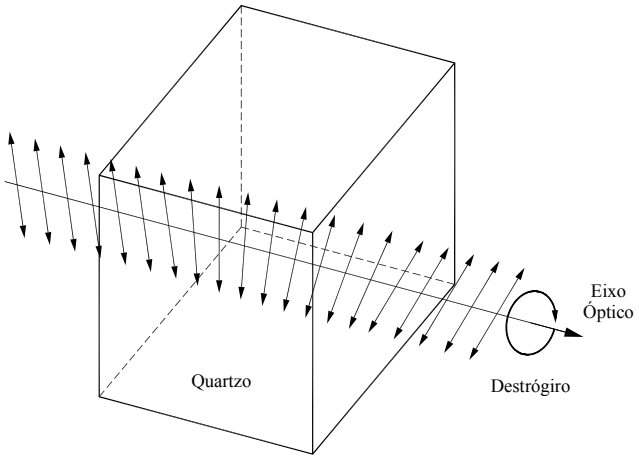



**Figura 5 – Mudança na direção de polarização da luz provocada por um cristal destrógiro**

A atividade óptica ocorre para aqueles materiais cujas moléculas interagem com radiação circularmente polarizada à esquerda e a direita de forma diferente, como em geral no caso de *moléculas quirais*. Sendo assim, radiação linearmente polarizada ao atravessar um material com essas características pode ter sua direção de polarização alterada. Aqui é bom lembrar que uma onda linearmente polarizada pode ser escrita como uma combinação de duas ondas circularmente polarizadas à direita e à esquerda. Portanto, essas duas componentes interagirão de forma distinta gerando o efeito de rotação da polarização. Para compreender melhor o mecanismo da atividade óptica admitamos que luz linearmente polarizada na direção $x$ incida em um material que possua diferentes índices de refração para luz circularmente polarizada à direita e à esquerda. Vamos decompor a onda incidente em uma superposição de duas componentes circularmente polarizadas e de mesma amplitude, como escrito na equação 14. Deste modo, o campo elétrico da onda linearmente polarizada que incide no material pode ser escrita como:

$$\vec{E} = 2E_o \cos(kz - \omega t)\hat{x} = \underbrace{E_o \cos(kz - \omega t)\hat{x} + E_o \sin(kz - \omega t)\hat{y}}_{\text{onda circularmente polarizada a direita}} + \underbrace{E_o \cos(kz - \omega t)\hat{x} - E_o \sin(kz - \omega t)\hat{y}}_{\text{onda circularmente polarizada a esquerda}} \tag{17}$$

No material que possui birrefringência circular, o índice de refração para luz circularmente polarizada a direita $n_d$ é diferente do índice de refração para luz circularmente polarizada a esquerda $n_e$ , e o vetor de propagação para cada um dos

componentes, $k_d = n_d \frac{2\pi}{\lambda}$ e $k_e = n_e \frac{2\pi}{\lambda}$, são diferentes. Logo após atravessar o material o campo elétrico pode ser escrito como:

$$\vec{E} = \underbrace{E_o \cos(kz + k_d L - \omega t)\hat{x} + E_o \sin(kz + k_d L - \omega t)\hat{y}}_{onda\ circularmente\ polarizada\ a\ direita} + \underbrace{E_o \cos(kz + k_e L - \omega t)\hat{x} - E_o \sin(kz + k_e L - \omega t)\hat{y}}_{onda\ circularmente\ polarizada\ a\ esquerda} \tag{18}$$

A diferença de fase $\Delta\varphi$ entre as componentes do campo elétrico da onda circularmente polarizada a direita e a esquerda ao percorrer uma distância $L$ dentro do material é:

$$\Delta\varphi = (k_d - k_e)L = (n_d - n_e)\frac{2\pi}{\lambda}L \tag{19}$$

Reescrevendo a equação 18 em termos de $\Delta\varphi$:

$$\vec{E} = \underbrace{E_o \cos(kz + k_d L - \omega t)\hat{x} + E_o \sin(kz + k_d L - \omega t)\hat{y}}_{onda\ circularmente\ polarizada\ a\ direita} + \underbrace{E_o \cos(kz + k_d L - \omega t - \Delta\varphi)\hat{x} - E_o \sin(kz + k_d L - \omega t - \Delta\varphi)\hat{y}}_{onda\ circularmente\ polarizada\ a\ esquerda} \tag{20}$$

O termo $kz + k_d L - \omega t$ na equação 20 é uma fase comum e pode ser renomeado para $\varphi = kz + k_d L - \omega t$. Podemos ainda rearranjar a equação 20 de modo que:

$$\vec{E} = [E_o \cos(\varphi) + E_o \cos(\varphi - \Delta\varphi)]\hat{x} + [E_o \sin(\varphi) - E_o \sin(\varphi - \Delta\varphi)]\hat{y} \tag{21}$$

Ou ainda:

$$\vec{E} = \left[E_o \cos(\varphi - \frac{\Delta\varphi}{2} + \frac{\Delta\varphi}{2}) + E_o \cos(\varphi - \frac{\Delta\varphi}{2} - \frac{\Delta\varphi}{2})\right]\hat{x} + \left[E_o \sin(\varphi - \frac{\Delta\varphi}{2} + \frac{\Delta\varphi}{2}) - E_o \sin(\varphi - \frac{\Delta\varphi}{2} - \frac{\Delta\varphi}{2})\right]\hat{y} \tag{22}$$

Usando as identidades trigonométricas $\sin(a+b) - \sin(a-b) = 2\cos a \sin b$ e $\cos(a+b) + \cos(a-b) = 2\cos a \cos b$, com $a = \varphi - \frac{\Delta\varphi}{2}$ e $b = \frac{\Delta\varphi}{2}$ chega-se a:

$$\vec{E} = 2E_o\left(\cos(\frac{\Delta\varphi}{2})\hat{x} + \sin(\frac{\Delta\varphi}{2})\hat{y}\right)\cos(\varphi - \frac{\Delta\varphi}{2}) \tag{23}$$

Substituindo $\varphi$, obtém-se:

$$\vec{E} = 2E_o\left(\cos(\frac{\Delta\varphi}{2})\hat{x} + \sin(\frac{\Delta\varphi}{2})\hat{y}\right)\cos(kz - \omega t + k_+ L - \frac{\Delta\varphi}{2}) \tag{24}$$

A equação 24 estabelece que não há diferença de fase entre a componente $x$ e a componente $y$ da onda. Isso significa que a polarização é linear, mas agora há um campo elétrico na direção $y$ que não havia anteriormente. Como o módulo do campo elétrico da equação 24 é o mesmo que antes de incidir no material, tem-se que o plano de polarização foi girado de um ângulo θ com relação ao eixo $x$ (a direção inicial de polarização). Da equação 24 é possível concluir o valor de $\theta$:

$$\theta = \frac{\Delta\varphi}{2} = (n_d - n_e)\frac{\pi}{\lambda}L \tag{25}$$

Na figura 6 está ilustrada a situação demonstrada pelas equações 17 e 24, ou seja, antes de incidir a onda é linearmente polarizada em uma certa direção (combinação de duas componentes circulares) e após atravessar o material muda a direção da polarização linear.

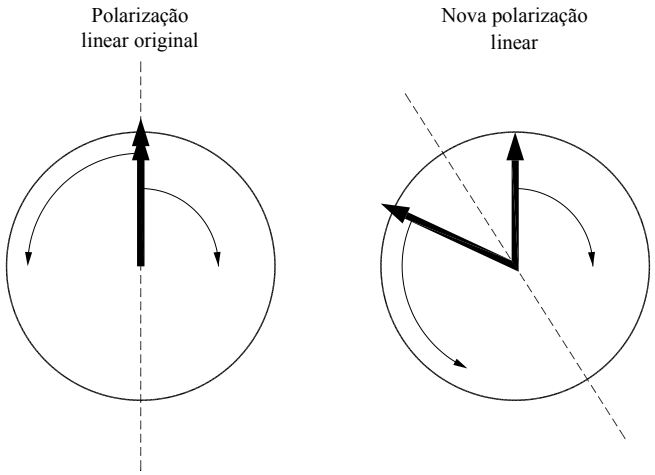



**Figura 6 – Efeito de uma diferença de fase entre as componentes circulares da onda.**

O poder de rotação específico da substância é definido como a rotação provocada no plano de polarização por unidade de comprimento:

$$\frac{\theta}{L} = (n_d - n_e)\frac{\pi}{\lambda} \tag{26}$$

Se $n_d < n_e$, a substância é destro-rotatória, ou destrógira ($\theta$ nesse caso é negativo) e se $n_d > n_e$ a substância é levo-rotatória, ou levógira ($\theta$ positivo).

Como visto, a atividade óptica ocorre quando os índices de refração são diferentes para a luz circularmente polarizada à esquerda ou à direita. Isso tem a ver com uma propriedade de simetria das moléculas que compõem o material, que é a quiralidade. Uma molécula quiral é diferente de sua imagem especular (da mesma

forma que uma mão direita é diferente da sua imagem especular, que é uma mão esquerda). Quando a simetria por reflexão especular existe, a polarização circular à esquerda e à direita provoca o mesmo tipo de resposta nas moléculas, e não há atividade óptica; se a molécula é quiral, a resposta é diferente, e a molécula é opticamente ativa. Boa parte das moléculas orgânicas, como aminoácidos e alguns açúcares, são quirais.

No caso em que a substância opticamente ativa está dissolvida, a atividade óptica também depende da concentração da substância na solução. Neste caso a equação acima deve ser reescrita da seguinte maneira:

$$\frac{\theta}{L} = \alpha(\lambda, T).\frac{m}{V} \tag{27}$$

Onde $m$ é a massa do soluto, $V$ é o volume da solução e $\alpha$ é uma constante característica do soluto que depende do comprimento de onda $\lambda$ da luz incidente e da temperatura.

Um exemplo típico de substância que apresenta atividade óptica é a sacarose. Em uma solução de sacarose em água a rotação do plano de polarização ocorre de acordo com a equação 27, e, portanto, é proporcional ao comprimento da amostra e a sua concentração. Para a sacarose, a temperatura de 20°C e no comprimento de onda de 589 nm (linha amarela do sódio), o valor tabelado de $\alpha$ é de 66,4 (°·ml)/(dm·g). Assim, conhecendo-se o ângulo de rotação específico de uma solução de sacarose e a constante $\alpha$, podemos determinar a concentração da solução. De fato, este e um dos métodos padrões para avaliar a concentração de sacarose em cana de açúcar, sendo utilizado para avaliar a qualidade produtiva da cana de açúcar. O instrumento comercial usado para fazer essa avaliação é denominado sacarímetro.

## VI. Birrefringência e mudanças na polarização da luz

Agora que conhecemos os diferentes estados de polarização da luz, resta-nos discutir como podemos modificar tais estados, ou, em outras palavras, como podemos controlar o ângulo $\phi$ da equação 1. É fácil ver pela equação 1 que uma maneira de induzir uma defasem entre as componentes do campo e fazer com que a velocidade de propagação (ou seja, o módulo do vetor de onda) seja diferente para cada componente. Na prática isso pode ser conseguido se a onda se propagar em um meio no qual os

índices de refração sejam diferentes para cada componente ($x$ e $y$). Esses meios são chamados de birrefringentes.

Os materiais birrefringentes são um caso particular de materiais anisotrópicos (ou seja, materiais cujas propriedades dependem da direção). Esses materiais possuem dois índices de refração (denominados índice rápido, $n_r$, e lento, $n_l$), ou seja, há duas direções da polarização nas quais os índices de refração são iguais, e uma terceira direção na qual ele tem outro valor, que é chamado de *eixo óptico*. Se a luz incide com vetor de propagação na direção do eixo óptico, tudo se passa como se o meio fosse isotrópico, ou seja, independentemente da direção do campo elétrico a velocidade de propagação será a mesma. Entretanto, se a luz incidir perpendicularmente ao eixo óptico, o índice de refração depende da direção de vibração do campo elétrico. Podemos decompor então a onda eletromagnética em duas polarizações ortogonais, uma delas vibrando na direção do eixo óptico e outra vibrando perpendicularmente. Os índices de refração são diferentes para essas componentes, e assim a diferença de fase entre elas varia à medida que a onda se propaga nesse meio.

Vamos considerar como exemplo um feixe luminoso linearmente polarizado se propagando na direção do eixo $z$ e incidindo sobre uma lâmina de material birrefringente, cujo eixo óptico está na direção $y$, como mostrado na figura 7 (a direção de polarização pode ser qualquer). Vamos supor que o índice rápido seja na direção perpendicular ao eixo óptico.

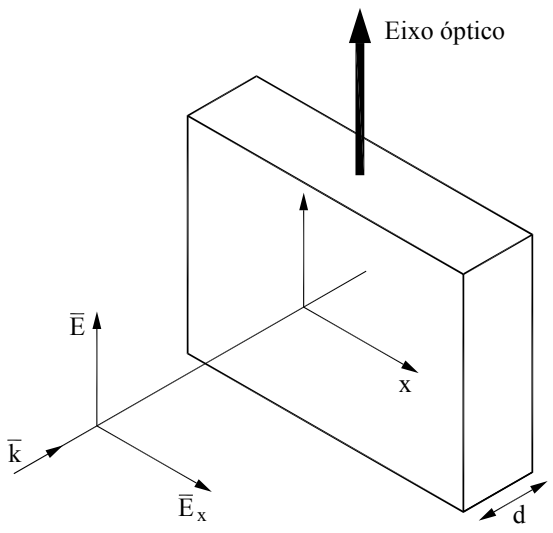



**Figura 7 – Feixe luminoso incidindo perpendicularmente em uma placa birrefringente.**

Após atravessar um comprimento $d$ no material, as componentes em $x$ e $y$ podem ser escritas como:

$$E_x = E_{ox}\cos(k_r d - \omega t) \tag{28a}$$

$$E_y = E_{oy}\cos(k_l d - \omega t) \tag{28b}$$

Onde $k_l = n_l \dfrac{2\pi}{\lambda}$ e $k_r = n_r \dfrac{2\pi}{\lambda}$ são os módulos do vetor de propagação na direção do eixo óptico e na direção perpendicular. A diferença de fase entre elas será:

$$\phi = (k_l - k_r)d = \frac{2\pi}{\lambda_0}(n_l - n_r)d \tag{29}$$

Portanto, a defasagem produzida por um determinado material pode ser controlada variando a sua espessura. Assim, é possível construir lâminas que produzem uma defasagem controlada entre as componentes do campo, permitindo gerar ondas com qualquer estado de polarização a partir de ondas linearmente polarizadas. Essas lâminas recebem usualmente o nome de lâminas defasadoras.

## VII. Lâminas defasadoras de quarto de onda

Vamos considerar que a espessura do material birrefringente seja ajustada para obter um ângulo de defasagem entre as componentes $E_x$ e $E_y$ de $\phi = \pm\pi/2 + 2m\pi$ (com $m$ inteiro) na equação 29. Se a luz incidente na lâmina for linearmente polarizada, a diferença de fase na saída será $\pm\,\pi/2$, e pela figura 3 podemos ver que isso representa uma onda elipticamente polarizada com um semi-eixo na direção do eixo óptico. Se, além disso, a polarização da onda incidente fizer um ângulo de $\pi/4$ com o eixo óptico, as componentes $x$ e $y$ terão a mesma amplitude, e o resultado é polarização circular.

A diferença de fase de $\pm\,\pi/2$ corresponde a um quarto do comprimento de onda; por esse motivo, uma lâmina de material birrefringente que produz essa diferença de fase é chamada de *lâmina de quarto de onda*. Da equação 29, podemos estimar qual deve ser a espessura de uma lâmina como essa:

$$d = \frac{\lambda_o}{2\pi}\frac{1}{|n_l - n_r|}\left(\frac{\pi}{2} + 2m\pi\right) \tag{30}$$

Essa condição pode ser simplificada para:

$$d = \frac{\lambda_o}{|n_l - n_r|}\left(\frac{1}{4} + m\right) \tag{31}$$

## VIII. Lâminas de meia onda

Vamos considerar agora que a espessura do material birrefringente seja ajustada para obter $\phi = \pi + 2m\pi$ (com $m$ inteiro) na equação 29. A defasagem adquirida por uma componente é π, o que é equivalente a trocar o sinal dessa componente. Se a onda incidente for linearmente polarizada, após passar pelo material a onda continua linearmente polarizada, mas a direção de polarização é espelhada com relação ao eixo óptico. Em outras palavras, se o ângulo entre o direção de polarização da onda incidente e o eixo óptico é $\theta$, o efeito de uma lâmina de meia onda é girar a direção de polarização por um ângulo $2\theta$.

Se a luz incidente é elipticamente polarizada, a lâmina de meia onda inverte uma das componentes do campo o que resulta na inversão do sentido da rotação do campo elétrico; em outras palavras, luz elipticamente polarizada à esquerda é transformada em luz elipticamente polarizada à direita, e vice-versa.

Como a diferença de fase induzida é equivalente a meio comprimento de onda, uma lâmina como essa é chamada de *lâmina de meia onda*. A espessura de uma lâmina de meia onda é:

$$d = \frac{\lambda_o}{|n_l - n_r|}\left(\frac{1}{2} + m\right) \tag{32}$$

## Experimentos

### 1. Verificação da Lei de Malus

a) Monte o aparato descrito na figura 8. Lembre-se sempre de verificar o alinhamento do feixe laser (horizontal e paralelo ao trilho óptico).

b) Utilizando apenas o primeiro polarizador com a leitura angular em 0°, seguido pelo detector (fotodiodo), gire o laser até obter o máximo de intensidade no detector. Verifique se o fotodetector não está saturado (procure trabalhar com a máxima medida do voltímetro sempre em ~ 8 V). Caso seja necessário, utilize camadas de fita adesiva para evitar a saturação do detector.

c) Acrescente o segundo polarizador à montagem cruzado com o primeiro. Faça o ajuste fino desta situação observando a mínima intensidade de luz no sinal do fotodetector. Gire o goniômetro do segundo polarizador de 90°. Nesta condição os dois polarizadores devem estar com eixos de transmissão alinhados. CUIDADO!!! O detector também mede a luz ambiente...

d) Meça a intensidade de luz em função do ângulo entre os eixos dos dois polarizadores. Tome $\theta = 0$ na condição do item (c): eixos de transmissão alinhados. Faça medidas girando o segundo polarizador em passos de 10º até atingir 360º. Faça medidas adicionais nos ângulos $\theta_0 \pm 5°$, onde $\theta_0 = 0$, 90, 180 e 270°. Plote um gráfico da intensidade $I(\theta)$ em escala linear. O resultado é compatível com a Lei de Malus? Discuta semelhanças e diferenças.

(a) (b)

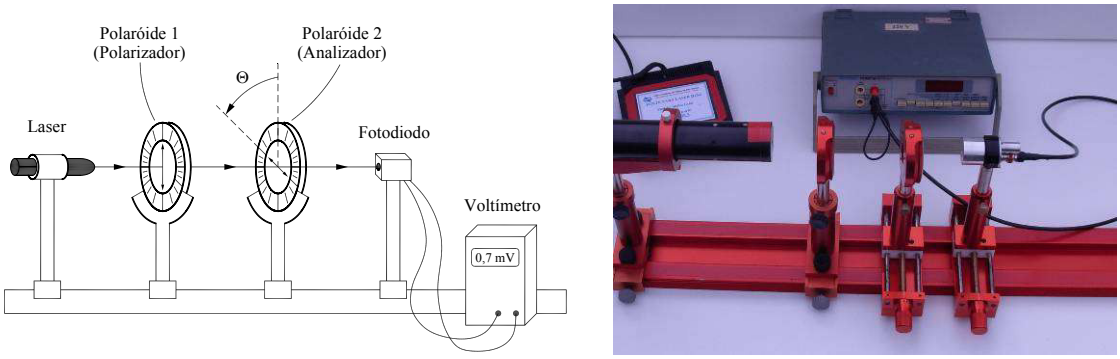



**Figura 8 – Esquema (a) e Fotografia (b) do aparato utilizado na verificação da Lei de Malus com dois polarizadores.**

**Verificação da lei de Malus com dois polarizadores**

| θ (º) | V (V) | θ (º) | V (V) | θ (º) | V (V) |
|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |
| | | | | | |

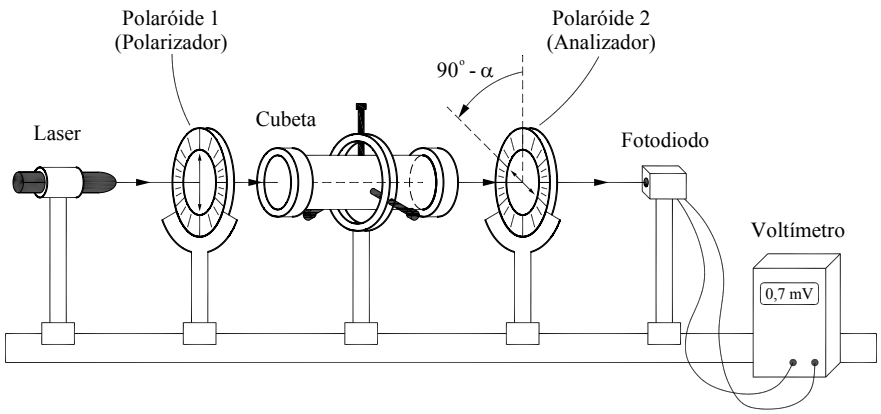
## 2. Atividade óptica

Nesta parte do experimento verificaremos a propriedade de rotação da polarização por moléculas em uma solução aquosa de sacarose ou frutose.

a) Use a mesma montagem anterior, mas com o segundo polarizador cruzado em relação ao primeiro (mínimo de intensidade no fotodetetor).

b) Em seguida, coloque uma cubeta com a solução entre os polarizadores, como mostrado na figura 9. Para facilitar a montagem, você pode inserir a cubeta simplesmente apoiando-a sobre uma plataforma giratória. Ajuste a altura e inclinação da cubeta para que o feixe seja transmitido próximo ao centro da cubeta. A substância utilizada pode ser sacarose ($\alpha_{633nm}^{20°C} = -57,2 \frac{°ml}{g\,dm}$) ou frutose ($\alpha_{633nm}^{20°C} = +86,7 \frac{°ml}{g\,dm}$).

(a)




(b)

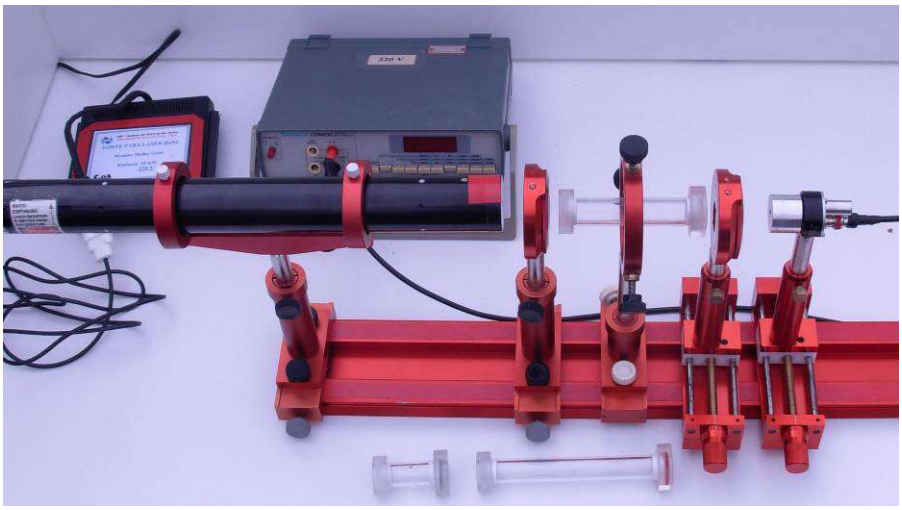


**Figura 9 – Montagem experimental, com a cubeta entre os polarizadores.**

c) Anote a indicação angular do segundo polarizador e então gire-o de tal forma que se obtenha novamente um mínimo de intensidade. Anote essa nova indicação angular e subtraia da anterior. Assim você estará determinando o ângulo de rotação da polarização da luz introduzido pela cubeta com a solução. Indique também a direção de rotação da polarização (direita ou esquerda) olhando na direção contrária à propagação do feixe.

d) Repita o procedimento para diferentes comprimentos de cubetas (mantendo a concentração da solução), e para diferentes concentrações (mantendo o comprimento da cubeta).

e) Para cada medida realizada (5 ao todo), determine o poder rotatório específico, α. Compare o valor medido ($\bar{\alpha} \pm \Delta\alpha$) com o tabelado. Qual a substância utilizada? Ela é levógira ou destrógira?

**Atividade óptica de uma solução de sacarose**

| Concentração da solução (g / ml) | Comprimento da cubeta (cm) | Ângulo de rotação da polarização | $\alpha\ (\frac{°ml}{g\,dm})$ |
|---|---|---|---|
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |
| | | | |

### 3. Lâmina de meia onda

a) Use a mesma montagem do experimento 2, com o segundo polarizador cruzado em relação ao primeiro.

b) Introduza uma lâmina de meia onda com o 0° da escala angular na vertical entre os dois polarizadores, figura 5. Os eixos ópticos das lâminas foram *aproximadamente* alinhados no suporte de modo que o seu eixo óptico coincida ou esteja perpendicular ao 0° da escala angular. Este experimento pode ser realizado com qualquer uma das duas situações. Faça então um ajuste fino da direção do eixo lâmina de meia onda até anular a transmissão no segundo polarizador. Anote a leitura dessa orientação $\theta_0$.

c) Gire o goniômetro da lâmina de +30° e descreva o que acontece. Com o segundo polarizador, determine ângulo de rotação da polarização introduzido pela lâmina de meia onda e compare com o valor esperado. Gire o goniômetro da lâmina de – 30° e use o segundo polarizador para analisar a polarização resultante. Compare com o esperado.

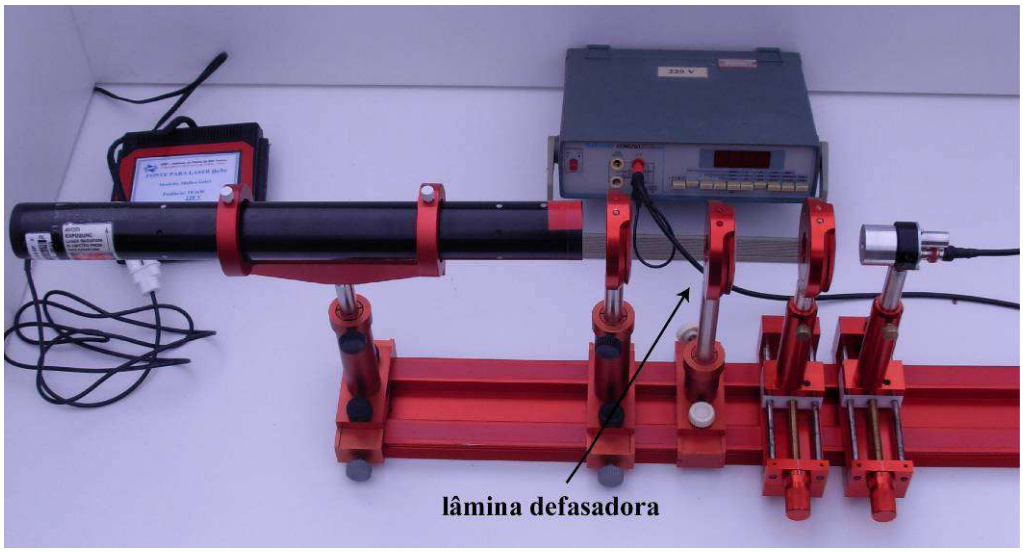



**Figura 10 – Fotografia da montagem experimental. A lâmina de meia onda é posicionada entre dois polarizadores.**

## 4. Lâmina de quarto de onda – Polarização circular

a) Substitua a lâmina de meia onda por uma de quarto de onda com o suporte indicado 0° na vertical. Faça então um ajuste fino da direção do eixo da lâmina de quarto de onda até anular a transmissão no segundo polarizador. Anote a leitura dessa orientação $\theta_0$. Gire o segundo polarizador de uma volta completa e analise a intensidade da luz transmitida pelo mesmo. Qual a polarização após a lâmina de quarto de onda?

b) Gire a lâmina de quarto de onda de 45° (em qualquer sentido) e analise a polarização após a lâmina de quarto de onda, girando o segundo polarizador e monitorando a intensidade do feixe transmitido. A polarização é linear? Compare com o esperado.