

4 – Interferência de Ondas Planas

Nesta prática estudaremos a interferência entre duas ondas planas. Utilizaremos um aparato capaz de produzir uma diferença do caminho percorrido por dois feixes coerentes e sobreposição, provocando um padrão de interferência. A análise deste padrão permite a determinação do comprimento de onda da fonte de radiação. Além disso, apresentaremos alguns exemplos de processos de interferência.

Sempre que surgir uma dúvida quanto à utilização de um instrumento, o aluno deverá consultar o professor, o monitor ou o técnico do laboratório para esclarecimentos.

Importante: Neste experimento será utilizado um laser. Cuidado para não direcioná-lo para o seu olho ou para o olho dos demais em sala!!!

1. A interferência de ondas

As equações de Maxwell, que governam o eletromagnetismo e a óptica, são lineares em relação aos campos elétrico e magnético. Logo, vale o princípio da superposição, isto é, quando há mais de uma fonte de campo elétrico (ou magnético), o campo resultante é a soma vetorial dos campos gerados por cada fonte individualmente. Uma vez que a luz é formada por campos elétricos e magnéticos que oscilam no tempo, quando dois feixes coincidem espacialmente, os campos associados a cada onda se somam. O resultado dessa soma depende da relação entre as fases dos feixes em cada ponto. Como resultado, forma-se uma região de máximos e mínimos de campo elétrico conhecido como padrão de interferência.

Para que duas fontes de luz possam apresentar um padrão de interferência estático, é preciso que elas sejam *coerentes* entre si, ou seja, a diferença de fase entre elas deve ser fixa no tempo. Uma maneira de conseguir isso é usando feixes provenientes de uma única fonte. Por exemplo, no famoso experimento de dupla fenda, de 1803, Young ressaltou que o padrão de interferência só era obtido quando as duas fendas eram iluminadas com luz proveniente da mesma fonte. Quando ele iluminava cada fenda com uma fonte diferente, a

intensidade no anteparo era simplesmente a soma das intensidades vinda de cada fenda, ou seja, não havia padrão de interferência. A razão de não se observar padrão de interferência entre feixes gerado por fontes distintas é que a luz emitida pelas duas fontes não guarda nenhuma relação de fase na oscilação de seus campos elétricos, isto é, não existe coerência de fase entre os dois feixes.

Mesmo que dois feixes sejam oriundos de uma mesma fonte podem não apresentar um padrão de interferência estático quando forem superpostos. O que define a observação ou não deste padrão estático é o que é denominamos de *comprimento de coerência*. Para entender o que significa o comprimento de coerência de um feixe de luz, vamos considerar que um feixe proveniente de uma certa fonte seja dividido em dois e que após a divisão eles percorram individualmente distâncias distintas, se encontrando posteriormente em outro pontos do espaço. Como mencionado anteriormente, só será observado um padrão de interferência estático no reencontro dos dois feixes, se a relação de fase entre os campos dos feixes for constante. No entanto, para que isso ocorra, a diferença de percurso entre os dois feixes não pode ser maior que o comprimento de coerência. Portanto, o comprimento de coerência é a máxima diferença de percurso entre os dois feixes sem que haja perda da relação de fase entre os campos elétricos das ondas que os constituem. Pode-se definir também um *tempo de coerência* que é igual ao comprimento de coerência dividido pela velocidade da luz.

A luz térmica (a luz de uma lâmpada incandescente, ou a luz do Sol, por exemplo) é uma fonte de comprimento de coerência nulo, pois é resultado de processos microscópicos que são independentes uns dos outros (vibrações eletrônicas independentes). Um outro aspecto que contribui para a nulidade do comprimento de coerência da luz térmica é que ela possui grande largura espectral (o tempo de coerência de uma fonte não monocromática é aproximadamente o inverso da largura espectral). Já a luz de transições eletrônicas (uma lâmpada de vapor de gás a baixa pressão, por exemplo) pode apresentar um comprimento de coerência mensurável. Isso ocorre por as emissões de um átomo podem estimular a emissão de outro (fenômeno conhecido como emissão estimulada) e quando isso acontece o fóton emitido é idêntico (inclusive como mesma fase) daquele que estimulou a emissão. Porém, há também muitas emissões que não são correlacionados, os que faz com que o

sistema tenha um comprimento de coerência finito e usualmente da ordem de alguns cm. Além disso, esse tipo de fonte de luz apresenta um espectro discreto (com frequências de emissão bem definidas).

A situação é diferente para os lasers, onde os processos de emissão estimulada são amplificados pelo efeito da cavidade, fazendo com que os fótons sejam emitidos em fase uns com os outros. No laser, o tempo de coerência é muitas ordens de grandeza maior do que a duração da emissão de um fóton e o comprimento de coerência pode chegar a quilômetros.

É importante notar que não é possível observar interferência devida a duas fontes luminosas independentes, mesmo duas fontes de laser, que, embora produzam individualmente luz coerente, não apresentam coerência entre si.

2. Interferência construtiva e destrutiva

Duas ondas coerentes possuem diferença de fase fixa no tempo. Se essa diferença de fase for nula ou um múltiplo par de π , as ondas são ditas em fase: os máximos e os mínimos de cada uma coincidem. O campo resultante oscila com a mesma frequência e com amplitude igual à soma das amplitudes de cada onda. A intensidade é maior do que a soma das intensidades de cada onda (se forem iguais, a intensidade resultante é quatro vezes a intensidade de cada onda).

Por outro lado, se a diferença de fase for um múltiplo ímpar de π , os mínimos de uma onda coincidem com os máximos da outra onda. A onda resultante tem amplitude igual à diferença entre as amplitudes individuais (e em fase com a onda de maior amplitude). Se as amplitudes são iguais, a amplitude da onda resultante é nula.

No primeiro caso, quando as amplitudes se somam, a interferência é dita *construtiva*; no segundo caso, quando as amplitudes se subtraem, a interferência é dita *destrutiva*. A figura 1a ilustra um exemplo de interferência construtiva, e a figura 1b, um exemplo de interferência destrutiva. Na figura 1c está mostrado um experimento mecânico da interferência de duas ondas geradas na superfície de um tanque de água (cuba de ondas). Nos pontos brilhantes ocorre interferência construtiva, e nos pontos escuros ocorre interferência destrutiva.

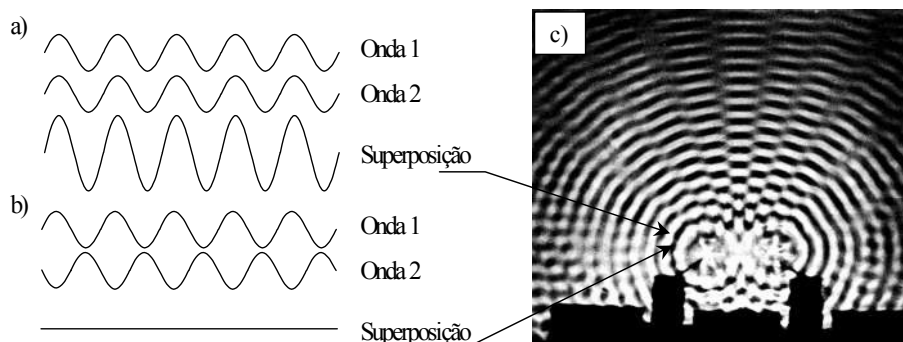


Figura 1 – (a) Interferência construtiva; (b) interferência destrutiva; (c) Interferência devido a duas fontes pontuais idênticas. Padrão de interferência observado numa cuba de ondas, com duas fontes pontuais.

3. Interferência de duas ondas planas

Consideremos agora dois feixes de ondas planas monocromáticas de mesma frequência e coerentes entre si, cujos vetores de propagação formam entre si um ângulo θ , como mostrado na figura 2, cujos campos elétricos estejam na mesma direção.

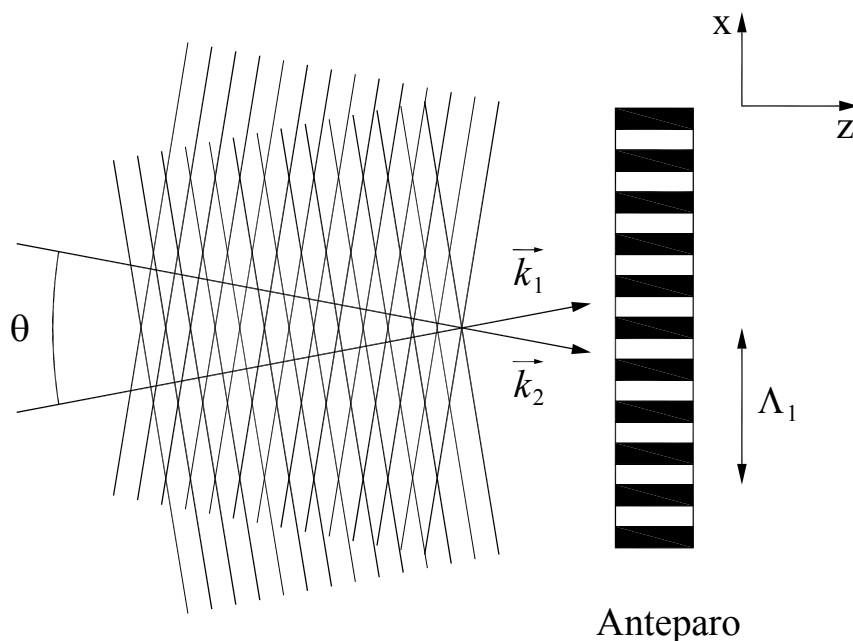


Figura 2 – Interferência de ondas planas

Como os campos elétricos têm mesma direção (por exemplo, a direção y da figura 2), eles podem ser descritos da seguinte forma:

$$E_1 = E_{o1} \cos(\omega t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r}) \quad (1a)$$

$$E_2 = E_{o2} \cos(\omega t - \vec{k}_2 \cdot \vec{r}) \quad (1b)$$

De acordo com o princípio da superposição, o campo resultante será dado por:

$$E = E_{o1} \cos(\omega t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r}) + E_{o2} \cos(\omega t - \vec{k}_2 \cdot \vec{r}) \quad (2)$$

A intensidade da onda é proporcional ao quadrado do campo:

$$\begin{aligned} E^2 &= E_{o1}^2 \cos^2(\omega t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r}) + E_{o2}^2 \cos^2(\omega t - \vec{k}_2 \cdot \vec{r}) + \\ &+ 2E_{o1}E_{o2} \cos(\omega t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r}) \cos(\omega t - \vec{k}_2 \cdot \vec{r}) \end{aligned} \quad (3)$$

O último termo pode ser escrito como:

$$\begin{aligned} 2E_{o1}E_{o2} \cos(\omega t - \vec{k}_1 \cdot \vec{r}) \cos(\omega t - \vec{k}_2 \cdot \vec{r}) &= \\ = E_{o1}E_{o2} \cos(2\omega t - (\vec{k}_1 + \vec{k}_2) \cdot \vec{r}) + E_{o1}E_{o2} \cos((\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{r}) \end{aligned} \quad (4)$$

Na equação 4, foi usada a seguinte identidade trigonométrica:

$$\cos a \cos b = \frac{\cos(a+b) + \cos(a-b)}{2} \quad (5)$$

Para a luz visível, a frequência ω é muito alta, de modo que as variações rápidas em E^2 não podem ser percebidas. O que se pode medir é a média temporal, ou $\langle E^2 \rangle$. Nas expressões 3 e 4 combinadas, os dois primeiros termos têm média 1/2, o terceiro tem média nula e o quarto é constante. Portanto:

$$\langle E^2 \rangle = \frac{E_{o1}^2}{2} + \frac{E_{o2}^2}{2} + E_{o1}E_{o2} \cos((\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{r}) \quad (6)$$

Em termos das intensidades, ficamos com:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos((\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{r}) \quad (7)$$

O último termo é conhecido como *termo de interferência*, pois é o que caracteriza esse fenômeno: a intensidade resultante não é igual à soma das intensidades de cada onda.

De acordo com a figura 2, os vetores de propagação são:

$$\vec{k}_1 \cdot \vec{r} = kz \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) + kx \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (8a)$$

$$\vec{k}_2 \cdot \vec{r} = kz \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) - kx \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (8b)$$

Combinando as equações 7 e 8, chegamos a:

$$I(x) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos\left(2kx \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) \quad (9)$$

No caso especial em que $I_1 = I_2 = I_o$, a equação acima se reduz a:

$$I(x) = 2I_o \left(1 + \cos\left(2kx \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) \right) \quad (10)$$

O termo entre parênteses pode ser simplificado usando a identidade $1 + \cos 2\varphi = \cos^2 \varphi$:

$$I(x) = 4I_o \cos^2\left(kx \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)\right) \quad (11)$$

Esse padrão de interferência é observado em um anteparo (colocado na posição onde os feixes se encontram). A intensidade média sobre o anteparo é $2I_o$, igual à soma das intensidades de cada onda. Esse resultado é esperado pela lei de conservação da energia.

Os máximos ocorrem quando o argumento do cosseno da equação 11 é igual a $n\pi$ (onde n é um número inteiro), ou seja:

$$kx \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = n\pi \quad (12)$$

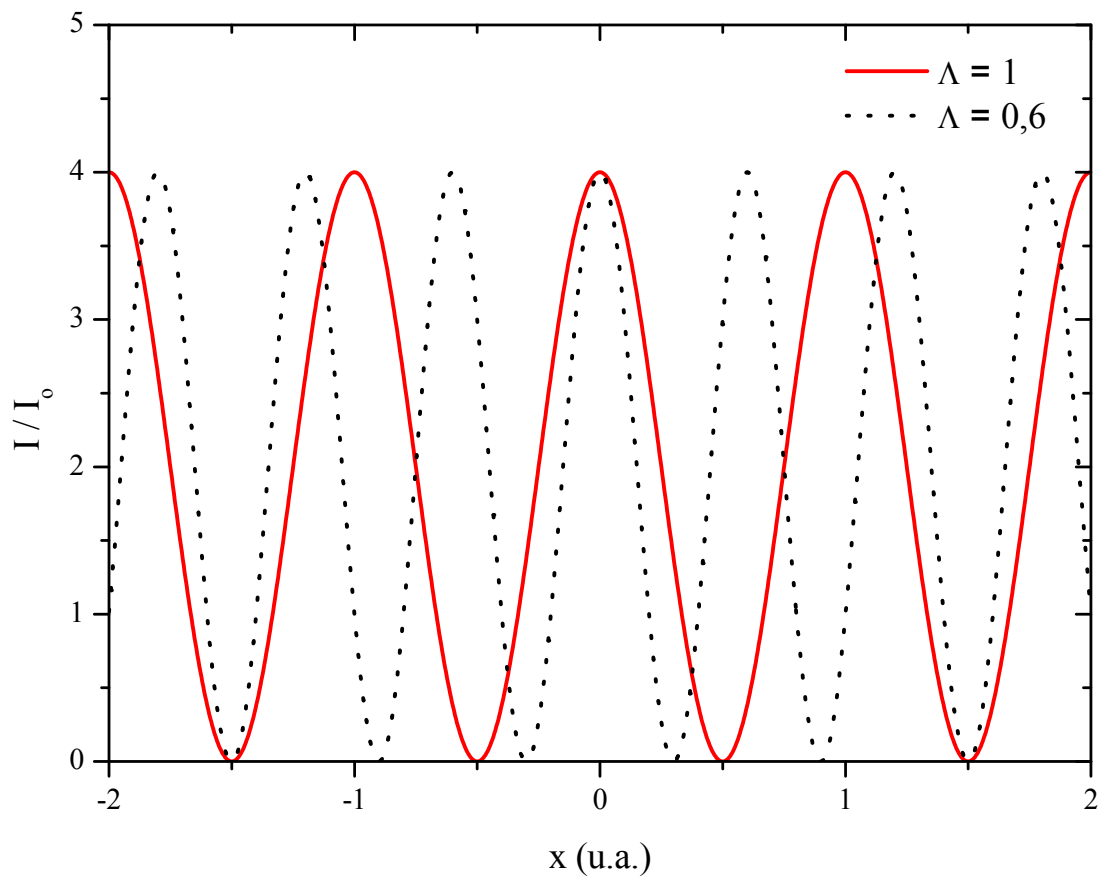


Figura 3 – Gráfico do padrão de interferência (equação 11) para dois valores de θ (a linha pontilhada representa um ângulo θ maior do que o da linha cheia)

A distância Λ entre dois máximos consecutivos é dada por:

$$\Lambda = \frac{\pi}{k \sin(\theta/2)} = \frac{\lambda}{2 \sin(\theta/2)} \quad (13)$$

No experimento, vamos ajustar o ângulo θ e medir o parâmetro Λ , e assim determinar o comprimento de onda de um laser. Para que a distância entre os máximos seja suficientemente grande para ser medida, é preciso que o ângulo θ seja pequeno.

4. Interferômetro de Michelson

Os interferômetros são configurações experimentais que usam a interferência entre dois feixes para fazer medidas bastante precisas de comprimentos de onda ou outras grandezas. O mais comum é o de Michelson, ilustrado na figura 4. Um feixe de luz atinge um bloco de vidro onde uma das superfícies é coberta com um filme refletor que aumenta a refletividade da interface. Essa interface atua como um divisor de feixes. Um segundo bloco de vidro (idêntico ao primeiro, mas sem o filme refletor) e dois espelhos completam o interferômetro de Michelson.

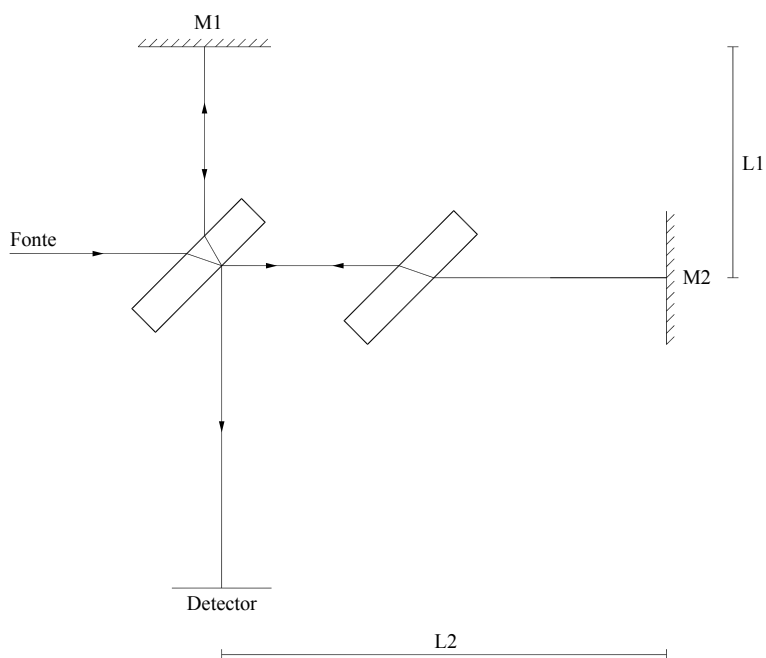


Figura 4 – Interferômetro de Michelson

O feixe da fonte é dividido em dois na interface com a superfície refletora. Um dos raios sai em direção a M1, é refletido sobre si mesmo e depois atravessa o bloco central. Outro raio vai na direção de M2, é refletido sobre si mesmo e é refletido na superfície refletora, em direção ao detector. Como o primeiro raio atravessa o bloco de vidro duas vezes, o segundo bloco de vidro é colocado no caminho do segundo raio para compensar os efeitos da propagação no divisor de feixe.

A diferença de fase entre os dois raios é causada pela diferença de caminho óptico percorrido. A distância percorrida no vidro é igual para os dois raios, portanto a diferença é somente devido à diferença de caminho geométrico no ar. Além disso, há também os ganhos de fase de π devido às reflexões toda vez que a incidência for de um meio de menor para outro de maior índice de refração. Assim, o primeiro raio sofre duas reflexões, mas somente ganha π de fase na reflexão em M1. Por outro lado, o segundo raio sofre um ganho de fase 2π , ou seja, π na reflexão no espelho M2 e mais π na reflexão na parte externa no separador de feixe. Portanto, a diferença de fase no centro do detector é:

$$\phi_2 - \phi_1 = \pi + 2k(L_2 - L_1) \quad (14)$$

Uma das aplicações usuais do interferômetro de Michelson é a sua utilização na medida do comprimento de coerência de uma dada fonte de luz. À medida que a diferença de caminho aumente, as franjas de interferência ficam menos nítidas. O comprimento de coerência da fonte é definido como a diferença de caminho entre os braços ($L_2 - L_1$) quando a nitidez das franjas diminui de 50%. A nitidez é definida como:

$$V = \frac{I_{máx} - I_{mín}}{I_{máx} + I_{mín}} \quad (15)$$

Onde $I_{máx}$ e $I_{mín}$ são as intensidades máxima e mínima no padrão de interferência formado no detector.

Experimentos

1. Interferência de ondas planas

a) Utilize um laser e um divisor de feixe (sistema formado por um semi-espelho e um espelho) e ajuste-o de tal forma que os dois feixes emergentes estejam *aproximadamente* paralelos entre si, horizontais, e separados por ~ 2 cm. Com isso, produzimos uma diferença de caminho óptico entre dois feixes provenientes de uma mesma fonte coerente (laser de He/Ne).

b) Posicione 4 espelhos (planos) sobre a bancada para que o feixe principal percorra ~ 5 m antes de iluminar o centro de uma escala micrométrica, posicionada no centro da bancada, figura 5. Ajuste os espelhos (altura e inclinação) para que o feixe incida próximo ao centro dos espelhos e esteja sempre horizontal, mantendo a mesma altura em relação à bancada. Bloqueie o feixe secundário do divisor para não se confundir durante esse alinhamento.

c) Posicione um espelho plano para que o feixe transmitido através da escala micrométrica percorra ~ 2 m até o centro de um anteparo, mantendo-se sempre no plano horizontal (figura 5).

d) Posicione uma lente de distância focal 5 ou 6 cm após a escala micrométrica de tal forma que esta esteja próxima ao foco da lente. Ajuste lateralmente a lente, de modo que o feixe do laser passe pelo seu centro. Nessa condição, a parte mais brilhante do feixe ampliado deve estar centralizado no anteparo. Você deve observar a imagem da escala micrométrica projetada no anteparo, figura 6a. Caso a imagem não esteja nítida, ajuste a distância da lente à escala de modo a tornar essa imagem nítida.

e) Desbloqueie o feixe secundário do divisor de feixes e ajuste a orientação do espelho 100% refletor do divisor de modo que os dois feixes se superponham na escala micrométrica. Faça o ajuste fino observando o aparecimento de um padrão de interferência nítido no anteparo, figura 6b.

f) Meça a distância percorrida pelo feixe entre o divisor de feixes e a escala micrométrica e a separação entre os feixes no divisor. Com isso, determine o ângulo θ entre os feixes (veja a figura 7).

g) Neste experimento a escala micrométrica é utilizada para medir a separação entre máximos consecutivos sem a necessidade de calcular o fator de ampliação introduzido pela lente. Para realizar a medida com a escala micrométrica é necessário somente contar o número de máximos (ou mínimos) em um determinado comprimento medido diretamente na imagem da escala. Assim, a distância entre máximos (ou mínimos) é dada pelo comprimento dividido pelo número de franjas. Realize essa medida e use a equação 13 para calcular o comprimento de onda do laser. Repita para mais duas separações entre os feixes após o divisor, preenchendo a Tabela 1.

h) Uma outra forma de determinar a distância entre máximos de interferência à partir do padrão projetado é utilizando a equação de formação de imagens. Assim sendo focalize nitidamente o retículo, meça a distância lente-retículo (S) e lente anteparo (S'), e a distância entre máximos no anteparo. Com esses dados e usando o fator de ampliação da imagem, calcule a separação entre máximos no retículo e determine o comprimento de onda do laser. Repita para mais duas separações entre os feixes após o divisor, preenchendo a Tabela 2.

i) Calcule a média e o desvio padrão do comprimento de onda do laser usado separadamente os dados das Tabelas 1 e 2. Compare os métodos dos itens g) e h) e discuta qual deles é mais preciso, justificando a razão. Compare também os valores obtidos pelos dois métodos com o comprimento de onda conhecido desse laser (633 nm).

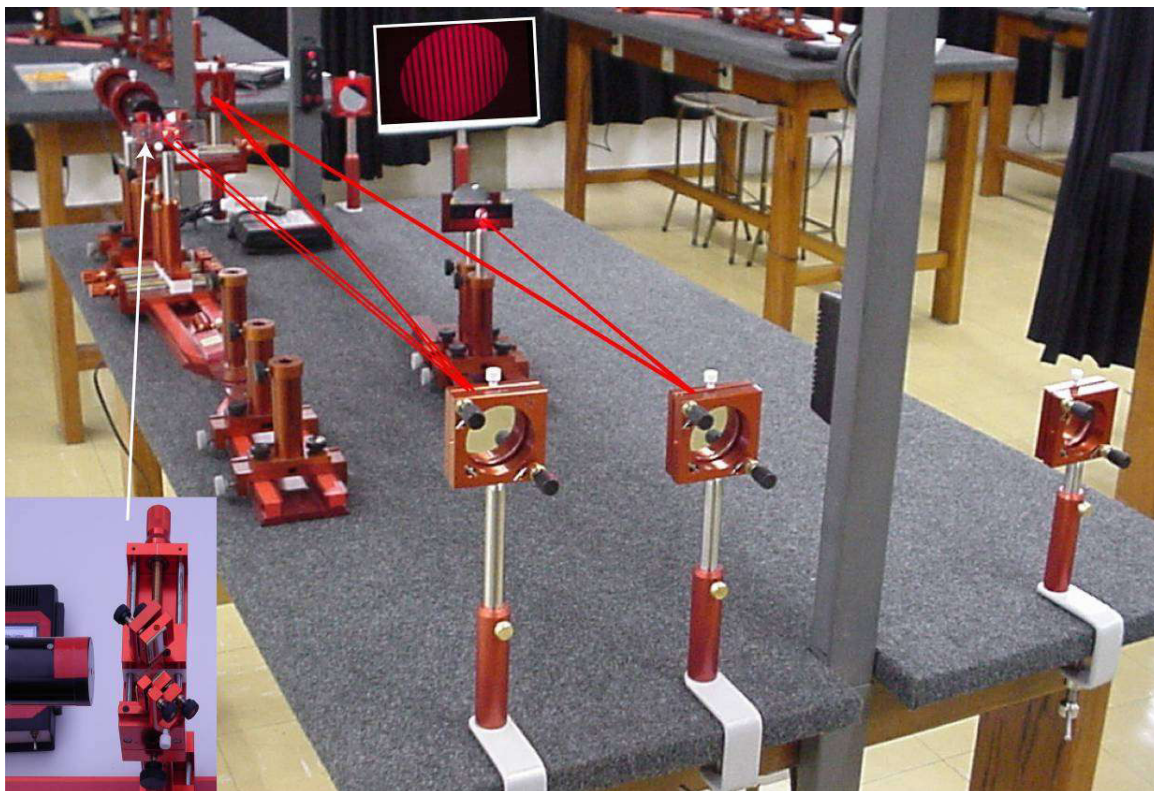


Figura 5 – Foto da montagem experimental, mostrando o laser e o divisor de feixes (ao fundo), a escala micrométrica e a lente (no centro da bancada), o anteparo (papel branco no lado direito) e os espelhos (um no lado direito, dois no lado esquerdo) posicionados para aumentar o caminho óptico.

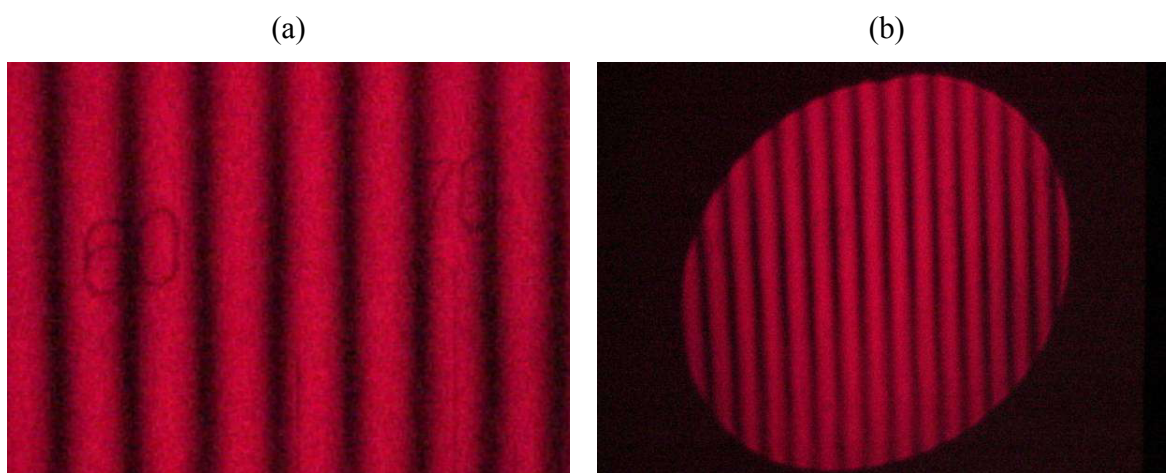


Figura 6 – Padrão de interferência observado no anteparo

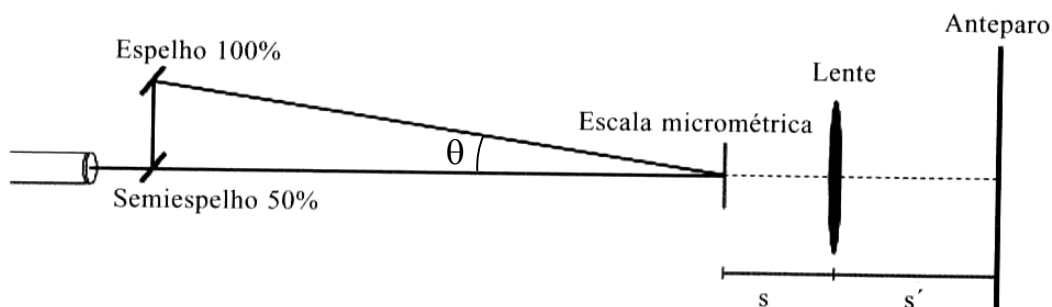


Figura 7 – Esquema simplificado da montagem para visualização do padrão de interferência produzido por dois feixes com separação angular θ , usado para determinação do comprimento de onda do laser de He/Ne.

Tabela 1 - Determinação do comprimento de onda pela interferência entre ondas planas utilizando a escala do retículo.

Separação lateral entre os feixes (cm)	Distância entre máximos (mm)	Comprimento de onda (nm)
Caminho óptico entre o divisor de feixes e a escala micrométrica:		

Tabela 2 - Determinação do comprimento de onda pela interferência entre ondas planas utilizando a ampliação da lente

Separação lateral entre os feixes (cm)	Distância entre máximos (mm)	S/S'	Comprimento de onda (nm)
Caminho óptico entre o divisor de feixes e a escala micrométrica:			