

1 – Reflexão e Refração da luz em superfícies planas

Nesta prática serão estudados os fenômenos de reflexão e refração da luz em superfícies planas, verificando as leis da óptica geométrica, que descrevem tais processos. Será abordado o princípio de Fermat, as leis de Reflexão e Refração (lei de Snell), reflexão interna total, e a ótica de um prisma.

Sempre que surgir uma dúvida quanto à utilização de um instrumento, o aluno deverá consultar o professor.

Importante: Neste experimento será utilizado um laser. Cuidado para não direcioná-lo para seu olho ou para o olho dos demais em sala!!!

I. Leis da Refração e Reflexão

Quando um feixe de luz passa de um meio material transparente para outro, parte da luz é refletida na interface entre os meios e parte entra no segundo meio. A figura 1 mostra dois meios transparentes e sua interface. Cada um dos meios é caracterizado por um parâmetro adimensional denominado índice de refração. Os ângulos de reflexão α e refração β são obtidos a partir de leis que garantem que:

- O raio refletido e o refratado estão no mesmo plano definido pelo raio incidente e a normal à interface no ponto de incidência, que é chamado de plano de incidência.
- O ângulo de incidência é igual ao ângulo de reflexão.
- Os ângulos de incidência e refração estão relacionados pela lei de Snell:

$$n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta \quad (1)$$

- A intensidade da luz refletida ou refratada depende da diferença de índices de refração entre os meios e do ângulo de incidência (os coeficientes de transmissão e reflexão são dados pelas equações de Fresnel). Um caso particular simples é o de incidência normal em um meio não absorvedor; a fração de luz refletida na interface é dada por:

$$R = \left(\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right)^2 \quad (2)$$

A fração de luz transmitida é obviamente $T = 1 - R$, uma vez que não estamos considerando a absorção do meio. Para o caso do vidro silicato ($n \approx 1,5$), a intensidade refletida é cerca de 4 % do total.

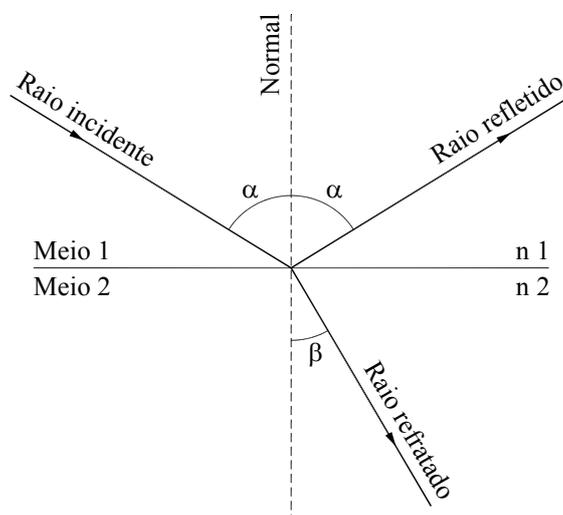


Figura 1 – Reflexão e refração de um feixe de luz na interface de dois meios transparentes.

As leis de reflexão e refração, do modo como foram expostas são aqui, foram baseadas em resultados experimentais. Entretanto, elas podem ser deduzidas a partir de princípios mais fundamentais da óptica, que são o princípio de Huygens e o princípio de Fermat. Veremos a seguir o Princípio de Fermat e mostraremos como utilizá-lo para deduzir as leis de reflexão e refração.

II. Princípio de Fermat

O princípio de Fermat também é conhecido como “princípio do menor tempo”. O conteúdo do princípio é:

“A luz, para caminhar de um ponto A até um ponto B, o faz por um caminho tal que o tempo gasto seja mínimo”.

Esse princípio está intimamente ligado à técnica matemática do cálculo variacional: o caminho percorrido pela luz é aquele cujo tempo gasto não se altera (em primeira ordem) se o caminho for levemente alterado. Nas situações usuais de reflexão e refração, o extremo será um mínimo, o que justifica o termo “princípio do menor tempo”. É útil introduzir aqui o conceito de caminho óptico, que é igual ao produto entre a distância percorrida pela luz e o índice de refração local. Minimizar o tempo equivale a minimizar o caminho óptico.

Para ver como esse princípio leva às leis de reflexão, vamos considerar a figura 2 e calcular o caminho óptico para ir do ponto A ao observador B em função da variável x (o ponto onde há a reflexão), e achar o valor x_0 que o minimiza.

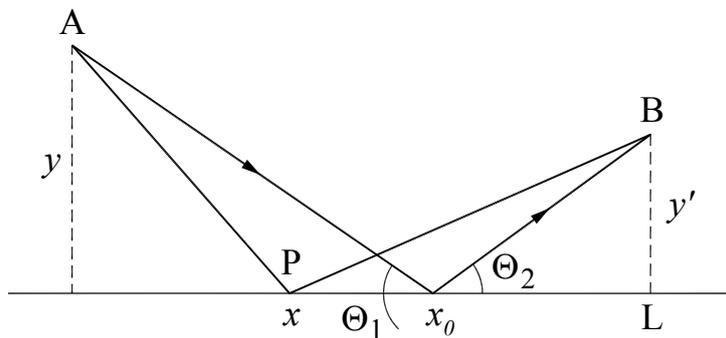


Figura 2 – Diagrama geométrico mostrando o uso do princípio de Fermat para deduzir a lei de reflexão

O caminho óptico de A a B, passando por P (ou seja, sofrendo uma reflexão) é:

$$[APB] = n\left(\sqrt{x^2 + y^2} + \sqrt{(L-x)^2 + y'^2}\right) \quad (3)$$

O princípio de Fermat diz que a derivada (com relação a x) dessa expressão, calculada para $x = x_0$, é igual à zero:

$$\frac{d}{dx}[APB] = n \left(\frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} - \frac{L-x}{\sqrt{(L-x)^2 + y'^2}} \right) \quad (4)$$

Para a derivada acima ser igual a zero é preciso que:

$$\frac{x_o}{y} = \frac{L-x_o}{y'} \quad (5)$$

Pela figura, vemos que o lado esquerdo é igual a $\tan \theta_1$ e o lado direito é igual a $\tan \theta_2$. Ou seja, $\tan \theta_1 = \tan \theta_2$, logo:

$$\theta_1 = \theta_2 \quad (6)$$

Isso demonstra a lei de reflexão.

Para demonstrar a lei de refração (lei de Snell), será utilizado o esquema da figura 3:

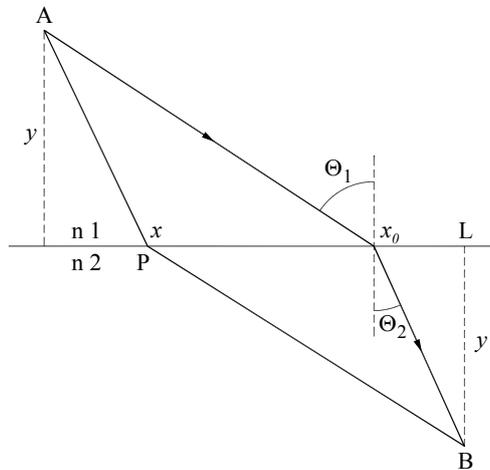


Figura 3 – Uso do princípio de Fermat para deduzir a lei de refração (lei de Snell)

O caminho óptico entre A e B, passando por P (ou seja, sofrendo uma refração) é:

$$[APB] = n_1 \sqrt{x^2 + y^2} + n_2 \sqrt{(L-x)^2 + y'^2} \quad (7)$$

Seguindo o mesmo procedimento anterior:

$$\frac{d}{dx}[APB] = \frac{n_1 x}{\sqrt{x^2 + y^2}} - \frac{n_2(L-x)}{\sqrt{(L-x)^2 + y^2}} \quad (8)$$

A equação 8 só pode ser igual a zero se:

$$n_1 \left(\frac{x_o}{\sqrt{x_o^2 + y^2}} \right) = n_2 \left(\frac{L-x_o}{\sqrt{(L-x_o)^2 + y^2}} \right) \quad (9)$$

O parêntesis do lado esquerdo é igual a $\sin \theta_1$ e o parêntesis do lado direito é igual a $\sin \theta_2$. Ou seja:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \quad (10)$$

Isso prova a lei de Snell.

III. Reflexão interna total

Vamos considerar uma situação em que o raio de luz caminha em um meio de índice de refração n_i e atravessa para um meio de índice de refração n_r onde $n_i > n_r$, por exemplo do vidro para o ar. Neste caso, pela lei de Snell, o ângulo de refração θ_r será maior que o ângulo de incidência θ_i . Logo existe um ângulo de incidência θ_i menor que 90° para o qual o ângulo de refração θ_r é igual a 90° . Se aumentar o ângulo de incidência além deste valor não haverá raio refratado, isto é, toda a luz será refletida. Esse efeito é chamado de reflexão interna total. O ângulo θ_c tal que $n_i \sin \theta_c = n_r \sin(90^\circ)$ é chamado ângulo crítico, sendo dado por $\theta_c = \arcsin(n_r / n_i)$.

O fenômeno da reflexão interna total é utilizado em várias aplicações. A mais comum é o confinamento de luz em um meio, que é o princípio básico de funcionamento de

uma fibra óptica. Em uma fibra óptica a luz sofrendo múltiplas reflexões internas no interior de um fibra de vidro propaga-se por grandes distâncias.

IV. Desvio angular provocado por prismas

Ao passar por um prisma, um raio luminoso sofre uma refração ao penetrar na face em que está incidindo e outra ao emergir na outra face. Estas duas faces são inclinadas por um certo ângulo, de forma que o desvio produzido pela refração na primeira face é ampliado pela refração na segunda, da forma mostrada na figura 4.

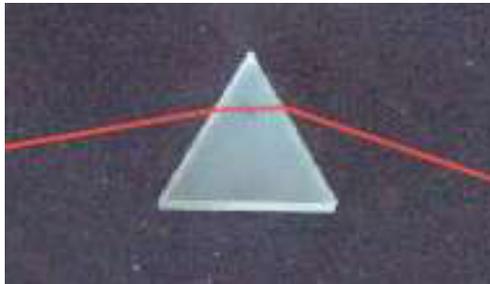


Figura 4 – Fotografia mostrando a refração e reflexão de raios de luz laser em um prisma.

O raio emergente apresenta um desvio dado pelo ângulo δ com relação ao raio incidente, ver figura 5. Girando o prisma continuamente em torno de um eixo normal ao prisma, esse ângulo δ decresce até alcançar um valor mínimo e, então, volta a aumentar. O ângulo de incidência para o qual δ assume seu menor valor é conhecido como ângulo de desvio mínimo, θ_m . Assim, o nosso objetivo seria em princípio relacionar o desvio do feixe δ com o ângulo de incidência θ_1 e em seguida achar para qual ângulo de incidência esse desvio é mínimo. No entanto, é mais simples relacionar δ com o ângulo de refração na primeira superfície θ_2 e como θ_1 e θ_2 estão relacionados diretamente por uma relação constante, lei de Snell, minimizar δ em relação a θ_2 é o mesmo que minimizar em relação a θ_1 . Portanto, nas linhas que se segue iremos relacionar δ com o ângulos θ_2 e então fazer minimização em relação a este ângulo.

A figura 5 mostra um prisma isóscele. O desvio sofrido pelo feixe é dado pelo ângulo entre as direções inicial e final do raio, o ângulo de desvio δ vale:

$$\delta = \theta_1 + \theta_4 - \theta_2 - \theta_3 \quad (11)$$

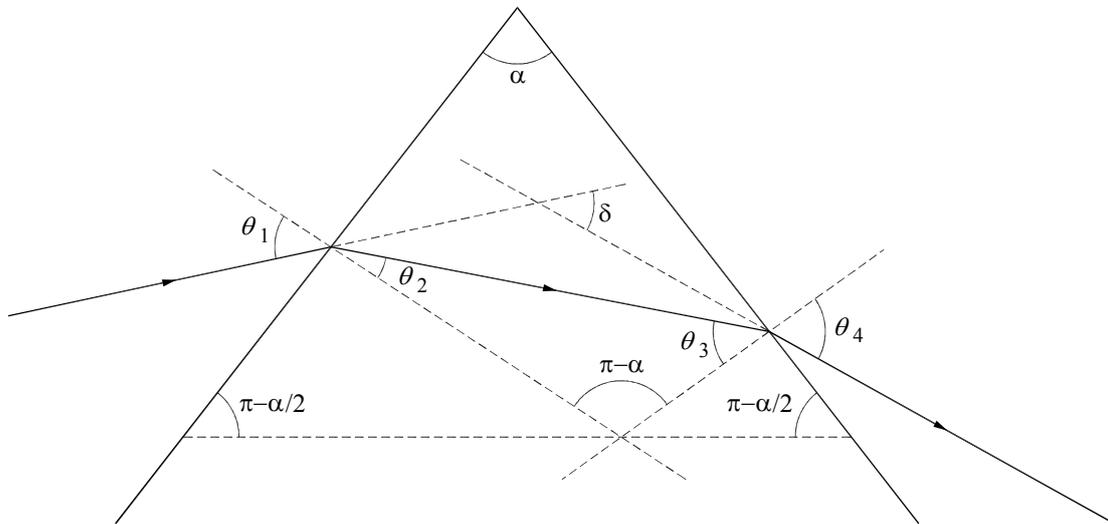


Figura 5 – Esquema de refração da luz em um prisma isósceles.

Vemos também que:

$$\theta_2 + \theta_3 = \alpha \quad (12)$$

Ou seja:

$$\delta = \theta_1 + \theta_4 - \alpha \quad (13)$$

Aplicando a lei de Snell nas duas refrações:

$$\sin \theta_2 = \frac{1}{n} \sin \theta_1 \quad (14a)$$

$$\sin \theta_4 = n \sin \theta_3 \quad (14b)$$

Substituindo θ_3 da equação 12 na equação 14b:

$$\sin \theta_4 = n \sin(\alpha - \theta_2) \quad (15)$$

O desvio total agora se escreve como:

$$\delta = \arcsin(n \sin \theta_2) + \arcsin(n \sin(\alpha - \theta_2)) - \alpha \quad (16)$$

A derivada dessa expressão com relação a θ_2 é:

$$\frac{d\delta}{d\theta_2} = \frac{n \cos \theta_2}{\sqrt{1 - n^2 \sin^2 \theta_2}} - \frac{n \cos(\alpha - \theta_2)}{\sqrt{1 - n^2 \sin^2(\alpha - \theta_2)}} \quad (17)$$

O desvio mínimo ocorre quando a derivada acima for igual a zero. Para que isso aconteça, é preciso que $\theta_2 = \alpha - \theta_2$, ou seja, $\theta_2 = \alpha / 2$. Logo:

$$\sin \theta_1 = n \sin(\alpha / 2) \quad (18)$$

Da a equação 12 resulta que $\theta_3 = \alpha / 2$, ou seja, $\theta_2 = \theta_3$. Utilizando esse resultado nas equações 14a e b conclui-se que:

$$\theta_1 = \theta_4 \quad (19)$$

Na situação de desvio mínimo, os ângulos de incidência e de saída são iguais, ou seja, o feixe atravessa o prisma paralelamente a uma das faces.

A condição de desvio mínimo em um prisma, como o próprio nome já indica, é a situação que provoca a menor alteração na direção do feixe ao atravessar o prisma.

V. Decomposição da luz por prismas

O índice de refração n de um material varia ligeiramente com o comprimento de onda da luz. Na maioria dos materiais o índice de refração diminui à medida que o comprimento de onda aumenta. Este fenômeno recebe o nome de dispersão. No de materiais transparentes, por exemplo alguns tipos de vidro, a relação entre o índice de refração com comprimento de onda pode se prevista usando a fórmula de Cauchy, dada por:

$$n(\lambda) = a + \frac{b}{\lambda^2} \quad (20)$$

Onde os coeficientes a e b dependem do tipo de vidro. Na tabela abaixo estão mostrados os valores dos coeficientes a e b para alguns materiais vítreos.

Tabela dos coeficientes da fórmula de Cauchy para alguns tipos de vidros

Material	a	b (μm^2)
Sílica Fundida	1,4580	0,00354
Vidro borossilicato (BK7)	1,5046	0,00420
Vidro crown (K5)	1,5220	0,00459
Vidro crown de bário (BaK4)	1,5690	0,00531
Vidro flint de bário (BaF10)	1,6700	0,00743
Vidro flint denso (SF10)	1,7280	0,01342

Na figura 6 está mostrado o comportamento do índice de refração para diversos vidro ópticos comerciais.

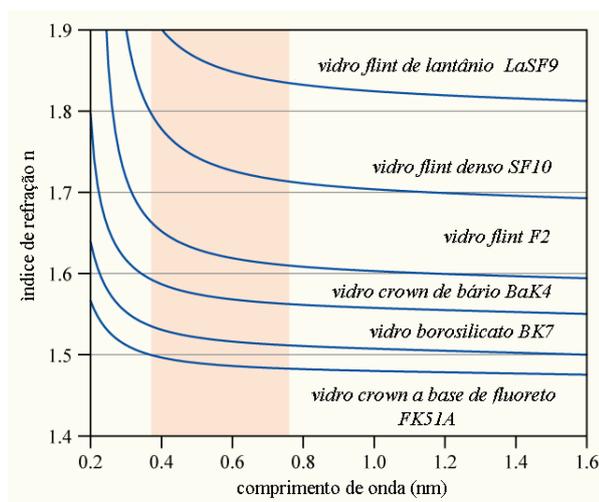


Figura 6 - Índice de refração como função do comprimento de onda para vários tipos de vidro.

Vimos que em um prisma o desvio de um feixe de luz ao atravessá-lo depende do índice de refração do material que o constitui, que por sua vez varia com o comprimento de onda. Isso faz com que feixes de luz de diferentes cores, ou seja, diferentes comprimentos de onda, sofram desvios distintos. Assim se um feixe de luz policromático incidir em um prisma ele será separado em vários feixes com comprimentos de onda correspondentes aqueles presentes na luz incidente (como acontece no arco íris). Este efeito é denominado

decomposição espectral da luz e está mostrado na figura 7 para luz branca incidindo em um prisma.

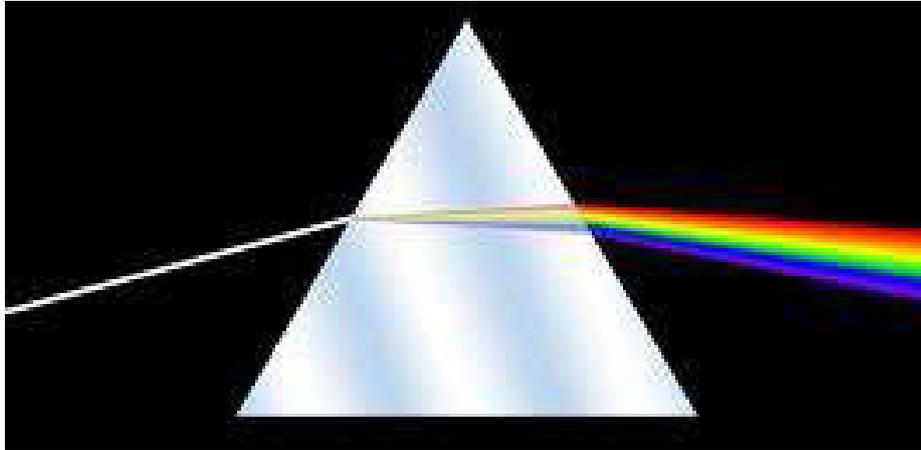


Figura 7 - Ilustração da decomposição espectral de um feixe de luz branca por um prisma de vidro.

A principal aplicação dos prismas é para decompor a luz permitindo a análise de sua composição espectral (conjunto de cores que constituem a luz incidente). De fato, quando devidamente caracterizado, ou seja, conhecendo a dependência do índice de refração do material do prisma com o comprimento de onda, o prisma pode ser utilizado como o elemento dispersor em um instrumento para medir a composição espectral de um feixe luminoso, ou seja, um espectrômetro óptico. Tais instrumentos baseados na dispersão por prismas possuem um poder de dispersão maior na região do ultravioleta-visível e quase nenhuma na região do infravermelho. A razão desse comportamento pode ser entendida analisando a Figura 6, onde se nota que a variação do índice de refração como função de λ é muito pequena para comprimentos de onda maiores de $1 \mu\text{m}$. Outra característica dos espectrômetros de prisma é que a maioria trabalha com o prisma na configuração de desvio mínimo. Em princípio, isso pode parecer um contra-senso, já que na condição de desvio mínimo a dispersão do feixe é a menor possível. No entanto, o uso da condição de desvio mínimo minimiza efeitos de distorção na forma do feixe e melhorando a resolução do instrumento construído.

Experimentos

Em todos os experimentos realizados os índices de refração encontrados deverão ser comparados com valores tabelados. Sempre manuseie os componentes ópticos com cuidado, pelas bordas ou superfícies rugosas, para evitar sujar suas superfícies polidas.

1. Reflexão interna total em um bloco de acrílico semicircular

Neste experimento, vamos considerar a luz se propagando de um meio com maior índice de refração para outro de menor índice de refração. Nesse caso, conforme o ângulo de incidência aumenta atinge-se um ponto onde nenhuma luz é transmitida para o meio de índice de refração menor. Este ângulo, em particular, é chamado ângulo crítico (θ_C). Para ângulos maiores que θ_C , toda luz é refletida com um ângulo igual ao ângulo de incidência, como ilustrado na figura 8c.

a) Coloque uma folha de papel sobre a mesa goniométrica fixando-a com a ajuda de alfinetes. Em seguida ajuste o laser de modo que o feixe incida exatamente no centro da mesa goniométrica (ponto O da figura 8a). Utilize alfinetes para acompanhar e marcar a trajetória do feixe de luz laser após o ponto O. Coloque um bloco de acrílico semicircular sobre a folha de modo que o centro da face plana do bloco coincida com o ponto O, e que o laser incida perpendicularmente à face plana do bloco. Nessas condições, o feixe refletido na face plana deve voltar em direção à abertura do laser (um pequeno desvio na vertical é aceitável) e o feixe transmitido não deve ser desviado (para isso, ajuste a posição lateral do bloco). Fixe o bloco no papel utilizando alfinetes e desenhe seu contorno a lápis.

b) Gire a mesa goniométrica e faça o feixe do laser incidir como na figura 8b. Determine então a trajetória do raio incidente e refratado pelo bloco; para fazer isso, marque a trajetória dos raios no papel com a ajuda de alfinetes, tal como ilustrado na figura 8 e 9 (que mostram quatro alfinetes). Analise a trajetória seguida pelos raios utilizando a lei de refração.

c) Faça o traçado de raios no papel e determine os ângulos de incidência e refração, θ_1 e θ_2 para 3 ângulos de incidência distintos menores que 40 graus.

d) Repita os itens b) e c) para o feixe incidindo na face plana (como na figura 8a), mas com 3 ângulos de incidência diferentes. Use outros quadrantes da folha para não confundir com os traçados do item c). Utilizando a lei de Snell calcule o índice de refração do bloco e seu desvio padrão (use suas 6 medidas).

e) Gire lentamente o bloco até que o feixe refratado saia rasante à face plana do bloco semicircular (como na figura 8c). Determine as trajetórias dos raios para esta situação. Observe e discuta a reflexão interna total que acontece se o bloco é girado além deste ponto.

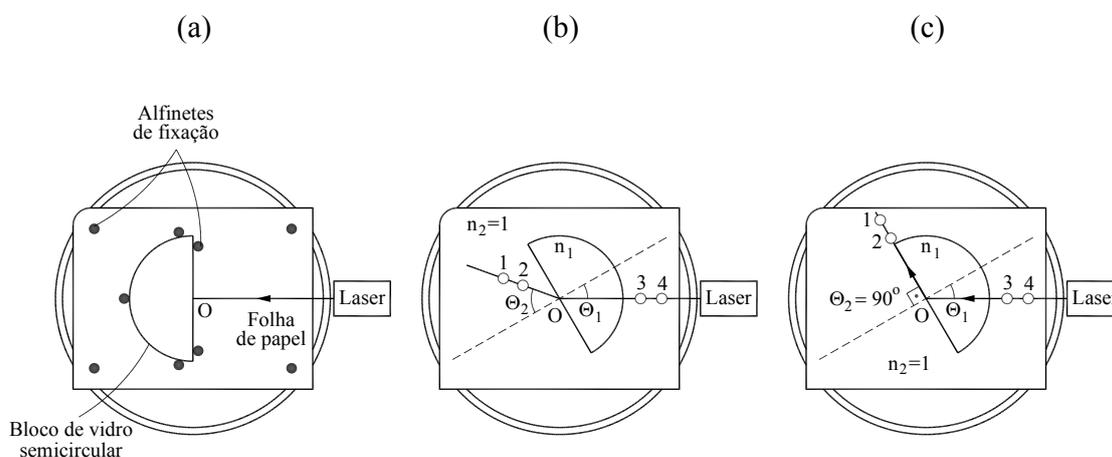


Figura 8 – (a) Fixação do bloco semicircular na mesa goniométrica; (b) Trajetória do feixe de luz; (c) Trajetória no caso de refração rasante. Para ângulos de incidência ligeiramente maiores que o indicado em (c) observa-se a reflexão interna total.

Na condição em que se atinge o ângulo crítico $\theta_i = \theta_c$ tem-se que o ângulo de refração θ_2 é 90° . Assim, na situação ilustrada na figura 7c, o ângulo crítico é dado por:

$$\sin \theta_c = 1/n \quad (21)$$

Onde n é o índice de refração do bloco de acrílico.

f) Faça uma medida direta do ângulo crítico, θ_c , e estime o seu erro. A partir destes dados estime o índice de refração do bloco e o erro associado. Compare os valores obtidos para o índice de refração através da medida do ângulo crítico e da Lei da Refração.

Determinação dos ângulos de incidência e refração

<i>Incidência pelo bloco</i>		<i>Incidência pelo ar</i>	
θ_1	θ_2	θ_1	θ_2
$n \pm \Delta n =$			

Determinação do ângulo crítico

$\theta_c \pm \Delta\theta_c$ (medida direta)	$n \pm \Delta n$

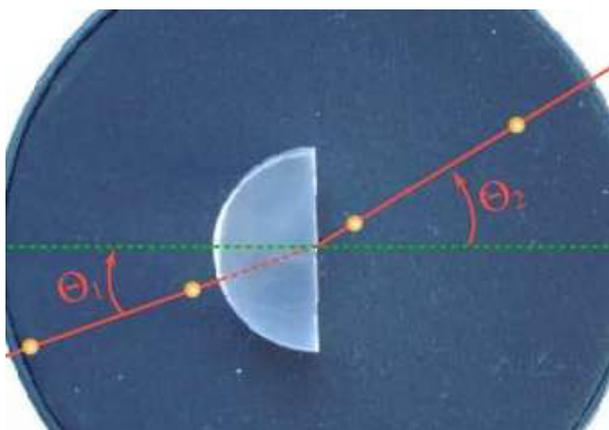


Figura 9 –Fotografia do experimento, mostrando os alfinetes que permitem determinar a direção dos raios.

2. Ângulo de desvio mínimo em um prisma

a) Coloque uma folha de papel sobre a plataforma goniométrica e fixe-a usando alfinetes. Marque o centro da mesa com um alfinete (ponto O) e incida um raio de luz laser de modo a interceptá-lo.

b) Retire o alfinete que marca o ponto O, marque com caneta o seu contorno e coloque um prisma equilátero sobre a folha de papel. Fixe-o com alfinetes e trace os contornos do prisma no papel. A marca existente na superfície opaca do prisma deve

coincidir com o centro de rotação da mesa (ponto O). Em seguida, gire a plataforma de forma que o feixe de luz incidente reflita na primeira face do prisma e volte sobre si mesmo (retro-reflexão). Quando isso acontece, a incidência do feixe é perpendicular à face. Marque essa direção com dois alfinetes (normal à face).

c) Gire a plataforma de modo a ter um ângulo de incidência θ . Identifique o feixe emergente na superfície oposta à incidência, ver figura 10. Gire a plataforma de modo a variar o ângulo θ . Assim, você verá o feixe emergente do prisma mover-se em uma determinada direção. Em um determinado instante, este movimento cessará e, embora você continue girando a plataforma na mesma direção, o feixe de luz começará a se mover na direção contrária. O momento em que o movimento cessa define o ângulo de desvio mínimo, δ_m . É importante notar que uma vez cessado o movimento do feixe emergente é possível girar a plataforma de alguns graus sem que se perceba nenhum deslocamento do feixe, o que reflete uma fonte de erro para suas medidas. Para obter uma medida mais precisa, mediremos o ângulo para o qual o movimento cessa, θ_m^1 , e o ângulo para o qual o movimento recomeça, θ_m^2 . O ângulo θ_m será determinado, então, pelo valor médio dos ângulos θ_m^1 e θ_m^2 , ou seja:

$$\theta_m = \frac{\theta_m^1 + \theta_m^2}{2} \quad (20)$$

d) Use alfinetes para determinar a direção do feixe emergente no prisma nas condições onde são obtidos os ângulos θ_m^1 e θ_m^2 . Após isso, trace a trajetória dos raios no papel e a reta normal a superfície do prisma e determine os ângulos θ_m^1 e θ_m^2 . A partir destes resultados, utilize a equação 18 (com $\theta_1 = \theta_m$) para determinar o índice de refração do prisma. Estime os erros em seus cálculos, considerando o erro na determinação do ângulo como sendo $\Delta\theta_m = \frac{\theta_m^1 - \theta_m^2}{2}$.

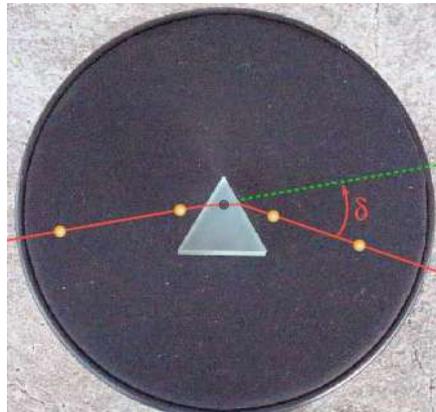


Figura 10 – Fotografia do experimento, mostrando os alfinetes que permitem determinar a direção dos raios.

Ângulo de desvio mínimo em prismas

Prisma de vidro	
θ_m^1	
θ_m^2	
$\Delta\theta_m$	
θ_m médio	
$n \pm \Delta n$	

O método anterior pode ser utilizado para determinar o índice de refração de líquidos. Para isso, basta que o prisma seja substituído por um prisma oco preenchido com o líquido que se deseja medir o índice de refração.