



$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ y_m \\ y_c \\ y_k \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{\bar{k}}{\bar{m}} & -\frac{\bar{c}}{\bar{m}} & -p_m & -\frac{p_c}{\bar{m}} & -\frac{p_k}{\bar{m}} & \frac{1}{\bar{m}} \\ -\frac{k}{\bar{m}} & -\frac{\bar{c}}{\bar{m}} & -p_m & -\frac{p_c}{\bar{m}} & -\frac{p_k}{\bar{m}} & \frac{1}{\bar{m}} \\ 0 & \bar{c} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \bar{k} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ u_m \\ u_c \\ u_k \\ u \end{bmatrix}$$

e a matrix de perturbações, que tem estrutura diagonal, é:

$$\begin{bmatrix} u_m \\ u_c \\ u_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta_m & 0 & 0 \\ 0 & \delta_c & 0 \\ 0 & 0 & \delta_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y_m \\ y_c \\ y_k \end{bmatrix}$$

Na figura 2 tem-se os diagramas de Bode perturbados. Em vermelho, tem-se a planta nominal.

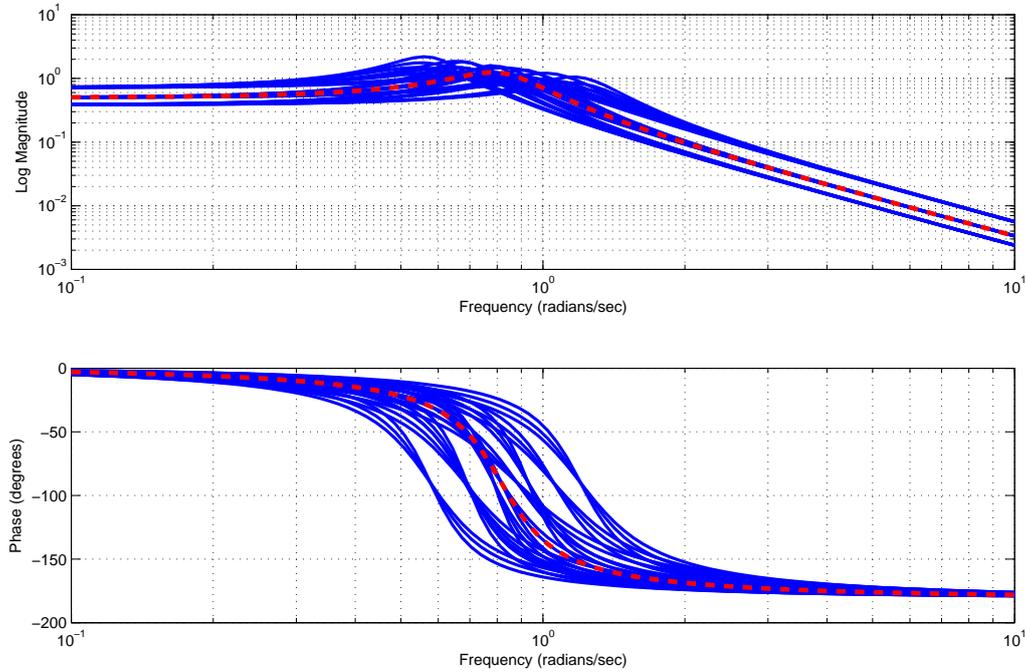


Figura 2: Diagramas de Bode perturbados

Deseja-se garantir inicialmente estabilidade e desempenho nominal, o que é feito através de uma realimentação  $u = K(s)y$ , onde  $K(s)$  é a matriz de funções de transferência do controlador. Para tanto, utilizam-se funções peso na solução de um problema de sensibilidade mista  $S/KS$ , de tal forma que procura-se garantir que:

$$\left\| \begin{bmatrix} W_p S \\ W_u K S \end{bmatrix} \right\|_{\infty} < 1$$

e para tanto, busca-se minimizar esta norma de modo a se garantir esta especificação. A função peso escolhida foi

$$W_p(s) = 0.95 \frac{s^2 + 1.8s + 10}{s^2 + 8s + 0.01} I$$

e a função peso para o controle, temos  $w_u = 0.01$ . Estas funções peso implicam que em baixas frequências, tem-se uma atenuação de 10 para 0.01. Acima de 1 rad/s praticamente não há mais atenuação.

A função utilizada para se encontrar o controlador sub-ótimo é **hinfsyn**. O valor de  $\gamma$  mínimo atingido foi:  $\gamma = 1.0005$ .

Na figura 3 tem-se os diagramas de Bode da função peso e da função sensibilidade nominal. Em pontilhado, tem-se o inverso da função peso, enquanto que na linha continua tem-se a função sensibilidade. Nota-se claramente que o desempenho nominal é satisfeito.

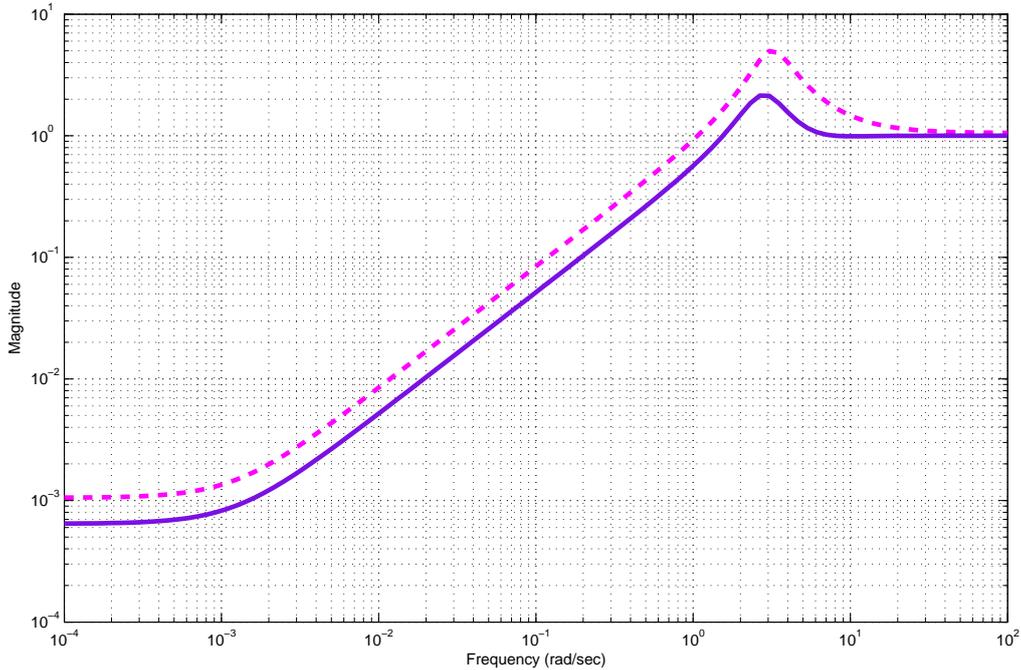


Figura 3: Diagramas de Bode da função sensibilidade e do inverso da função peso

Na figura 4 tem-se limites inferiores e superiores ao valor singular estruturado. O limite superior é formado pela linha pontilhada inferior. O limite inferior é formado pela linha continua. Como o limite superior é inferior a 0 decibéis, tem-se que o teorema do pequeno ganho generalizado é satisfeito, o que garante robustez de estabilidade para a família de distúrbios diagonal apresentada. O valor máximo do limite superior é 0.764, o que indica que a estabilidade é garantida para

$$\|\Delta\|_\infty < \frac{1}{0.764}$$

O valor singular máximo também é plotado, o que indica que para uma matriz de perturbação cheia, a robustez de estabilidade não estaria garantida.

Considerando agora a robustez de desempenho, sabemos que a matriz de perturbação que relaciona as duas saídas  $z_1, z_2$  com a entrada externa  $w = d$  é uma matriz  $1 \times 2$  complexa, representada por  $\Delta_F$ . De modo que a matriz de perturbação total é:

$$\Delta_P = \begin{pmatrix} \Delta & 0 \\ 0 & \Delta_F \end{pmatrix} \quad (1)$$

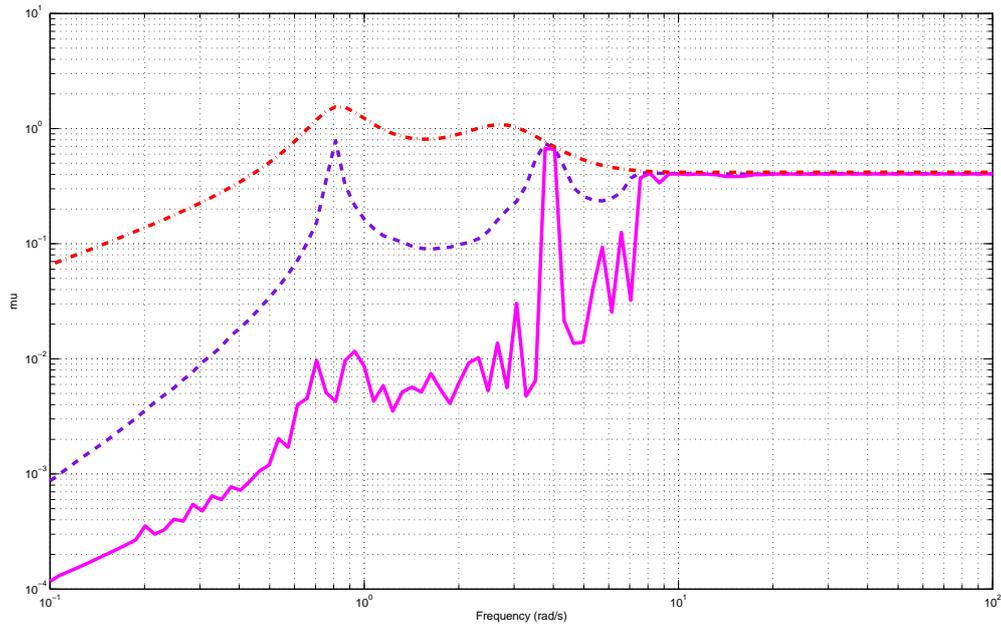


Figura 4: Análise  $\mu$  para robustez de estabilidade

onde  $\Delta$  é a matriz  $3 \times 3$  diagonal apresentada anteriormente.

Na figura 5, tem-se os limites superior e inferior do valor singular estruturado  $\mu$  para o caso da perturbação indicada em na equação 1. O desempenho robusto é atingido se e somente se o valor singular estruturado  $\mu_{\Delta_p}$  for menor que um para todas as frequências. Nota-se que o limite superior não está sempre abaixo de um, o que impossibilita a robustez de desempenho para o projeto indicado. A curva contínua em vermelho corresponde à curva de desempenho nominal, que como está abaixo de um, significa que o desempenho nominal está garantido.

Na figura 6 tem-se a resposta do sistema a uma referência do tipo onda quadrada (em vermelho pontilhado) e o valor real da variável controlada. Nota-se que existe um sobressinal um pouco maior que 20%. Já na figura 7, nota-se que a resposta ao distúrbio aplicado tem um pico pronunciado.

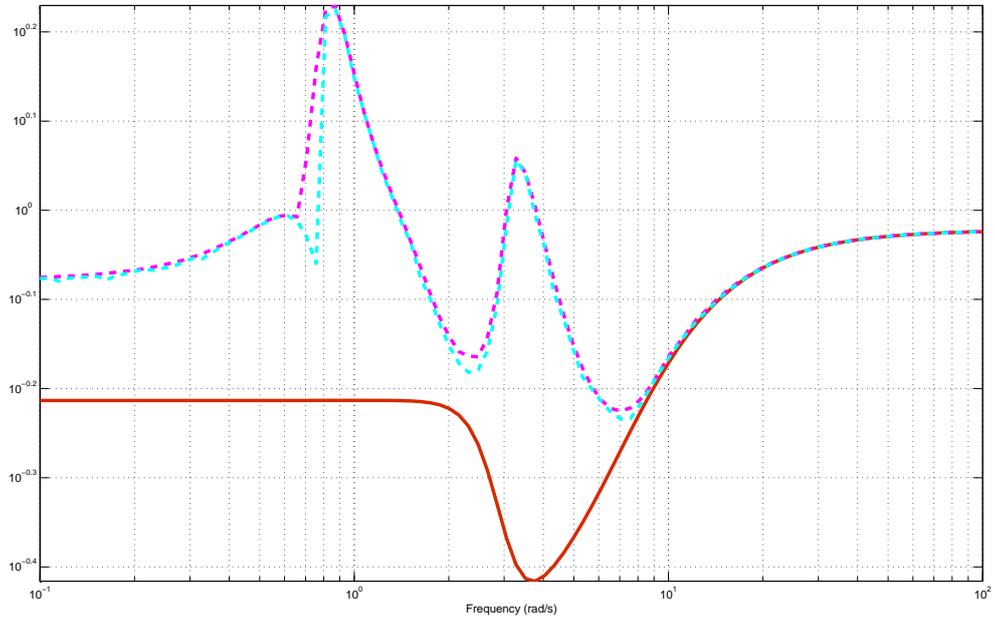


Figura 5: Análise  $\mu$  para robustez de desempenho

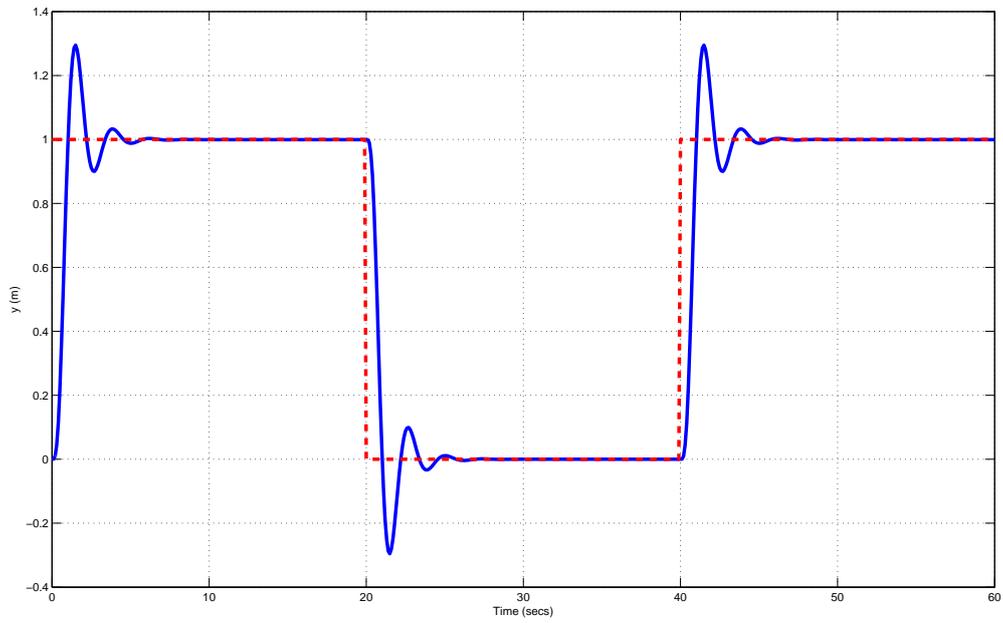


Figura 6: Resposta ao degrau de referência

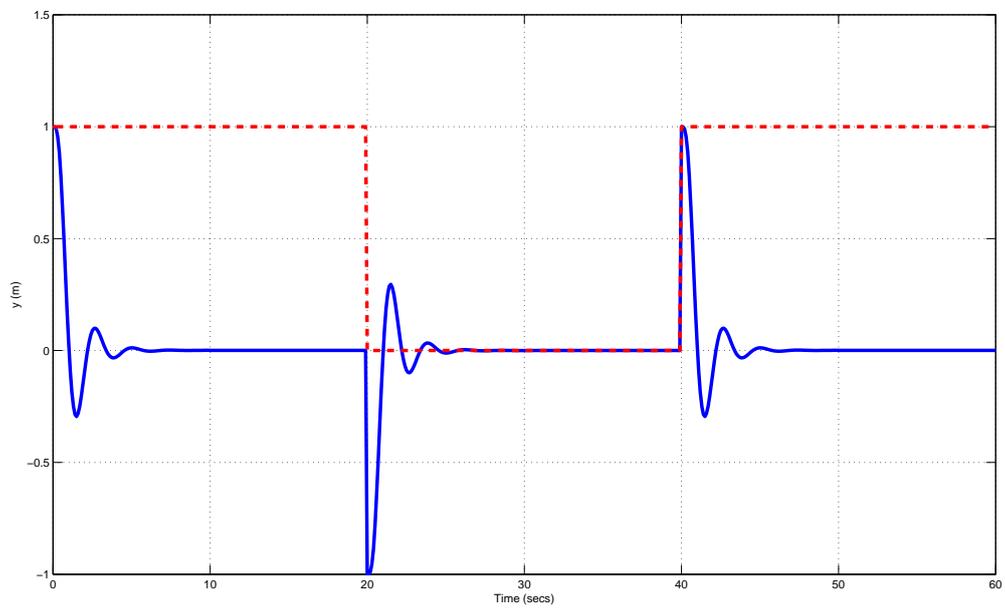


Figura 7: Resposta ao degrau de perturbação