Física Experimental IV

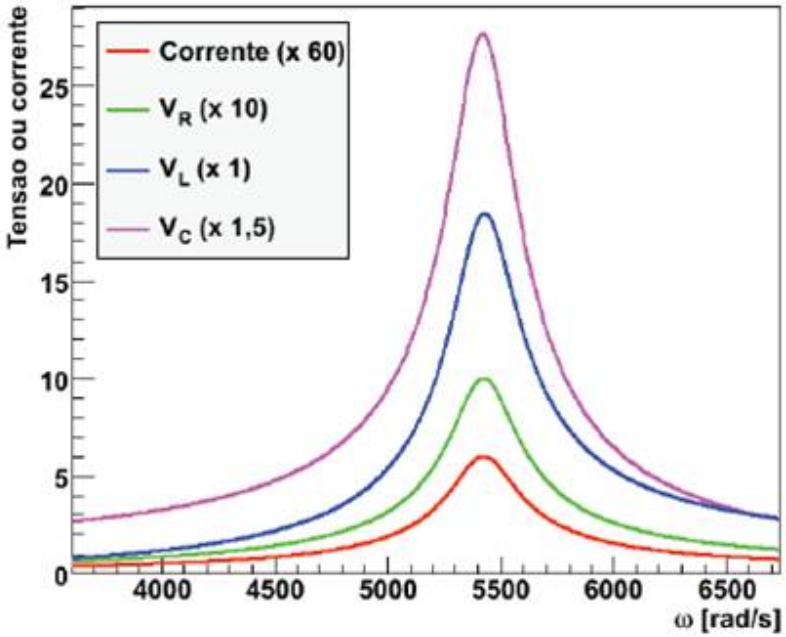
Segundo semestre de 2016

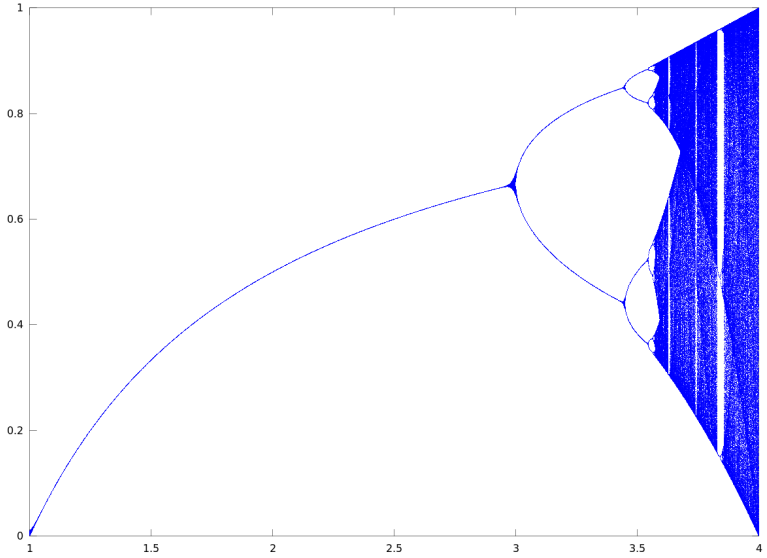
Aula 1 - Experimento I - semana 1

Página da disciplina:
http://disciplinas.stoa.usp.br/course/view.php?id=10374

09 de agosto de 2016

Experimento I - Circuitos elétricos de corrente alternada





Sumário

1. Experimento
   - Experimento I
   - Corrente e tensão alternadas
   - Elementos de circuito
   - Notação complexa e impedância
   - Circuito RLC
   - Atividades da semana I
2. Incertezas
   - Representação de uma medida
   - Estatística
   - Exemplo

Sumário

1. Experimento
   - Experimento I
   - Corrente e tensão alternadas
   - Elementos de circuito
   - Notação complexa e impedância
   - Circuito RLC
   - Atividades da semana I
2. Incertezas
   - Representação de uma medida
   - Estatística
   - Exemplo

Sumário

1. Experimento
   - Experimento I
   - Corrente e tensão alternadas
   - Elementos de circuito
   - Notação complexa e impedância
   - Circuito RLC
   - Atividades da semana I
2. Incertezas
   - Representação de uma medida
   - Estatística
   - Exemplo

Objetivos do experimento

- Estudar circuitos elétricos de corrente alternada com a finalidade de explorar fenômenos caóticos
  - Estudar ressonância em um circuito RLC
  - Introdução ao caos e sistemas caóticos - mapa logístico
  - Estudar caos em um circuito RLD

Cronograma

- 4 semanas
  - Semana 1
    - Ressonância em um circuito RLC
  - Semana 2
    - Caos - mapa logístico
  - Semana 3
    - Caos em um circuito RLD
  - Semana 4
    - Implementação

IMPORTANTE!

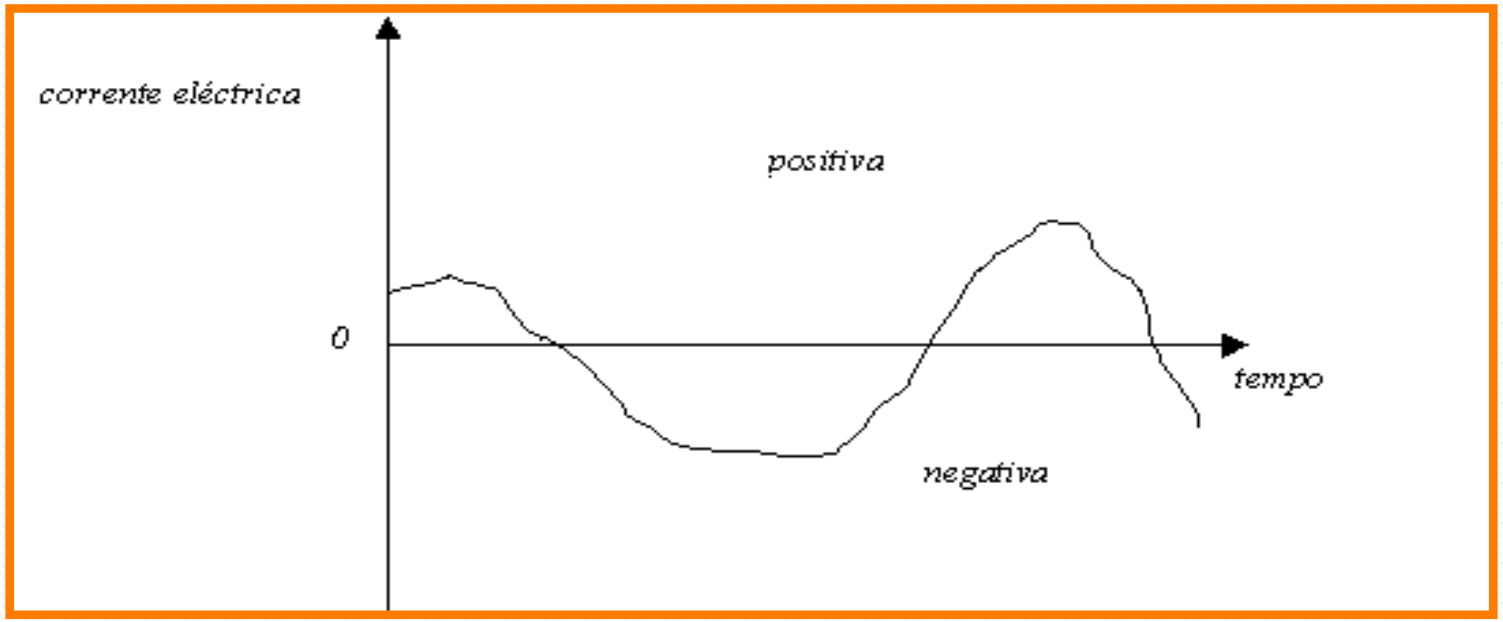
- Síntese da semana (até 1 ponto)
  - Arquivo em PDF com os gráficos das curvas obtidas, ajustes realizados e eventuais comentários
  - A data máxima para upload é 18h00 da segunda-feira
    - Upload no site de reservas como "síntese"
- Muitas atividades são feitas através da comparação dos resultados de toda a turma
- Banco de dados no site da disciplina (até 1 ponto)
  - Grupos DEVEM fazer upload de resultados no site
  - A data máxima para upload é 18h00 da última segunda-feira do experimento

Sumário

1. Experimento
   - Experimento I
   - Corrente e tensão alternadas
   - Elementos de circuito
   - Notação complexa e impedância
   - Circuito RLC
   - Atividades da semana I
2. Incertezas
   - Representação de uma medida
   - Estatística
   - Exemplo

Corrente ou tensão alternada

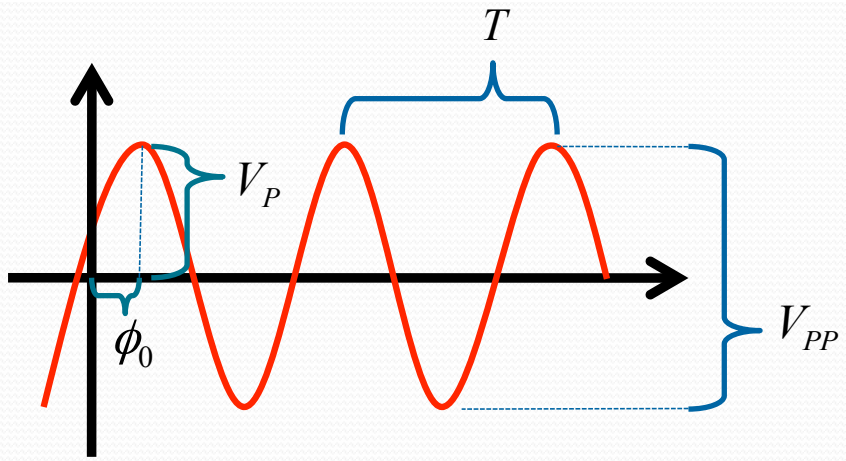
- Qualquer sinal que varia no tempo



- Nessa experiência: tensões harmônicas simples
- **Importante:** qualquer tensão dependente do tempo = superposição de tensões harmônicas simples

Tensão harmônica

- Como descrever matematicamente uma tensão senoidal?
  - V_P é a tensão máxima ou tensão de pico ou amplitude
  - ω é a frequência angular
  - ϕ_0 é a fase da tensão alternada no instante $t = 0$



$$V(t) = V_P \cos(\omega t + \phi_0)$$

$$\omega = 2\pi f$$

$$T = \frac{1}{f}$$

$$V_{PP} = 2V_P$$

$$V_{ef} = \frac{V_P}{\sqrt{2}}$$

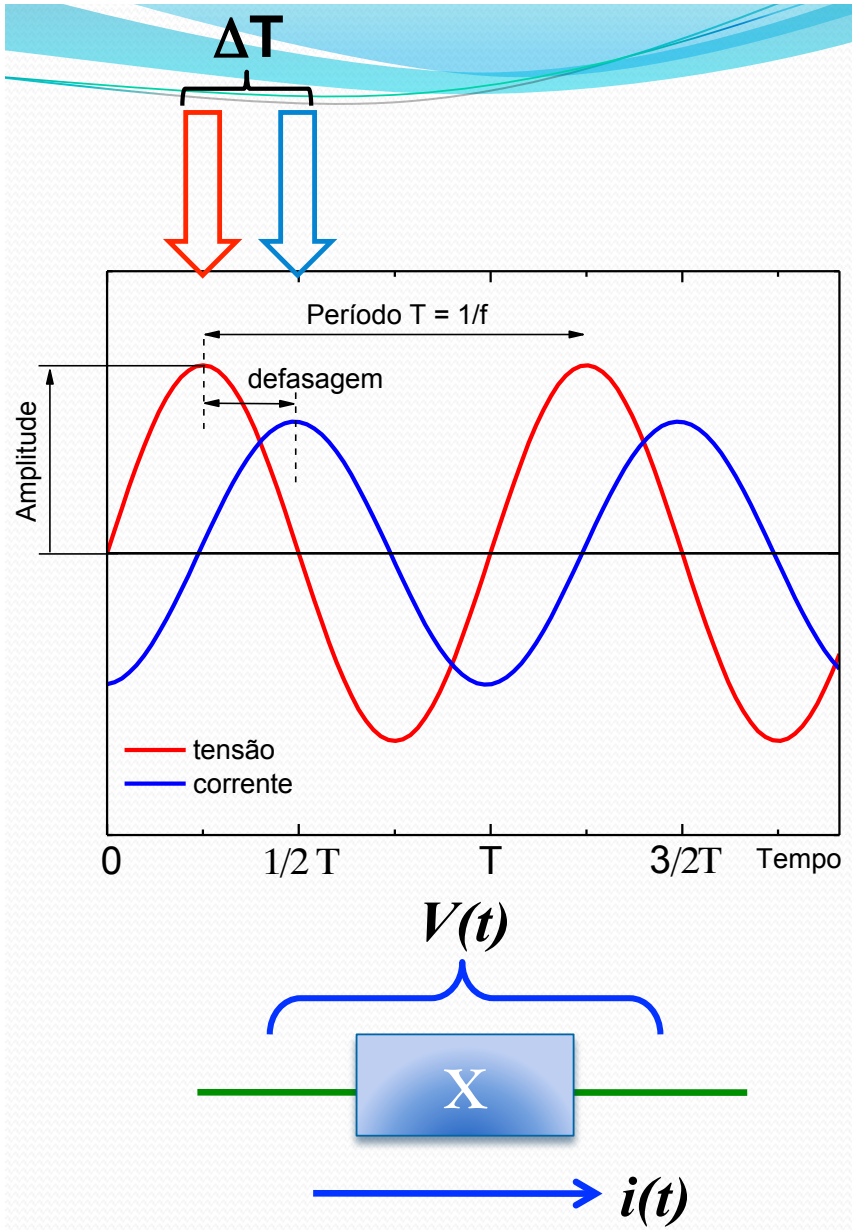
A fase

- Em um circuito de corrente alternada a tensão e a corrente não estão necessariamente em fase

$$V(t) = V_P \cos(\omega t + \phi_V)$$

$$i(t) = i_P \cos(\omega t + \phi_i)$$

$$\Delta\phi = \phi_i - \phi_V = 2\pi \frac{\Delta T}{T} = \omega \Delta T$$



Sumário

1. Experimento
   - Experimento I
   - Corrente e tensão alternadas
   - Elementos de circuito
   - Notação complexa e impedância
   - Circuito RLC
   - Atividades da semana I
2. Incertezas
   - Representação de uma medida
   - Estatística
   - Exemplo

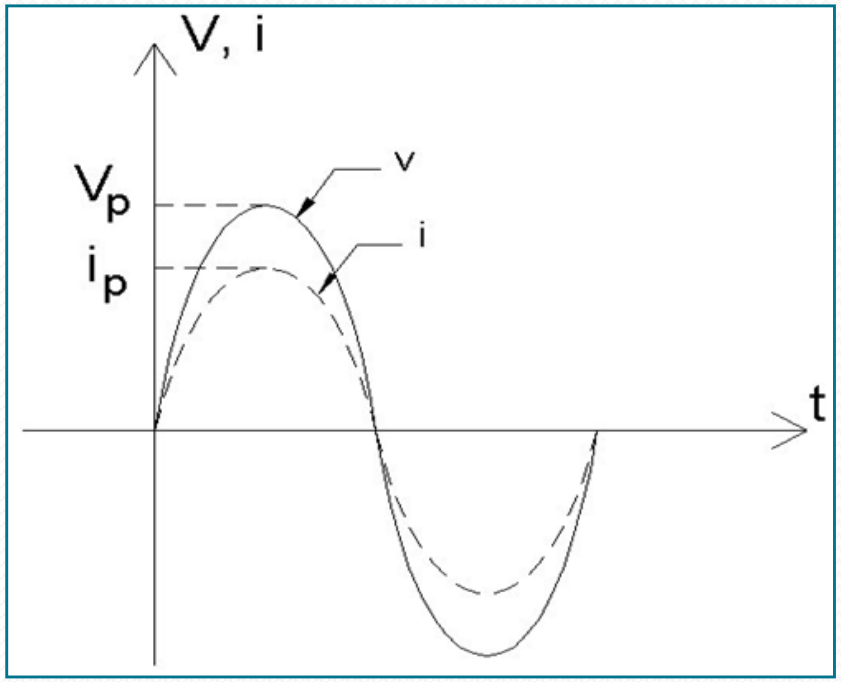
Resistor ôhmico

- A lei de Ohm diz que $V = Ri$, onde R é uma constante se o resistor for ôhmico. Assim, se a tensão estiver variando, temos que:

$$V(t) = V_P \cos(\omega t + \phi_0)$$

$$i(t) = \frac{V_P}{R} \cos(\omega t + \phi_0)$$

- Como as fases ϕ_0 são iguais, então a corrente e a tensão no resistor estão em fase!



Capacitor

- Capacitância $\Rightarrow$ capacidade de acumular carga para uma dada tensão elétrica

$$C = \frac{Q}{V}$$

- Carga elétrica está relacionada com a corrente através de:

$$Q = \int i(t)dt$$

- Assim

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{\int i(t)dt}{V} \quad \Rightarrow \quad V = \frac{1}{C}\int i(t)dt \quad \Rightarrow \quad i(t) = C\frac{dV}{dt}$$

Capacitor

$$i(t) = C\frac{dV}{dt}$$

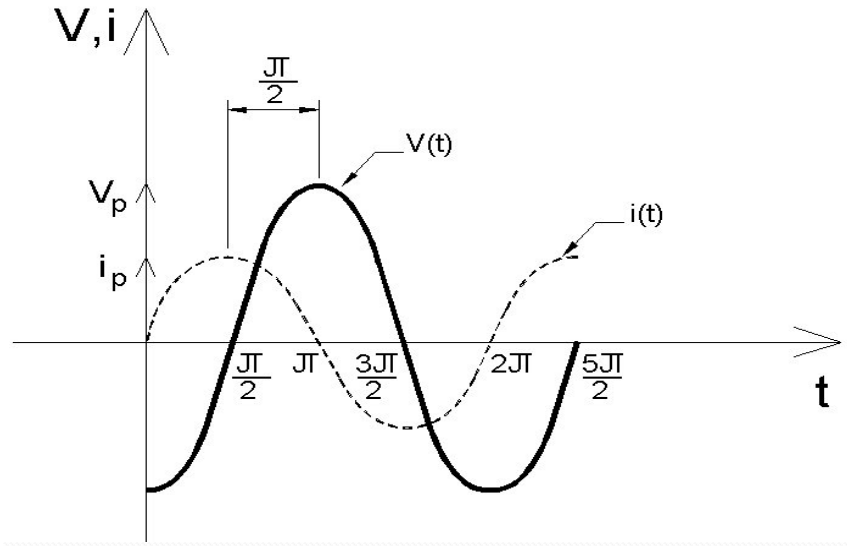
- Para tensão alternada

$$V(t) = V_P \cos(\omega t)$$

$$i(t) = -CV_P\,\omega\,\mathrm{sen}(\omega t)$$

- A corrente e a tensão não se encontram em fase
  - Tensão máxima não ocorre quando a corrente é máxima

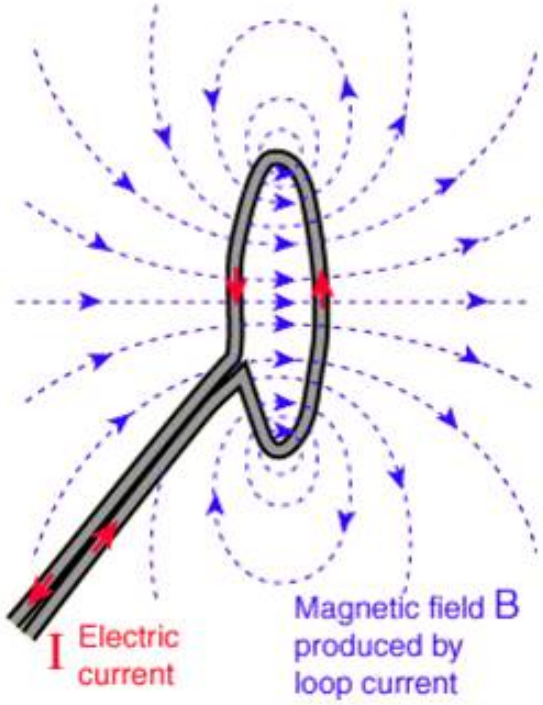
$$i(t) = CV_P\,\omega\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$



Indutor ideal

- Bobinas e indutores
  - O fato da espira criar um campo magnético e, consequentemente um fluxo magnético nela mesma faz com que haja uma f.e.m. induzida nos seus terminais (Lei de Faraday)
  - Dependência temporal

$$\varepsilon = -\frac{d\phi_B}{dt} = -L\frac{di(t)}{dt} = -V(t)$$



Indutor ideal

- Assim

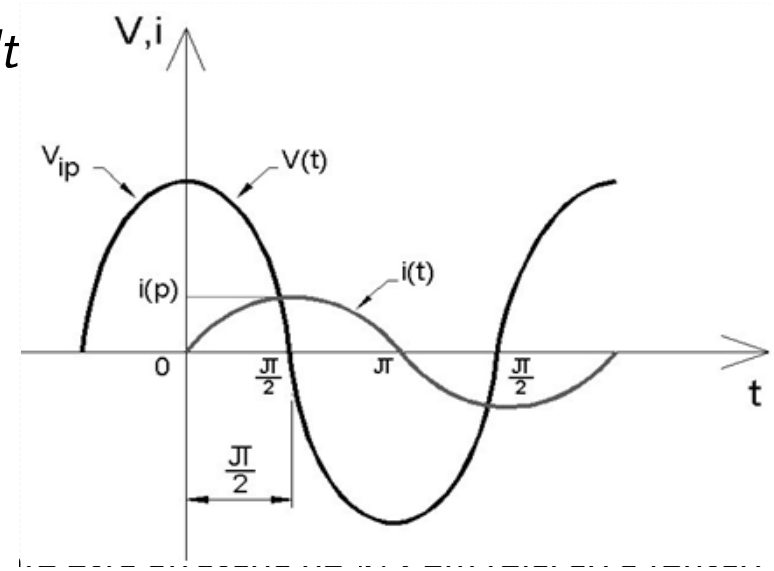
$$V(t) = L\frac{di(t)}{dt} \quad \Rightarrow \quad i(t) = \frac{1}{L}\int V(t)dt$$

- Para tensão alternada

$$V(t) = V_P \cos(\omega t)$$

$$i(t) = \frac{1}{\omega L}\,\mathrm{sen}(\omega t)$$

$$i(t) = \frac{1}{\omega L}\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$



Sumário

1. Experimento
   - Experimento I
   - Corrente e tensão alternadas
   - Elementos de circuito
   - Notação complexa e impedância
   - Circuito RLC
   - Atividades da semana I
2. Incertezas
   - Representação de uma medida
   - Estatística
   - Exemplo

Notação complexa

$$\hat{C} = a + jb \quad \text{com} \quad j = \sqrt{-1}$$

Notação complexa

$$\hat{C} = a + jb \quad \text{com} \quad j = \sqrt{-1}$$

$$\hat{C} = C\mathrm{e}^{j\alpha} \quad \text{com} \quad \mathrm{e}^{j\alpha} = \cos\alpha + j\mathrm{sen}\alpha$$

Notação complexa

$$\hat{C} = a + jb \quad \text{com} \quad j = \sqrt{-1}$$

$$\hat{C} = C\mathrm{e}^{j\alpha} \quad \text{com} \quad \mathrm{e}^{j\alpha} = \cos\alpha + j\mathrm{sen}\alpha$$

- Relação

$$C = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \text{e} \quad \tan\alpha = \frac{b}{a}$$

Notação complexa

$$\hat{C} = a + jb \quad \text{com} \quad j = \sqrt{-1}$$

$$\hat{C} = C\mathrm{e}^{j\alpha} \quad \text{com} \quad \mathrm{e}^{j\alpha} = \cos\alpha + j\mathrm{sen}\alpha$$

- Relação

$$C = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \text{e} \quad \tan\alpha = \frac{b}{a}$$

- Propriedades

$$\frac{d}{dt}\left(\mathrm{e}^{j\omega t}\right) = j\omega\left(\mathrm{e}^{j\omega t}\right)$$

$$\int \mathrm{e}^{j\omega t} dt = \frac{1}{j\omega}\left(\mathrm{e}^{j\omega t}\right)$$

Tensão no formalismo complexo

- Podemos escrever uma grandeza complexa como:

$$\hat{V}(t) = V_P \, \mathrm{e}^{j(\omega t + \phi_V)}$$

- A tensão elétrica no elemento pode ser dada pela parte real desta grandeza complexa, ou seja

$$V(t) = \mathrm{Re}\left[\hat{V}(t)\right] = V_P \cos(\omega t + \phi_V)$$

Corrente no formalismo complexo

- Podemos escrever uma grandeza complexa como:

$$\hat{i}(t) = i_P \, \mathrm{e}^{j(\omega t + \phi_i)}$$

- A corrente elétrica no elemento pode ser dada pela parte real desta grandeza complexa, ou seja

$$i(t) = \mathrm{Re}\left[\hat{i}(t)\right] = i_P \cos(\omega t + \phi_i)$$

Impedância de um elemento

- Define-se a impedância complexa como sendo a razão entre a tensão e corrente complexas

$$\hat{Z} = \frac{\hat{V}}{\hat{i}}$$

$$\hat{V}(t) = V_P \, \mathrm{e}^{j(\omega t + \phi_V)} \qquad \text{e} \qquad \hat{i}(t) = i_P \, \mathrm{e}^{j(\omega t + \phi_i)}$$

Impedância de um elemento

- Define-se a impedância complexa como sendo a razão entre a tensão e corrente complexas

$$\hat{Z} = \frac{\hat{V}}{\hat{i}}$$

$$\hat{V}(t) = V_P \, \mathrm{e}^{j(\omega t + \phi_V)} \qquad \text{e} \qquad \hat{i}(t) = i_P \, \mathrm{e}^{j(\omega t + \phi_i)}$$

- Ou seja

$$\hat{Z} = \frac{V_P}{i_P} \, \mathrm{e}^{j(\phi_V - \phi_i)}$$

$$\hat{Z} = Z_0 \, \mathrm{e}^{j\phi_0} \quad \text{com} \quad Z_0 = \frac{V_P}{i_P} \quad \text{e} \quad \phi_0 = \phi_V - \phi_i$$

Impedância de um elemento

$$\hat{Z} = Z_0 \, \mathrm{e}^{j\phi_0}$$

- Z_0 é a impedância real do elemento

$$Z_0 = \frac{V_P}{i_P}$$

- ϕ_0 é a diferença de fase entre a tensão e corrente

Resistor

$$V(t) = V_P \cos(\omega t) \quad \Rightarrow \quad \hat{V}(t) = V_P \, \mathrm{e}^{j(\omega t)}$$

$$i(t) = \frac{V_P}{R} \cos(\omega t) \quad \Rightarrow \quad \hat{i}(t) = \frac{V_P}{R} \, \mathrm{e}^{j(\omega t)}$$

- De modo que

$$\hat{Z} = \frac{\hat{V}}{\hat{i}} = R \qquad \begin{cases} Z_0 = R \\ \phi_0 = 0 \end{cases}$$

Capacitor

$$V(t) = V_P \cos(\omega t) \quad \Rightarrow \quad \hat{V}(t) = V_P \, \mathrm{e}^{j(\omega t)}$$

$$i(t) = C V_P \, \omega \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \quad \Rightarrow \quad \hat{i}(t) = C V_P \, \omega \, \mathrm{e}^{j\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)}$$

- De modo que

$$\hat{Z} = \frac{\hat{V}}{\hat{i}} = \frac{1}{\omega C} \mathrm{e}^{-j\frac{\pi}{2}}$$

Capacitor

$$V(t) = V_P \cos(\omega t) \quad \Rightarrow \quad \hat{V}(t) = V_P \, \mathrm{e}^{j(\omega t)}$$

$$i(t) = C V_P \, \omega \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \quad \Rightarrow \quad \hat{i}(t) = C V_P \, \omega \, \mathrm{e}^{j\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)}$$

- De modo que

$$\hat{Z} = \frac{\hat{V}}{\hat{i}} = \frac{1}{\omega C} \mathrm{e}^{-j\frac{\pi}{2}} = -\frac{j}{\omega C} \qquad \begin{cases} Z_0 = \frac{1}{\omega C} \\ \phi_0 = -\frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Indutor ideal

$$V(t) = V_P \cos(\omega t) \quad \Rightarrow \quad \hat{V}(t) = V_P \, \mathrm{e}^{j(\omega t)}$$

$$i(t) = \frac{1}{\omega L} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \quad \Rightarrow \quad \hat{i}(t) = \frac{1}{\omega L} \, \mathrm{e}^{j\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)}$$

- De modo que

$$\hat{Z} = \frac{\hat{V}}{\hat{i}} = \omega L \, \mathrm{e}^{j\frac{\pi}{2}}$$

Indutor ideal

$$V(t) = V_P \cos(\omega t) \quad \Rightarrow \quad \hat{V}(t) = V_P \, \mathrm{e}^{j(\omega t)}$$

$$i(t) = \frac{1}{\omega L} \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \quad \Rightarrow \quad \hat{i}(t) = \frac{1}{\omega L} \, \mathrm{e}^{j\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)}$$

- De modo que

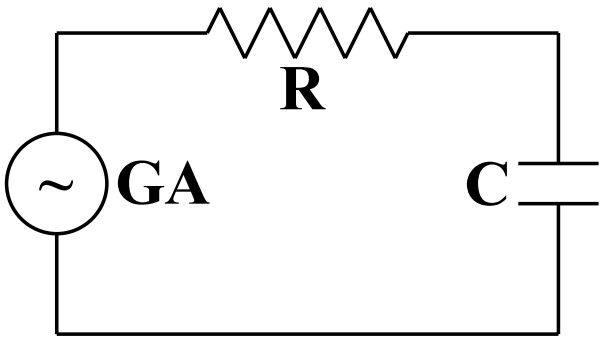
$$\hat{Z} = \frac{\hat{V}}{\hat{i}} = \omega L \, \mathrm{e}^{j\frac{\pi}{2}} = j\omega L \qquad \begin{cases} Z_0 = \omega L \\ \phi_0 = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Sumário

1. Experimento
   - Experimento I
   - Corrente e tensão alternadas
   - Elementos de circuito
   - Notação complexa e impedância
   - Circuito RLC
   - Atividades da semana I
2. Incertezas
   - Representação de uma medida
   - Estatística
   - Exemplo

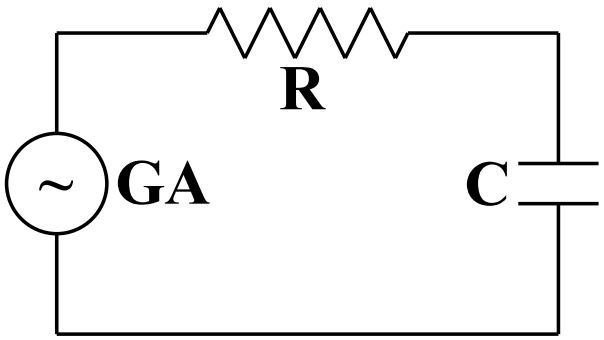
Circuito RLC

- Semestre passado - Filtro RC

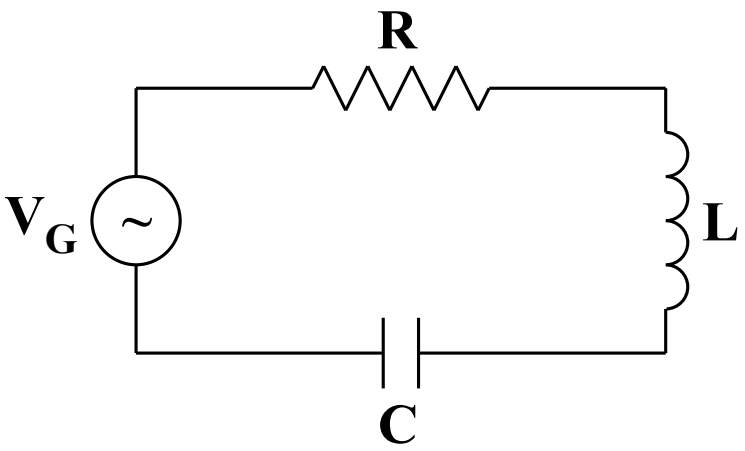


Circuito RLC

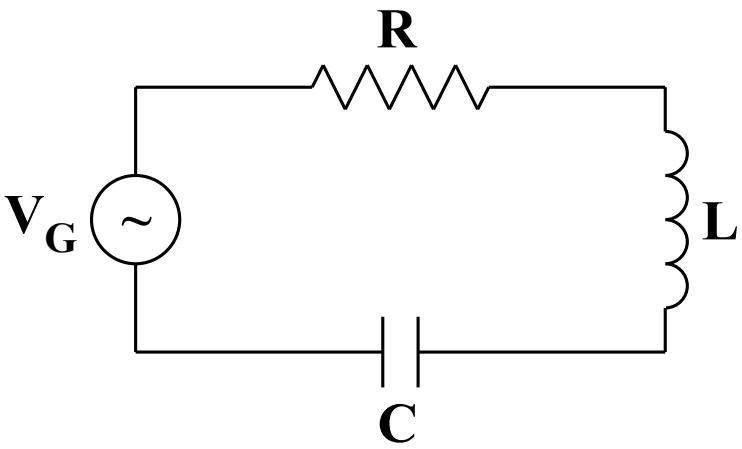
- Semestre passado - Filtro RC



- Adicionar um novo elemento - indutor
  - Como isso altera o comportamento do circuito?



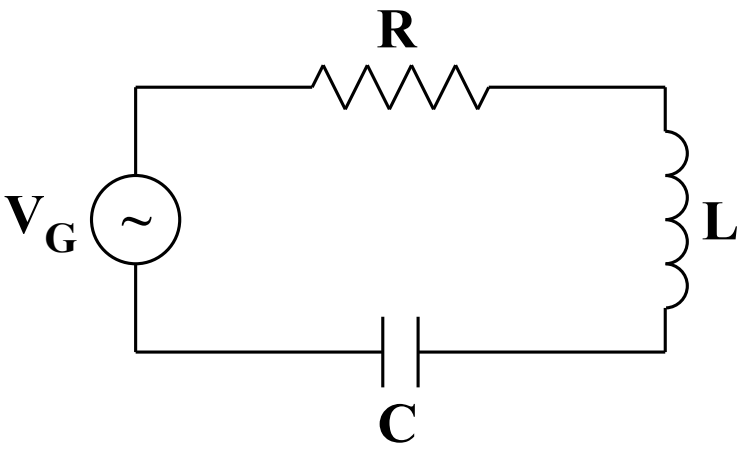
Análise do Circuito RLC



- Lei das malhas

$$V_G = V_R + V_C + V_L$$

Análise do Circuito RLC

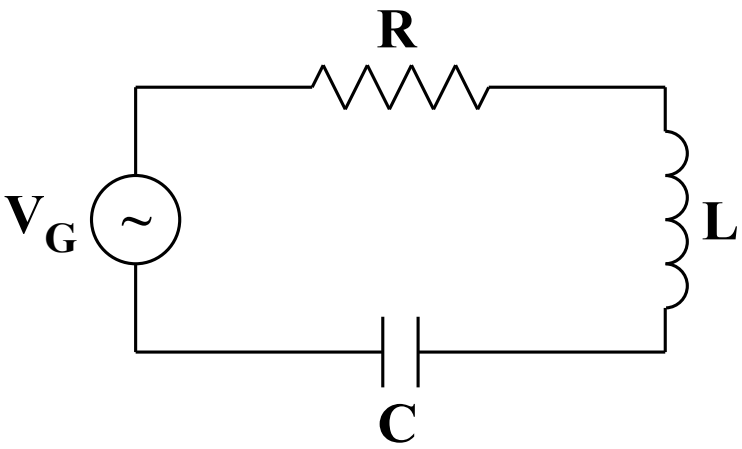


- Lei das malhas

$$V_G = V_R + V_C + V_L$$

$$V_G(t) = V_0 \cos(\omega t)$$

Análise do Circuito RLC



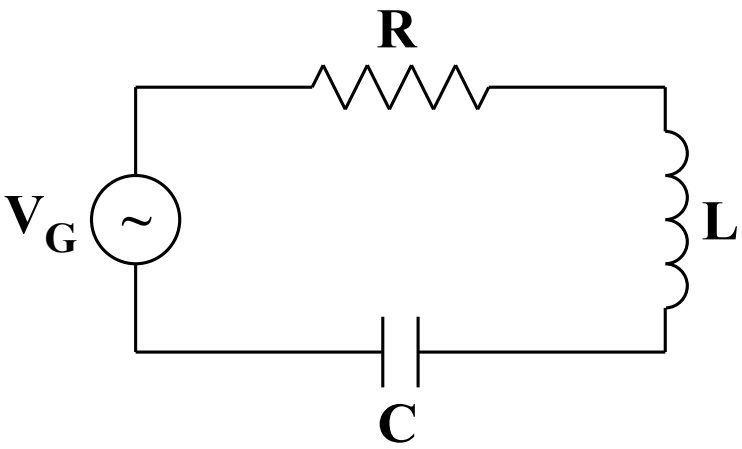
$$V_R(t) = R\, i(t) = R\, \frac{dq(t)}{dt}$$

- Lei das malhas

$$V_G = V_R + V_C + V_L$$

$$V_G(t) = V_0 \cos(\omega t)$$

Análise do Circuito RLC



$$V_R(t) = R\, i(t) = R\, \frac{dq(t)}{dt}$$

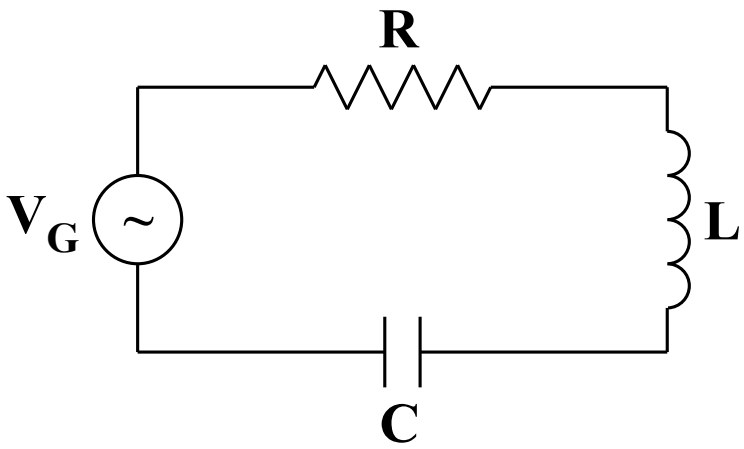
$$V_C(t) = \frac{q(t)}{C}$$

- Lei das malhas

$$V_G = V_R + V_C + V_L$$

$$V_G(t) = V_0 \cos(\omega t)$$

Análise do Circuito RLC



$$V_R(t) = R\, i(t) = R\, \frac{dq(t)}{dt}$$

$$V_C(t) = \frac{q(t)}{C}$$

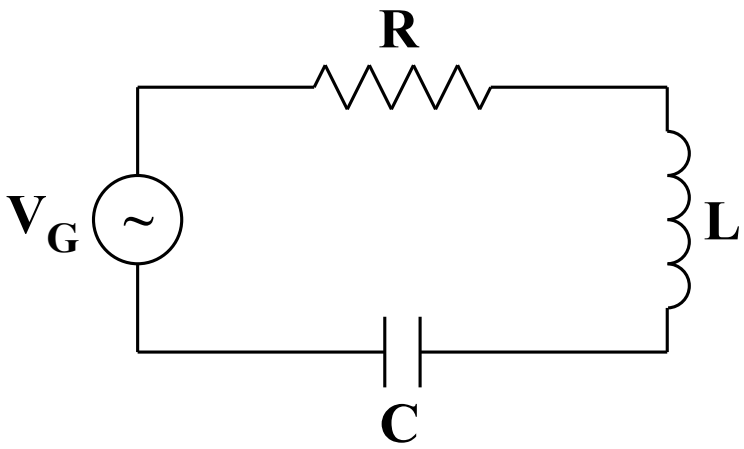
$$V_L(t) = L\, \frac{di(t)}{dt} = L\, \frac{d^2 q(t)}{dt^2}$$

- Lei das malhas

$$V_G = V_R + V_C + V_L$$

$$V_G(t) = V_0 \cos(\omega t)$$

Análise do Circuito RLC



$$V_R(t) = R\, i(t) = R\, \frac{dq(t)}{dt}$$

$$V_C(t) = \frac{q(t)}{C}$$

$$V_L(t) = L\, \frac{di(t)}{dt} = L\, \frac{d^2 q(t)}{dt^2}$$

- Lei das malhas

$$V_G = V_R + V_C + V_L$$

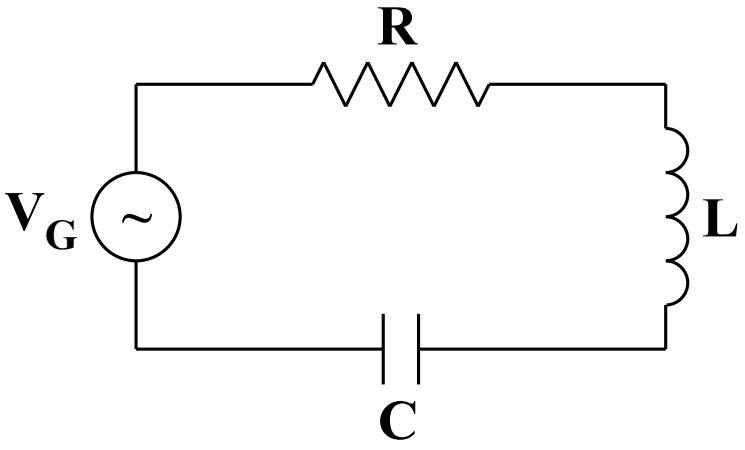
$$V_G(t) = V_0 \cos(\omega t)$$

$$\frac{d^2 q}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC} q = \frac{V_0}{L} \cos(\omega t)$$

Análise do Circuito RLC

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{dq}{dt} + \frac{1}{LC}q = \frac{V_0}{L}\cos(\omega t)$$

- **Solução homogênea:** comportamento transitório do circuito (quando ele é ligado ou desligado): oscilador harmônico amortecido
- **Solução particular:** comportamento em regime estacionário, depois que o comportamento transitório desaparece: oscilador forçado



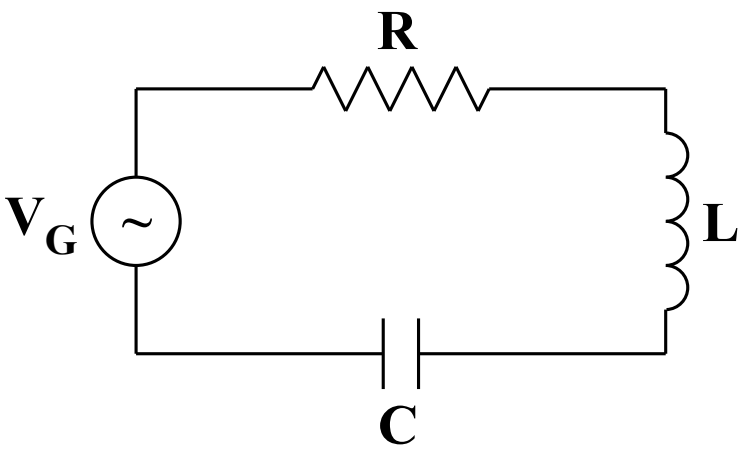
Solução usando notação complexa

- Impedância total do circuito

$$\hat{Z} = \hat{Z}_R + \hat{Z}_L + \hat{Z}_C$$

$$\hat{Z} = R + j\omega L - \frac{j}{\omega C}$$

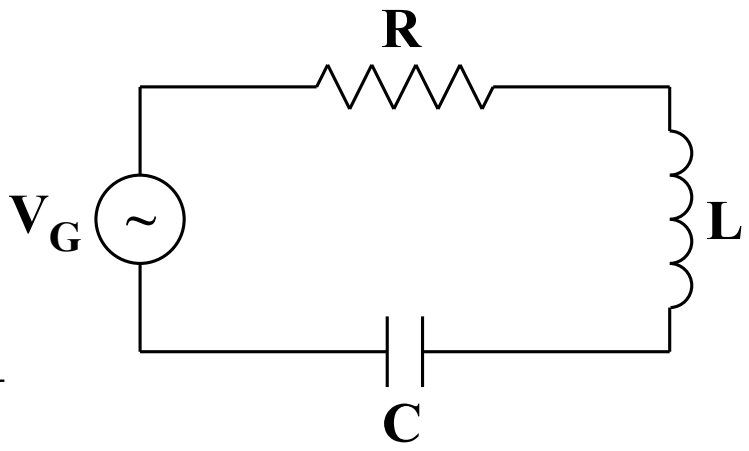
$$\hat{Z} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$$



Solução usando notação complexa

- Escrevendo a impedância como:

$$\hat{Z} = R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right) = Z_0\,\mathrm{e}^{j\phi}$$



- com

$$Z_0 = \sqrt{\hat{Z}\hat{Z}^*} = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

$$\phi = \arctan\left(\frac{\mathrm{Im}[\hat{Z}]}{\mathrm{Re}[\hat{Z}]}\right) = \arctan\left(\frac{\omega L}{R} - \frac{1}{\omega RC}\right)$$

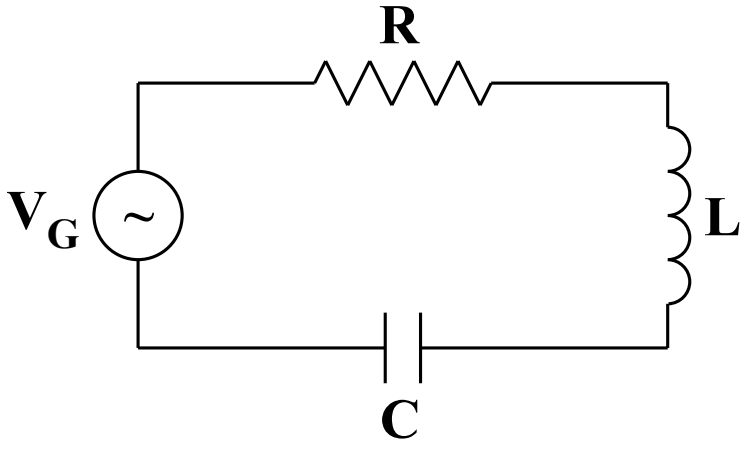
Corrente através do circuito RLC

- Escrevendo a corrente no circuito como:

$$\hat{i}(t) = \frac{\hat{V}_G}{\hat{Z}} = i_0\,\mathrm{e}^{j(\omega t - \phi_i)}$$

- com

$$\hat{V}_G = V_0\,\mathrm{e}^{j\omega t}$$

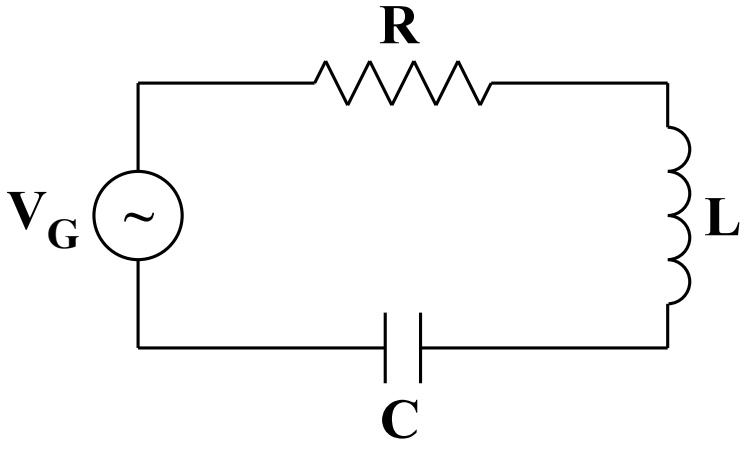


$$\hat{i}(t) = \frac{V_0\,\mathrm{e}^{j\omega t}}{Z_0\,\mathrm{e}^{j\phi}} = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}\,\mathrm{e}^{j(\omega t - \phi)}$$

Corrente através do circuito RLC

- Escrevendo a corrente no circuito como:

$$\hat{i}(t) = \frac{\hat{V}_G}{\hat{Z}} = i_0\,\mathrm{e}^{j(\omega t - \phi_i)}$$



- com

$$\hat{V}_G = V_0\,\mathrm{e}^{j\omega t}$$

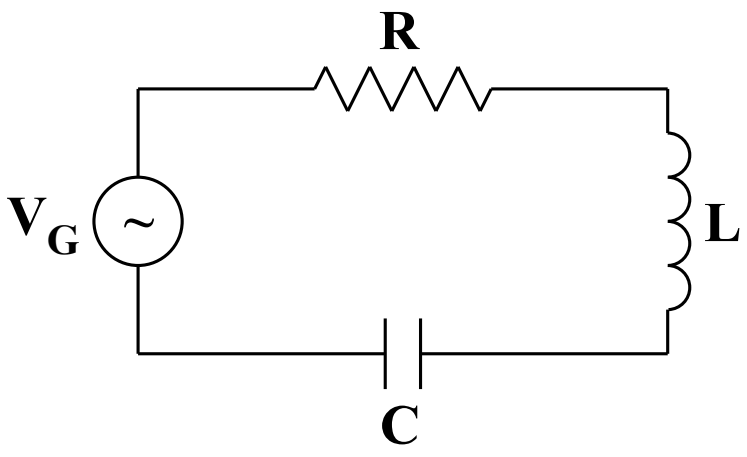
$$\hat{i}(t) = \frac{V_0\,\mathrm{e}^{j\omega t}}{Z_0\,\mathrm{e}^{j\phi}} = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}\,\mathrm{e}^{j(\omega t - \phi)}$$

$$i_0 = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

Tensão sobre cada elemento do circuito RLC

- Sabendo que a corrente é a mesma em cada elemento do circuito, podemos obter a tensão sobre cada um deles através de:

$$\hat{V}_X = \hat{i}_X \hat{Z}_X$$



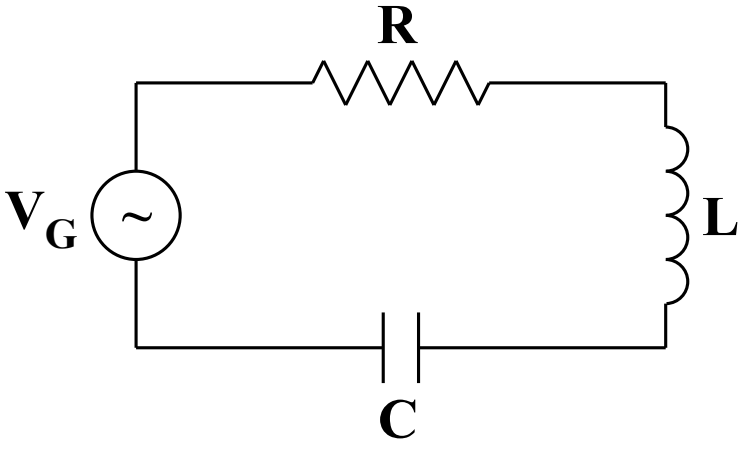
- Para o resistor

$$\hat{Z}_R = R \qquad \text{e} \qquad \hat{V}_R = R\, i_0\, \mathrm{e}^{j(\omega t - \phi)}$$

Tensão sobre cada elemento do circuito RLC

- Sabendo que a corrente é a mesma em cada elemento do circuito, podemos obter a tensão sobre cada um deles através de:

$$\hat{V}_X = \hat{i}_X \hat{Z}_X$$



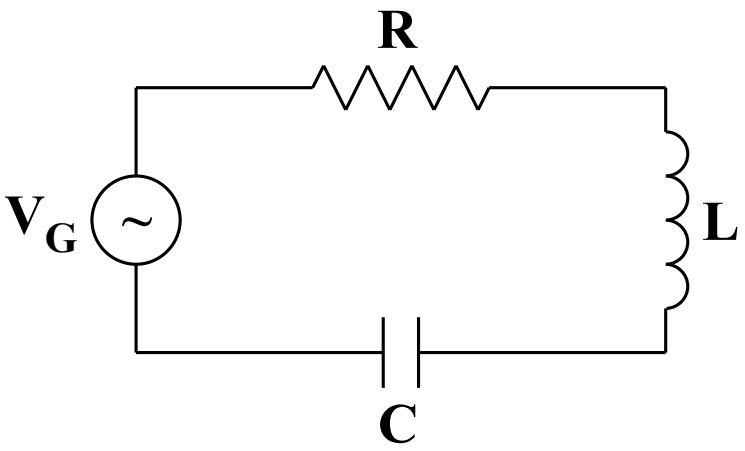
- Para o indutor

$$\hat{Z}_L = \omega L \, \mathrm{e}^{j\frac{\pi}{2}} \qquad \text{e} \qquad \hat{V}_L = \omega L \, i_0 \, \mathrm{e}^{j\left(\omega t - \phi + \frac{\pi}{2}\right)}$$

Tensão sobre cada elemento do circuito RLC

- Sabendo que a corrente é a mesma em cada elemento do circuito, podemos obter a tensão sobre cada um deles através de:

$$\hat{V}_X = \hat{i}_X \hat{Z}_X$$

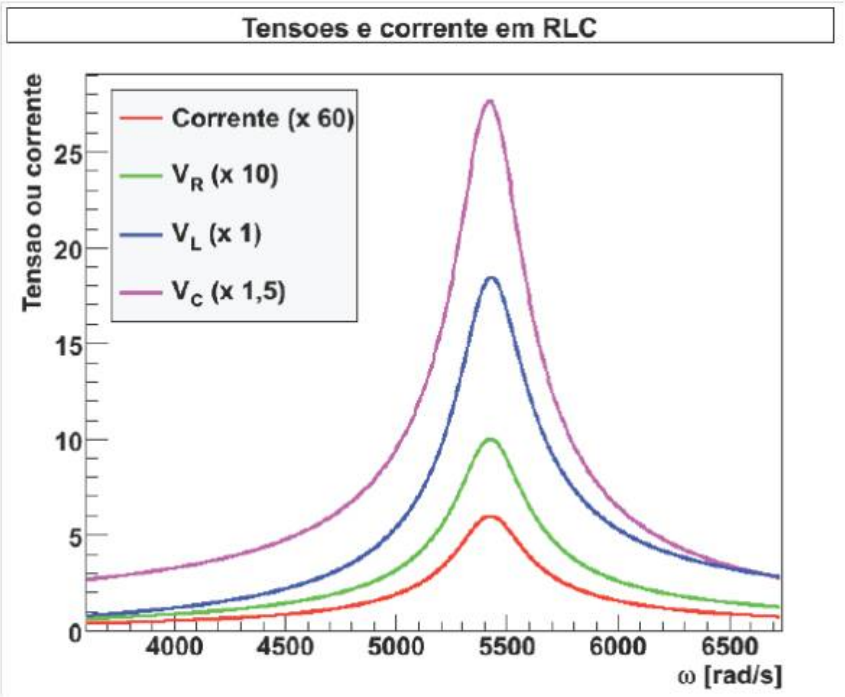


- Para o capacitor

$$\hat{Z}_C = \frac{1}{\omega C} \mathrm{e}^{-j\frac{\pi}{2}} \qquad \text{e} \qquad \hat{V}_C = \frac{i_0}{\omega C} \mathrm{e}^{j\left(\omega t - \phi - \frac{\pi}{2}\right)}$$

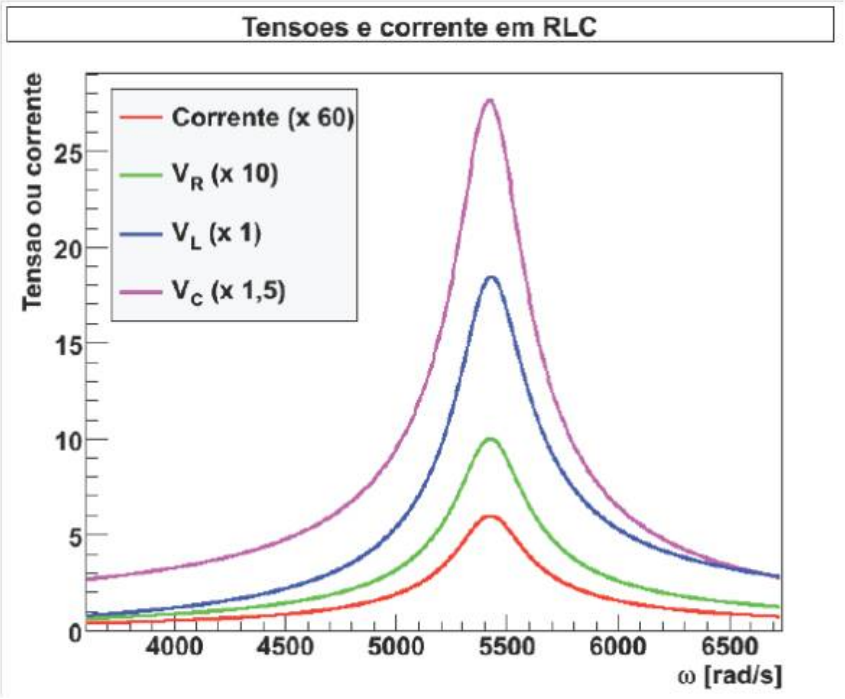
O que podemos prever sobre o circuito?

- Sabemos, teoricamente, como calcular as tensões e corrente no circuito
- Sabemos os valores típicos de capacitores, indutores e resistores disponíveis no laboratório didático
- Podemos fazer previsões teóricas



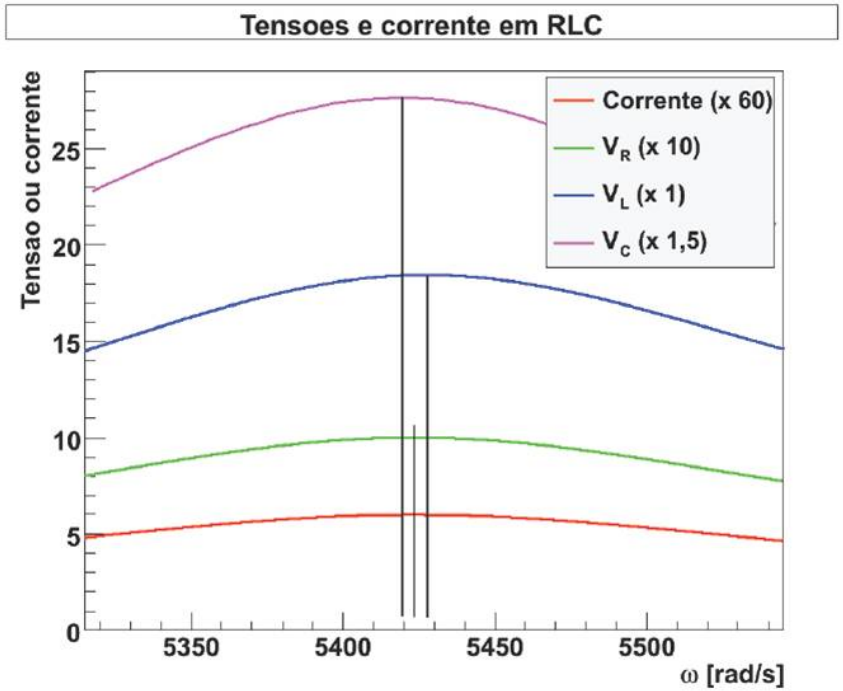
O que podemos investigar?

- A corrente e as tensões apresentam um pico em um valor de frequência bem definido $\Rightarrow$ RESSONÂNCIA
- A posição do pico é a mesma para todos sinais?
- O que define a posição deste pico?
- O que define a altura e largura deste pico?
- O sistema real se comporta como a previsão teórica?



O que podemos investigar?

- A posição do pico é a mesma para todos sinais?
- O que define a posição deste pico?



Ressonância em corrente

$$\hat{i}(t) = \frac{V_0}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \, \mathrm{e}^{j(\omega t - \phi)}$$

- Condição para corrente máxima

$$\frac{di_0}{d\omega} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{d}{d\omega}\left[R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2\right] = 0$$

- Frequência de ressonância

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Ressonância em carga

- Tensão no capacitor

$$\hat{V}_C = \frac{i_0}{\omega C}\,\mathrm{e}^{j\left(\omega t-\phi-\frac{\pi}{2}\right)} = \frac{V_0}{\omega C\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}}\,\mathrm{e}^{j\left(\omega t-\phi-\frac{\pi}{2}\right)}$$

- Condição para tensão máxima

$$\frac{dV_{C0}}{d\omega} = 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{d}{d\omega}\left[\omega C\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}\right] = 0$$

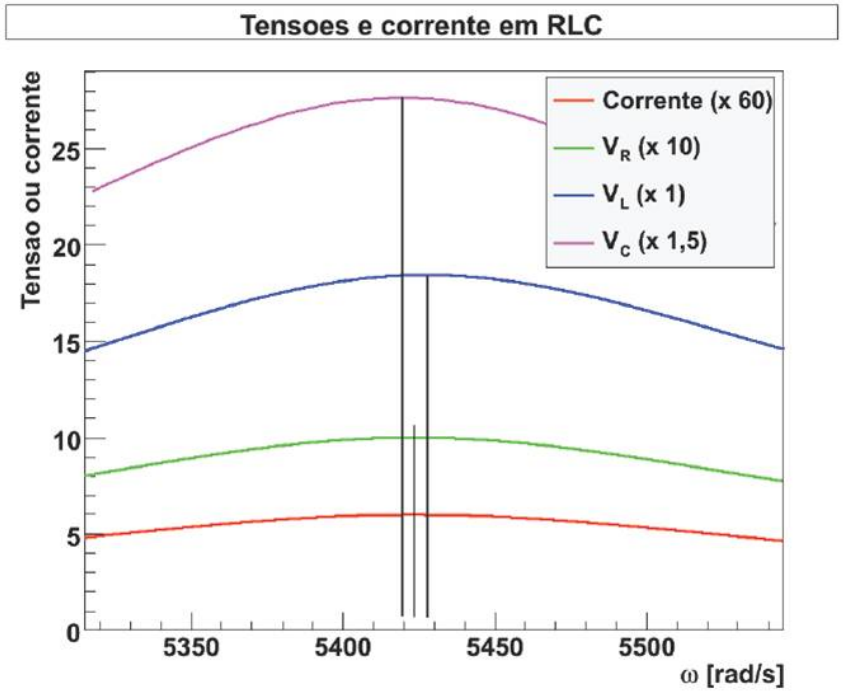
- Frequência de ressonância

$$\omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{R^2}{2L^2}}$$

Frequências de ressonância

- É possível distinguir as frequências de ressonância em carga e corrente?

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \qquad \omega_1 = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{R^2}{2L^2}}$$

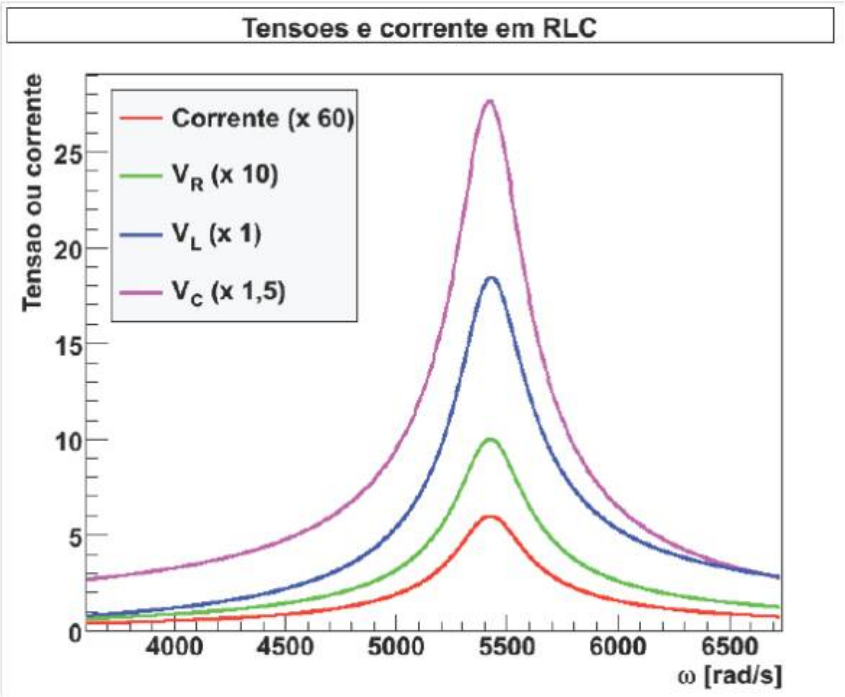


$$\omega_0 - \omega_1 \sim \frac{5}{5000} \sim 0.01\%$$

- Se há limitações experimentais, a diferença entre as frequências de ressonância é difícil de ser estudada

O que podemos investigar?

- O que define a altura e largura deste pico?



Fator de qualidade

- Fator de qualidade (Q) do circuito

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega}$$

  - $\Delta\omega$ é a largura do pico de ressonância em corrente a $\frac{1}{\sqrt{2}}$ da altura máxima

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} = 2\pi\frac{U}{\Delta U}$$

  - U é a energia armazenada no sistema na condição de ressonância e ΔU é a energia dissipada pelo sistema durante um período de oscilação

Fator de qualidade

- Fator de qualidade (Q) do circuito

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} = 2\pi\frac{U}{\Delta U}$$

- U é a energia armazenada no sistema na condição de ressonância

$$U = \frac{1}{2}Li_0^2 = \frac{1}{2}CV_{C0}^2$$

  - Energia armazenada no campo magnético do indutor ou no campo elétrico do capacitor

- ΔU é a energia dissipada pelo sistema durante um período de oscilação

$$\Delta U = PT = \frac{1}{2}Ri_0^2T = \frac{1}{2}Ri_0^2\frac{2\pi}{\omega_0}$$

  - Energia dissipada no resistor em um período

Fator de qualidade

- Fator de qualidade (Q) do circuito

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} = 2\pi \frac{U}{\Delta U}$$

- Substituindo

$$Q = 2\pi \frac{L i_0^2}{2} \frac{2\omega_0}{2\pi R i_0^2}$$

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R}$$

O que podemos investigar?

- A corrente e as tensões apresentam um pico em um valor de frequência bem definido $\Rightarrow$ RESSONÂNCIA
- A posição do pico é a mesma para todos sinais?
- O que define a posição deste pico?
- O que define a altura e largura deste pico?
- O sistema real se comporta como a previsão teórica?
- A frequência de ressonância é ligeiramente diferente se observarmos a corrente, tensão no capacitor ou indutor
  - Contudo, é muito difícil quantificar experimentalmente
  - CONCLUSÃO: Vamos medir apenas uma curva de ressonância e tentar aprender o máximo possível com ela
    - Ressonância em corrente
- O que podemos obter da curva de ressonância?
  - Frequência e largura
  - Fator de qualidade (Q)
    - Energia armazenada e dissipada no circuito.

Resistências no circuito

- Na condição de ressonância em corrente ($\omega = \omega_0$)

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2} \qquad \Rightarrow \qquad Z_{Res} = R$$

$$\phi = \arctan\left(\frac{\omega L}{R} - \frac{1}{\omega RC}\right) \qquad \Rightarrow \qquad \phi_{Res} = 0$$

  - Corrente e tensão estão em fase, o circuito é puramente resistivo
- Nessa condição

$$V_G = Ri_0$$

  - V_G é a tensão de pico aplicada pelo gerador e i_0 é a corrente de pico no circuito
  - Medindo-se V_G e i_0 na ressonância pode-se obter a resistência total R do circuito

Sumário

1. Experimento
   - Experimento I
   - Corrente e tensão alternadas
   - Elementos de circuito
   - Notação complexa e impedância
   - Circuito RLC
   - Atividades da semana I
2. Incertezas
   - Representação de uma medida
   - Estatística
   - Exemplo

Objetivos da semana

- Estudos as condições de ressonância em um circuito RLC
  - Determinar o comportamento do sistema
  - Obter os parâmetros experimentalmente

Atividades pré-lab

- Verificar no roteiro do experimento no site
- OS GRUPOS somente poderão usar o laboratório após apresentar esta atividade resolvida

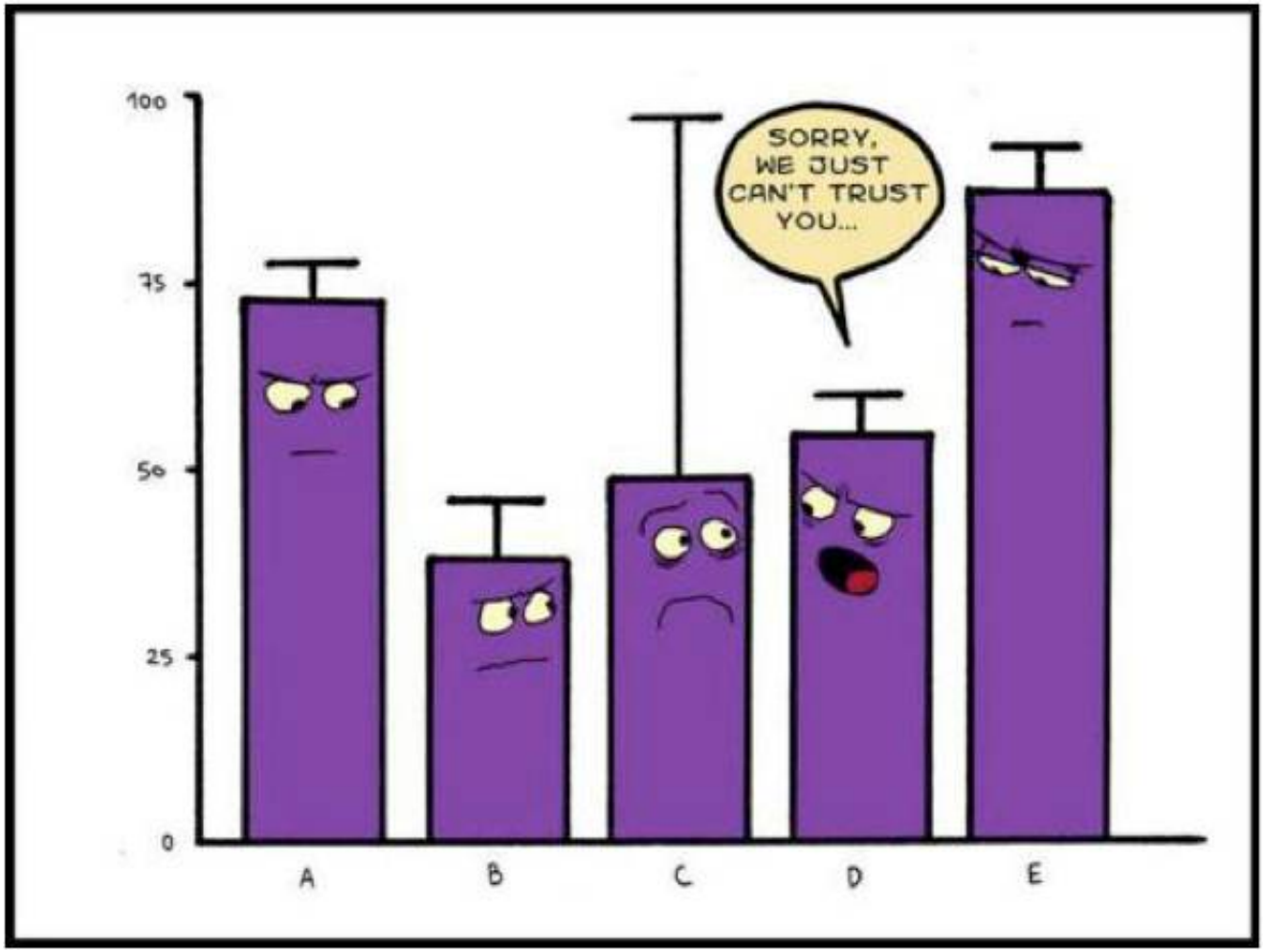
Atividades da semana

- Medir a curva de ressonância em corrente para um circuito RLC para dois resistores diferentes
  - Ajustar as curvas obtidas com o modelo teórico e determinar os valores de R, L e C
  - Obter a frequência de ressonância e o fator de qualidade dos sistemas

Sumário

1. Experimento
   - Experimento I
   - Corrente e tensão alternadas
   - Elementos de circuito
   - Notação complexa e impedância
   - Circuito RLC
   - Atividades da semana I
2. Incertezas
   - Representação de uma medida
   - Estatística
   - Exemplo

Incertezas



Revendo alguns conceitos sobre incertezas

Sumário

1. Experimento
   - Experimento I
   - Corrente e tensão alternadas
   - Elementos de circuito
   - Notação complexa e impedância
   - Circuito RLC
   - Atividades da semana I
2. Incertezas
   - Representação de uma medida
   - Estatística
   - Exemplo

O método científico

- A verificação e falsificação - Einstein: "No amount of experimentation can ever prove me right; a single experiment can prove me wrong."

http://en.wikipedia.org/wiki/Scientific_method

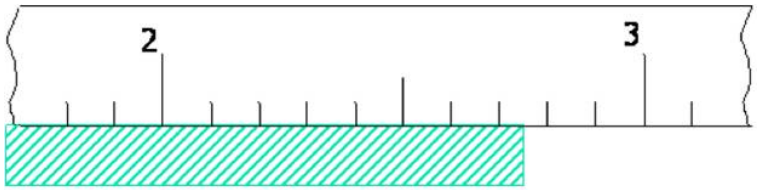
http://www.unicamp.br/~chibeni/textosdidaticos/metodocientifico.pdf

O método científico

- Uma medida é sempre uma comparação com um padrão
- Sujeita a imperfeições e limitações
- Algarismos significativos
  - Todos que tenho certeza + primeiro duvidoso (estimado)

O método científico

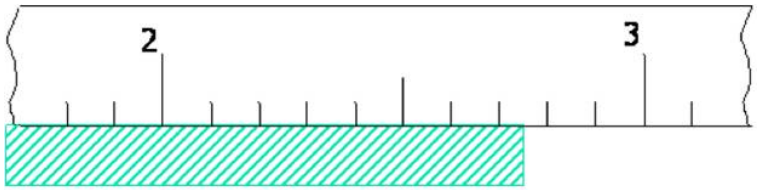
- Uma medida é sempre uma comparação com um padrão
- Sujeita a imperfeições e limitações
- Algarismos significativos
  - Todos que tenho certeza + primeiro duvidoso (estimado)



$$L = 2,74$$

O método científico

- Uma medida é sempre uma comparação com um padrão
- Sujeita a imperfeições e limitações
- Algarismos significativos
  - Todos que tenho certeza + primeiro duvidoso (estimado)

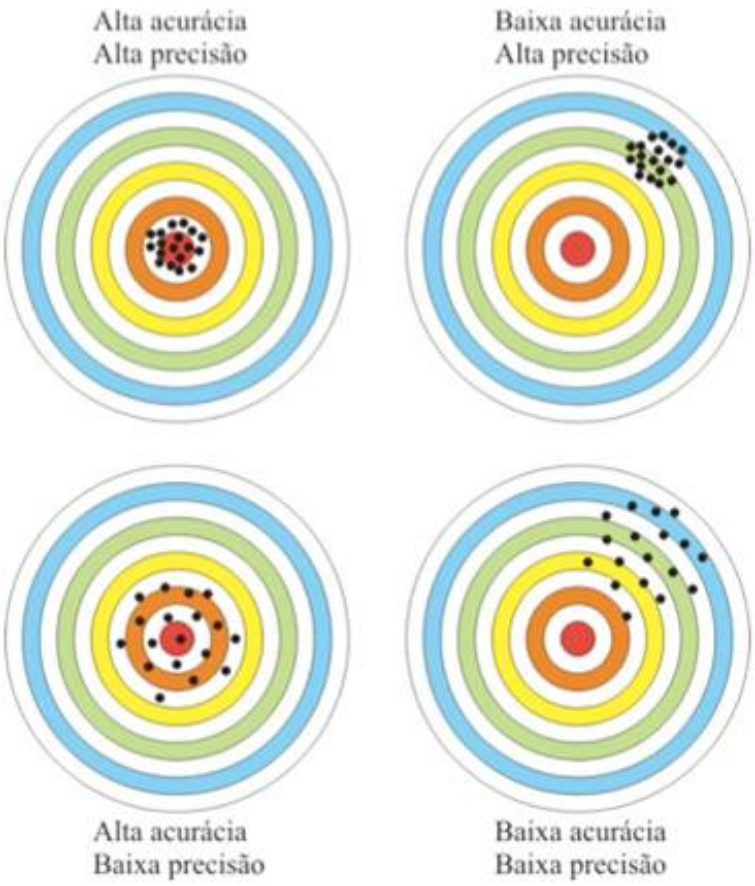


$$L = 2,74$$

- 2 e 7 tenho "certeza"
- 4 é uma estimativa $\rightarrow$ duvidoso

Acurácia e precisão

- **Precisão**: Relacionada à flutuação entre uma medida e outra
- **Acurácia**: Quão próximo você está do valor verdadeiro



Erro e incerteza

- Erro = valor verdadeiro - valor medido
  - Toda medida experimental apresenta um erro
  - O valor do erro não pode ser conhecido
  - Vamos ver nesse semestre que existem dois tipos de erro, um relacionado à precisão e outro, à acurácia
- Incerteza = melhor estimativa do valor do erro

Representando uma medida

- Faz-se a medida e avalia-se a incerteza
- Escreve-se a incerteza com, no máximo, 2 algarismos significativos
- A grandeza acompanha a precisão da incerteza
- Exemplo:
  - Obtive estes valores na calculadora

$$\text{Tempo médio} = 2{,}8764536952 \text{ s}$$

$$\text{Incerteza} = 0{,}0456485323 \text{ s}$$

  - Escrevo o resultado como:

Representando uma medida

- Faz-se a medida e avalia-se a incerteza
- Escreve-se a incerteza com, no máximo, 2 algarismos significativos
- A grandeza acompanha a precisão da incerteza
- Exemplo:
  - Obtive estes valores na calculadora

$$\text{Tempo médio} = 2{,}8764536952 \text{ s}$$

$$\text{Incerteza} = 0{,}0456485323 \text{ s}$$

  - Escrevo o resultado como:

$$\textbf{Tempo médio} = (\textbf{2,876} \pm \textbf{0,046}) \textbf{ s}$$

ou

$$\textbf{Tempo médio} = (\textbf{2,88} \pm \textbf{0,05}) \textbf{ s}$$

Sumário

1. Experimento
   - Experimento I
   - Corrente e tensão alternadas
   - Elementos de circuito
   - Notação complexa e impedância
   - Circuito RLC
   - Atividades da semana I
2. Incertezas
   - Representação de uma medida
   - Estatística
   - Exemplo

Estimando incertezas: alguns conceitos de estatística

- Repetição de um experimento como ferramenta de avaliação da sua precisão
- Quanto mais eu repito, mais preciso se torna o valor médio
- Lei dos grandes números: se n tende ao infinito, o valor médio tende ao valor verdadeiro
  - Não havendo problemas de acurácia

$$\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} y_i$$

se $n \to \infty$, $\bar{y} \to \tilde{y}$

Desvio padrão

- Avaliação da flutuação dos dados em torno da média da amostra (por não conhecermos o valor verdadeiro)
- Não reflete problemas de acurácia
- O desvio padrão é o correspondente à incerteza estatística de uma única medida realizada
- Cada medida, além da incerteza instrumental, possui uma incerteza estatística dada pelo desvio padrão

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \tilde{y})^2} \sim \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}$$

Desvio padrão da média

- De um conjunto de medidas, obtemos o seu valor médio
- Agora suponha que possamos repetir esse conjunto de medidas k vezes e, em cada caso, obtém-se um valor médio
- Incerteza estatística (precisão) do **valor médio** de uma amostra

$$\sigma_m = \sqrt{\frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}(\bar{y}_i - \tilde{y})^2} \qquad \sigma_m = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

Sumário

1. Experimento
   - Experimento I
   - Corrente e tensão alternadas
   - Elementos de circuito
   - Notação complexa e impedância
   - Circuito RLC
   - Atividades da semana I
2. Incertezas
   - Representação de uma medida
   - Estatística
   - Exemplo

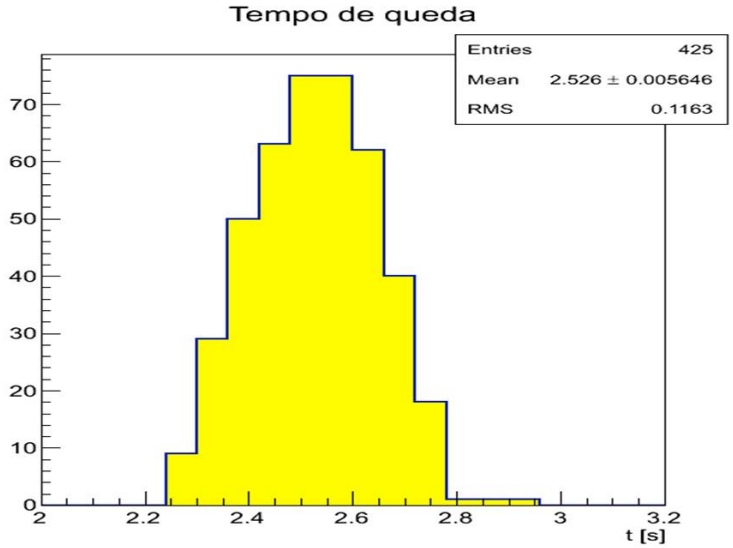
Revendo a análise de queda livre do Pelletron

- Medida de tempo de queda de balões de água
- Quase quinhentas medidas
- Análise estatística
- A aceleração obtida é compatível com a gravidade?

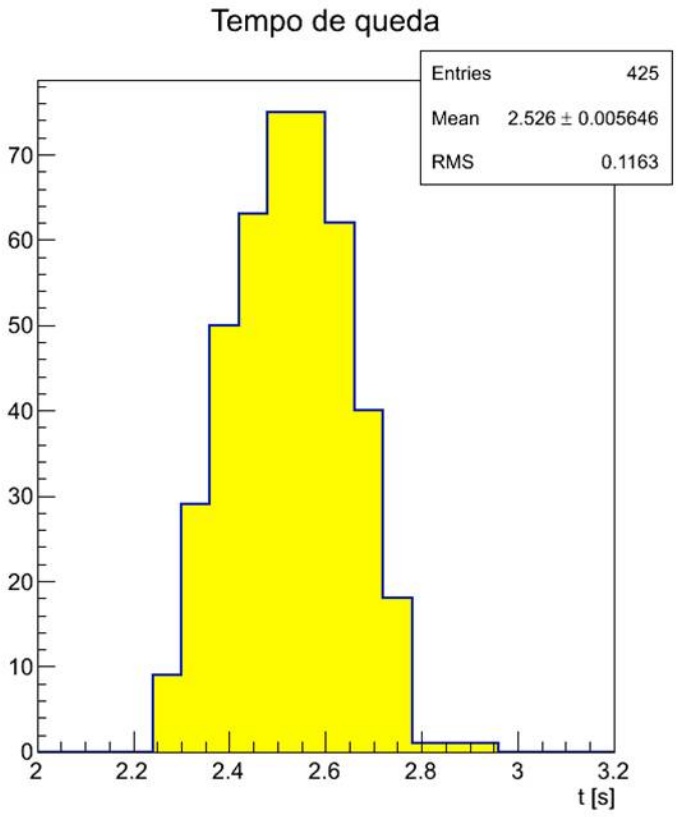
$$g_{IAG} = 9.7864\ \mathrm{m/s^2}$$

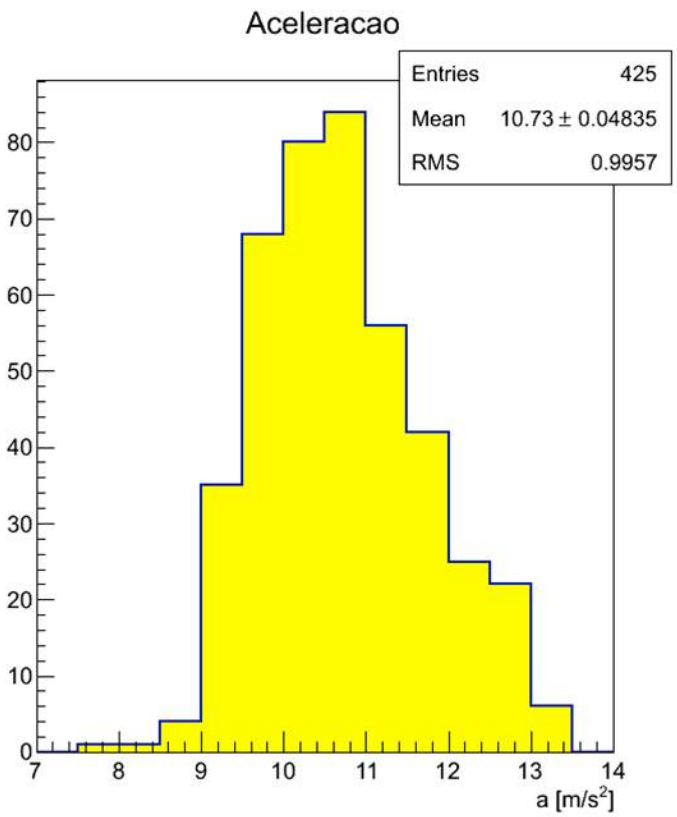
Medidas realizadas

Medida	Tempo (s)	Aceleração (m/s^2)
1	2,46	11,2
2	2,61	9,98
...	...	...
∼500	2,73	9,12



Histogramas





Desvio padrão das medidas

- O desvio padrão é uma estimativa de quanto cada medida flutua em torno do valor médio da amostra
- Estimativa da incerteza de cada medida

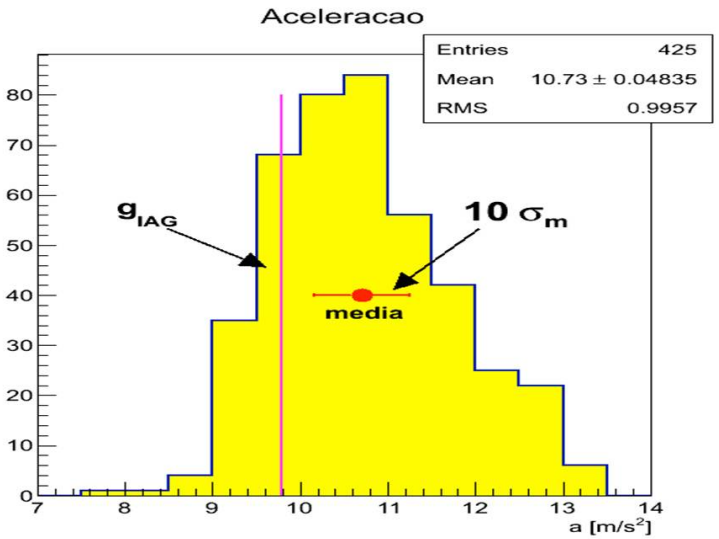
$\sigma_{tempo} = 0,12$ s

$\sigma_{acelera} = 1,00$ m/s^2

Medida	**Tempo (s)**	**Aceleração (m/s^2)**
1	2,46	11,2
2	2,61	9,98
...	...	...
∼500	2,73	9,12

Acurácia e precisão da medida

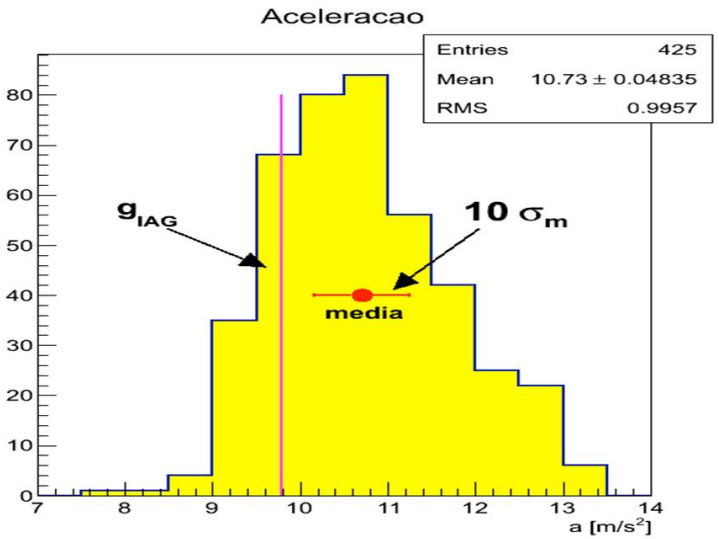
- Os valores de aceleração são precisos e acurados?
- **Precisão**:
  - Desvio padrão: $\sigma_{acel} = 1$ m/s^2
  - ~ 10 % do valor de g
  - $g_{IAG} = 9,7864$ m/s^2
  - $g_{medio} = 10,73 \pm 0,05$ m/s^2



Acurácia e precisão da medida

- Os valores de aceleração são precisos e acurados?
- **Precisão**:
  - Desvio padrão: $\sigma_{acel} = 1$ m/s^2
  - ~ 10 % do valor de g
  - $g_{IAG} = 9,7864$ m/s^2
  - $g_{medio} = 10,73 \pm 0,05$ m/s^2
- **Acurácia**:

$$\frac{g_{medio} - g_{IAG}}{\sigma_m} = 19$$



Revendo a acurácia do experimento

- Como investigar a diferença entre o valor médio e o valor do IAG?
- **Hipóteses teóricas**
  - Desprezamos a resistência do ar
    - Se fosse importante iria diminuir a aceleração e não aumentar

Revendo a acurácia do experimento

- Como investigar a diferença entre o valor médio e o valor do IAG?
- **Hipóteses teóricas**
  - Desprezamos a resistência do ar
    - Se fosse importante iria diminuir a aceleração e não aumentar
  - Velocidade inicial diferente de zero
    - Equação horária

$$y = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

    - Para a aceleração ser igual ao valor do IAG, teríamos que ter

$$v_0 = 1,1\,\mathrm{m/s}$$

    - Valor muito elevado se comparado ao método utilizado para lançar as bolas

Revendo a acurácia do experimento

- Como investigar a diferença entre o valor médio e o valor do IAG?
- **Hipóteses teóricas**
  - Desprezamos a resistência do ar
    - Se fosse importante iria diminuir a aceleração e não aumentar
  - Velocidade inicial diferente de zero
    - Equação horária

$$y = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

    - Para a aceleração ser igual ao valor do IAG, teríamos que ter

$$v_0 = 1,1\,\mathrm{m/s}$$

    - Valor muito elevado se comparado ao método utilizado para lançar as bolas
  - A revisão das hipóteses teóricas não parece resolver a discrepância

Revendo a acurácia do experimento

- Como investigar a diferença entre o valor médio e o valor do IAG?
- **Rever o procedimento experimental**
  - O disparo do cronômetro foi auditivo
    - Som tem velocidade de $\sim$340 m/s
    - Torre tem altura de 34 metros
    - Ouvimos o som 0,1 segundo depois que a bola começa a cair

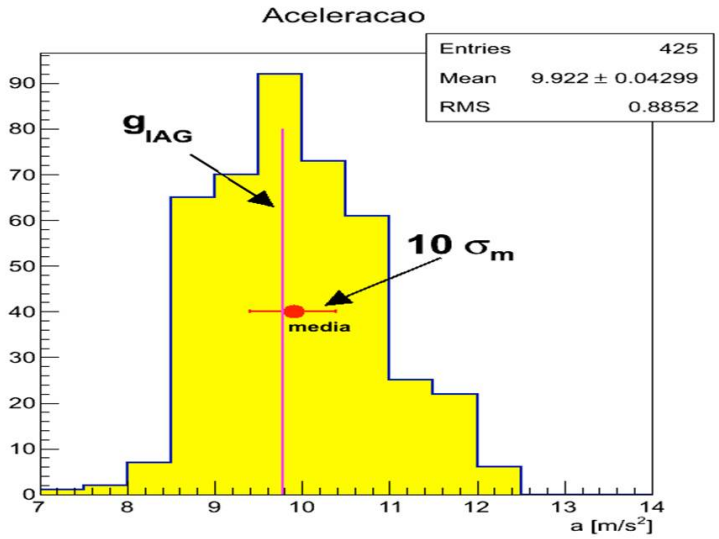
Revendo a acurácia do experimento

- Como investigar a diferença entre o valor médio e o valor do IAG?
- **Rever o procedimento experimental**
  - O disparo do cronômetro foi auditivo
    - Som tem velocidade de $\sim$340 m/s
    - Torre tem altura de 34 metros
    - Ouvimos o som 0,1 segundo depois que a bola começa a cair
    - Ou seja, o tempo medido é sistematicamente menor que o tempo de queda por aproximadamente 0,1 segundo
    - O que acontece se somarmos 0,1 segundo em todos os tempos de queda?

Tentando corrigir problemas de acurácia

- Acrescentando 0,1 segundo em todos os tempos
- **Precisão**:
  - Desvio padrão: $\sigma_{acel} = 0,9$ m/s^2
  - $\sim$ 10 % do valor de g
  - $g_{IAG} = 9,7864$ m/s^2
  - $g_{medio} = 9,92 \pm 0,04$ m/s^2
- **Acurácia**:

$$\frac{g_{medio} - g_{IAG}}{\sigma_m} = 3$$



Conclusões

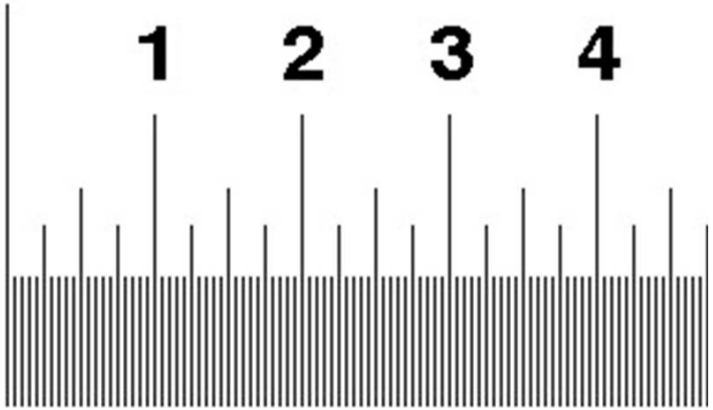
- A repetição exaustiva do experimento permitiu realizar uma análise estatística que evidenciava um problema no procedimento adotado para analisar os dados
- Isso só foi possível porque essa repetição permitiu avaliar as incertezas envolvidas, principalmente a incerteza na aceleração medida
- Em muitas situações não podemos repetir o experimento à exaustão
  - custa caro, leva muito tempo, etc.
- Como proceder se fizermos apenas uma medida de tempo?
- Qual a incerteza no tempo e aceleração?

E se não for possível repetir?

- Nas medidas diretas, tente estimar qual seria a flutuação obtida caso você repetisse o experimento

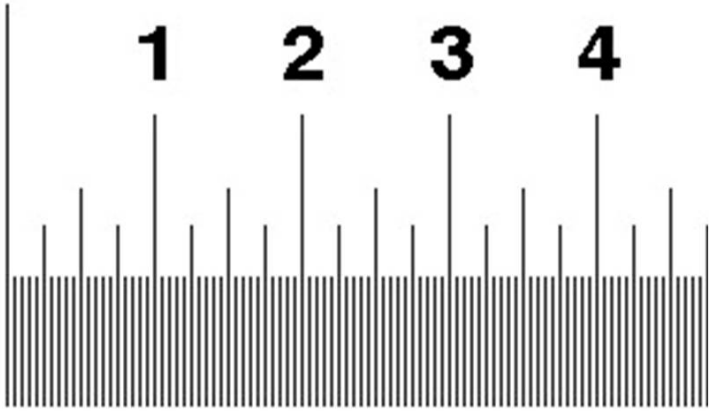
E se não for possível repetir?

- Nas medidas diretas, tente estimar qual seria a flutuação obtida caso você repetisse o experimento
- Em instrumentos com escalas simples desenhadas, como réguas, em geral utiliza-se metade da menor divisão



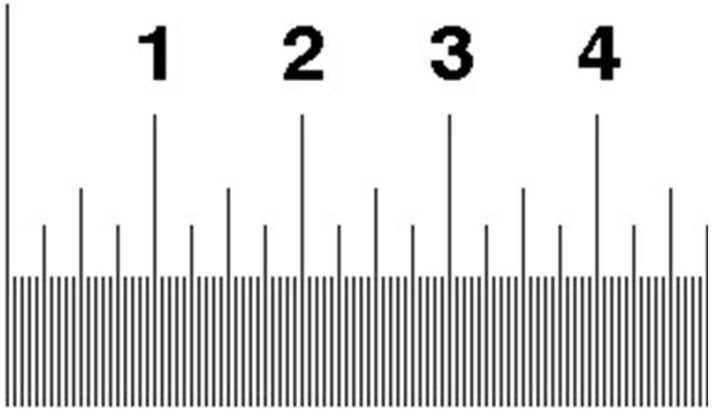
E se não for possível repetir?

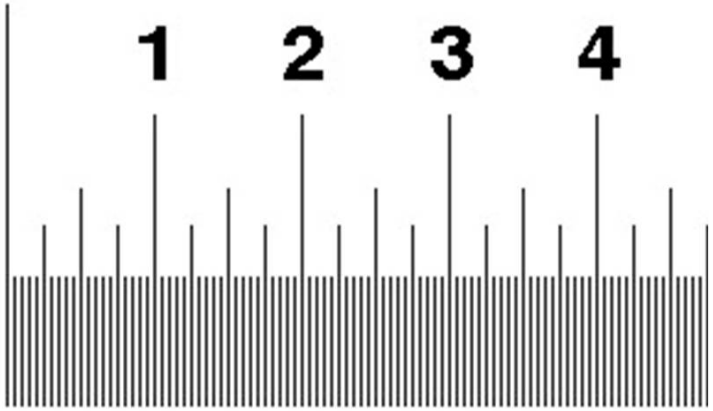
- Nas medidas diretas, tente estimar qual seria a flutuação obtida caso você repetisse o experimento
- Em instrumentos com escalas simples desenhadas, como réguas, em geral utiliza-se metade da menor divisão
- Em instrumentos digitais essa informação está disponível no manual do instrumento



E se não for possível repetir?

- Nas medidas diretas, tente estimar qual seria a flutuação obtida caso você repetisse o experimento
- Em instrumentos com escalas simples desenhadas, como réguas, em geral utiliza-se metade da menor divisão
- Em instrumentos digitais essa informação está disponível no manual do instrumento
- Avalie a precisão humana
  - Por exemplo, o tempo de reação para disparar e parar um cronômetro



E se não for possível repetir?

- Nas medidas diretas, tente estimar qual seria a flutuação obtida caso você repetisse o experimento
- Em instrumentos com escalas simples desenhadas, como réguas, em geral utiliza-se metade da menor divisão
- Em instrumentos digitais essa informação está disponível no manual do instrumento
- Avalie a precisão humana
  - Por exemplo, o tempo de reação para disparar e parar um cronômetro
- E grandezas derivadas?
  - Propagação de incertezas