

Universidade de São Paulo
Faculdade de Arquitetura e Urbanismo
FAU USP

PEF2602 - Estruturas na Arquitetura II
Sistemas Reticulados
Exercício 1

Docente:
Prof. Ruy Marcelo Pauletti

Alunos:
Ana Beatriz Pahor P. da Costa 8011229
Ana Cristina Ganzaroli Pinheiro 8010430
Fernanda Bárbaro M. Peralta 8010872
Giovanna H. B. Albuquerque 8011104
Isabela Belini 8125845

São Paulo
Novembro de 2014

IDENTIFICAÇÃO

Alunas, da esquerda para a direita:

Ana Cristina Ganzaroli Pinheiro 8010430

Ana Beatriz P. Da Costa 8011229

Isabela Belini 8125845

Giovanna H. B. Albuquerque 8011104

Fernanda Bárbaro M. Peralta 8010872



SUMÁRIO

Capítulo 1 – Introdução	4
1.1 Introdução	4
Capítulo 2 – Cálculo dos Esforços Solicitantes	5
2.1. Dados geométricos da estrutura	5
2.2. Carregamento na estrutura	7
2.3. Esforços solicitantes nos membros da Treliça	8
Capítulo 3 – Dimensionamento	19
3.1. Dimensionamento	19
3.2. Propriedades do Material	20
3.3. Escolha dos Perfis de Aço	24
Capítulo 4 – Peso próprio da estrutura	25
4.1. Cálculo de peso próprio da estrutura	25
Capítulo 5 – FTOOL	27
5.1. Ftool	27
5.2. Propriedades do material das barras	28
5.3. Treliça completa - nós rígidos	29
5.4. Treliça completa - nós articulados	30
5.5. Treliça Sistema Vierendeel - nós rígidos	31
5.6. Treliça Sistema Vierendeel - nós articulados	32
5.7. Tabela de Forças Normais	33
Conclusão	35
Bibliografia.....	36

CAPÍTULO 1

1.1 INTRODUÇÃO

Este exercício lida com o objeto real, a estrutura treliçada da cobertura do estádio de futebol construído para a Copa do Mundo de 2014, a Arena Corinthians, localizada no bairro de Itaqueria na capital paulista. O estádio foi construído para atender a necessidade do Sport Club Corinthians Paulista de possuir um estádio maior do que possuía na época e também para atender a demanda de um estádio de 60 mil lugares necessário para a realização da Copa do Mundo de 2014, sediada no Brasil. A Arena Corinthians foi construída para um público de 48 mil espectadores para jogos do clube e, durante a Copa, a Arena foi capaz de atender um público de 65800 pessoas por meio da instalação de arquibancadas temporárias.

As soluções construtivas adotadas para a Arena combinam arquitetura com engenharia, uma influenciando diretamente na outra, como é possível perceber na treliça-tipo. Essa foi desenhada de modo a combinar as aspirações do arquiteto com as necessidades estruturais. Optou-se pela utilização de um sistema Vierendeel na parte final da treliça-tipo de forma a permitir uma maior permeabilidade visual, que não seria possível caso fosse utilizada uma treliça nesse trecho. Outra solução de desenho da estrutura que permite uma maior leveza visual está relacionada aos apoios da estrutura, concentrados no canto dessa e deixando a maior parte da treliça em balanço.

O desafio proposto aos alunos é o de dimensionar a treliça-tipo da estrutura. Para tanto, faz-se necessário descobrir as medidas das barras, os ângulos, os esforços externos atuantes na estrutura e as forças normais das barras. Para a realização desse cálculo foi explicitado no enunciado do exercício que se considerasse o trecho Vierendeel como se esse fosse uma treliça. Após essa etapa se torna possível a realização dos cálculos de dimensionamento da treliça com base nas especificações do enunciado do exercício e as explicações dadas em aula.

A próxima etapa do exercício constitui da modelagem da estrutura da treliça-tipo no programa FTool sob duas alternativas. A primeira considerando a parte Vierendeel como se fosse uma treliça, da mesma maneira que os cálculos manuais, e a segunda considerando a estrutura real, ou seja, a parte Vierendeel sendo adotada. Após a realização da modelagem no FTool, deve ser realizada uma comparação entre os valores obtidos nos cálculos manuais e aqueles apresentados pelo programa. A última etapa consiste no cálculo do peso-próprio da treliça.

Nesse relatório o grupo discorre sobre as etapas apresentadas mostrando o raciocínio lógico, os cálculos realizados, os resultados obtidos, os valores encontrados pelo FTool e também a comparação entre resultados manuais e digitais.

CAPÍTULO 2

2.1 DADOS GEOMÉTRICOS DA ESTRUTURA

A primeira etapa do trabalho foi descobrir os dados geométricos da estrutura: as dimensões de todas as barras da treliça-tipo e os ângulos de inclinação delas.

Apesar de uma extensa pesquisa, os tamanhos exatos das barras da treliça não foram encontrados, nem mesmo no artigo de referência *“New Corinthians Stadium in São Paulo”* fornecido aos alunos. Sendo assim, imprimiu-se a imagem da treliça-tipo aproximadamente na escala 1:500 (escala aleatória), e os comprimentos das barras foram obtidas a partir do uso do escalímetro.

A **Figura 1** mostra a numeração atribuída pelo grupo a cada barra da estrutura, de modo que se utilizaram cores distintas para cada componente da treliça. No caso, o laranja foi utilizado para as barras do banzo superior, o azul para os montantes, o lilás para as barras do banzo inferior e o verde para as diagonais. A **Tabela 1** sintetiza os comprimentos das barras encontradas com o uso do escalímetro, com a numeração referente à **Figura 1**.

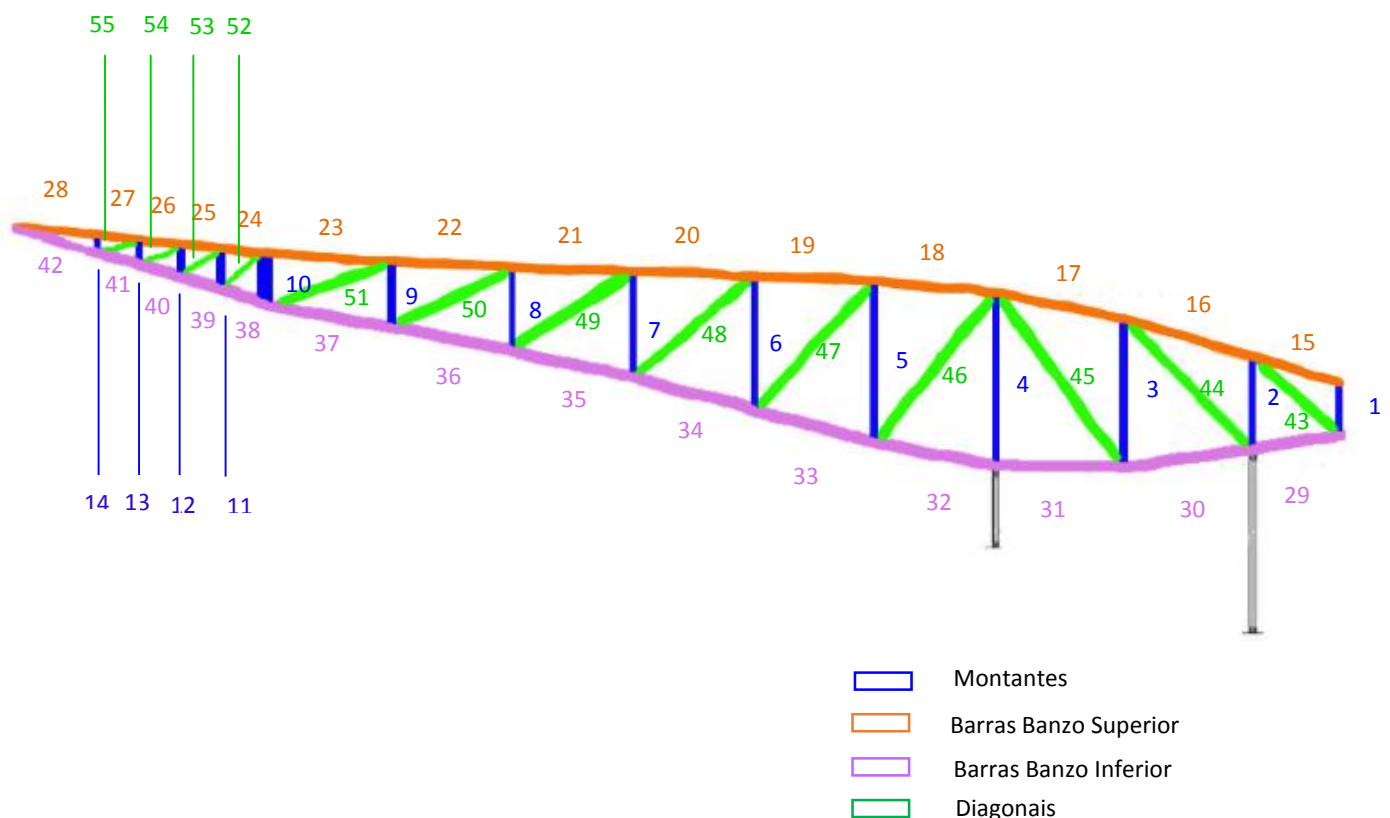


Figura 1. Números atribuídos pelo grupo para cada barra da estrutura, com cores diferentes para cada componente da treliça.

COMPRIMENTO DAS BARRAS DA TRELIÇA (m)			
MONTANTES	BANZO SUPERIOR	BANZO INFERIOR	DIAGONAIS
1. 3,0	15. 5,4	29. 5,2	43. 6,3
2. 5,5	16. 7,9	30. 7,5	44. 10,6
3. 8,6	17. 7,6	31. 7,4	45. 12,3
4. 10,0	18. 7,3	32. 7,3	46. 11,0
5. 9,5	19. 7,0	33. 7,3	47. 10,0
6. 7,8	20. 7,1	34. 7,3	48. 9,2
7. 6,2	21. 7,0	35. 7,3	49. 8,5
8. 4,9	22. 7,2	36. 7,3	50. 7,6
9. 3,7	23. 7,4	37. 7,6	51. 7,4
10. 3,0	24. 2,5	38. 2,6	52. 2,7
11. 2,5	25. 2,4	39. 2,6	53. 2,6
12. 2,0	26. 2,4	40. 2,5	54. 2,6
13. 1,5	27. 2,5	41. 2,6	55. 2,4
14. 1,0	28. 5,0	42. 5,2	

Tabela 1. Comprimentos das barras da treliça-tipo de acordo com a numeração da “Figura 1”

Em relação aos ângulos de inclinação das barras da treliça, eles foram medidos com o uso de transferidor. A **Tabela 2** mostra os ângulos que foram obtidos, assim como seus respectivos seno e cosseno. A localização de cada ângulo foi representada nos cálculos das forças normais das barras da treliça, no item “Esforços solicitantes nos membros da treliça”, onde também foram utilizados os valores de senos e cossenos.

ÂNGULOS	SEN	COS
2°	0,03	0,99
4°	0,07	~ 1
6°	0,1	~ 1
10°	0,17	0,98
12°	0,2	0,98
17°	0,29	0,95
18°	0,3	0,95
20°	0,34	0,94
21°	0,35	0,93

ÂNGULOS	SEN	COS
25°	0,42	0,9
33°	0,54	0,83
35°	0,57	0,81
40°	0,64	0,76
42°	0,67	0,74
43°	0,68	0,73
46°	0,72	0,69
51°	0,77	0,63
54°	0,8	0,58

Tabela 2. Ângulos, senos e cossenos medidos e utilizados no cálculo das forças normais das barras da treliça.

Observação:

Para os cálculos analíticos da estrutura, os alunos foram instruídos a inserir barras diagonais no trecho da Viga Vierendeel. Como é possível observar na **Figura 1**, só não foi incluída uma diagonal na extremidade da Viga Vierendeel. O grupo preferiu não inserí-la porque essa parte final da treliça é formada por duas barras que coincidem, e uma diagonal ali não teria nenhuma utilidade estrutural.

2.2 CARREGAMENTO NA TRELIÇA

O carregamento distribuído na treliça (“q”) foi calculado a partir da fórmula $q = q_0 + q_1$, de modo que “q₀” representa um valor constante de 1,2kN/m² e “q₁” decorre do número do grupo de alunos (n_g), conforme a regra:

$$q_1 = \begin{cases} 0,04 \times n_g & \text{se } n_g \leq 10 \\ 0,02 \times n_g & \text{se } 10 < n_g \leq 20 \\ 0,01 \times n_g & \text{se } 20 < n_g \leq 30 \end{cases}$$

Como o número do nosso grupo é “03”, o “q₁” equivale a 0,12 kN/m². Portanto, o carregamento distribuído vertical na estrutura (“q”) corresponde a 1,32 kN/m².

Para obter o carregamento resultante nos nós do banzo superior, a força de 1,32 kN/m² foi multiplicada pela área de influência de cada nó. A área de influência de cada nó, por sua vez, foi calculada multiplicando o espaçamento entre as treliças - que corresponde a 7,5m segundo o artigo “*New Corinthians Stadium in São Paulo*” - pela soma da metade dos comprimentos das barras do banzo superior adjacentes ao nó (tomou-se como referência as dimensões da **Tabela 1**).

Observação:

No caso dos nós localizados nos extremos laterais da estrutura, multiplicamos o espaçamento entre treliças (7,5 m) pelo comprimento total da barra do banzo superior adjacente ao nó.

Na **Tabela 3**, encontram-se as cargas resultantes em cada nó do banzo superior, que foram arredondadas para terem somente uma casa decimal após a vírgula. A **Figura 2** mostra a numeração atribuída pelo grupo a cada nó da estrutura, e representa os carregamentos referentes à **Tabela 3**.

NÓS BANZO SUPERIOR	CARGAS RESULTANTES (kN)
Nó 1	26,7
Nó 2	65,8
Nó 3	76,7
Nó 4	73,8
Nó 5	70,8
Nó 6	69,8
Nó 7	69,8
Nó 8	70,3
Nó 9	72,3
Nó 10	49
Nó 11	24,3
Nó 12	23,8
Nó 13	24,3
Nó 14	37,1
Nó 15	24,7

Tabela 3. Cargas resultantes nos nós do banzo superior da treliça de acordo com a numeração da “Figura 2”

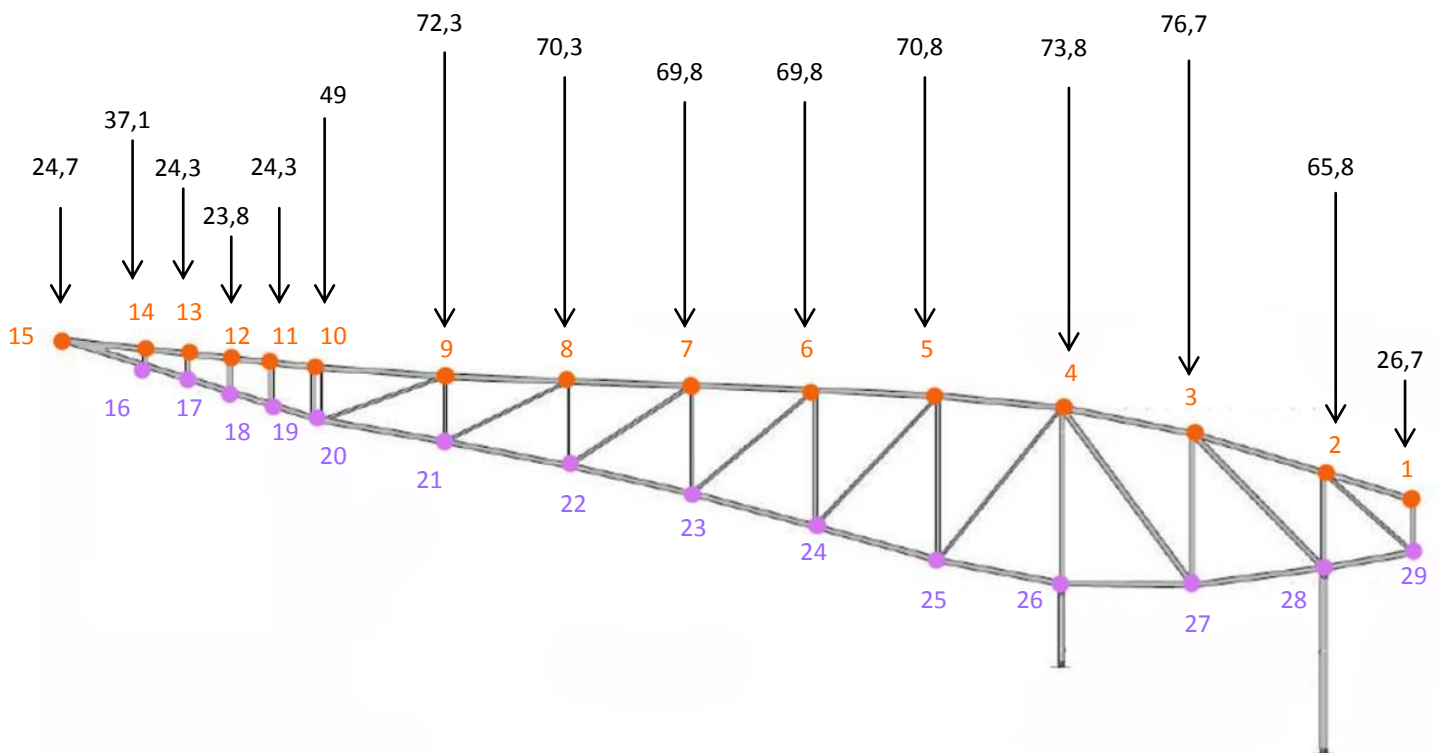


Figura 2. Numeração dos nós (em laranja os nós do banzo superior e em lilás os nós do banzo inferior) e as cargas resultantes nos nós do banzo superior.

2.3 ESFORÇOS SOLICITANTES NOS MEMBROS DA TRELIÇA

Antes de calcular os esforços solicitantes nos membros da treliça, o grupo retificou alguns partes da estrutura, para facilitar as contas e a obtenção dos ângulos de inclinação das barras. A **Figura 3** representa o que foi retificado pelo grupo:

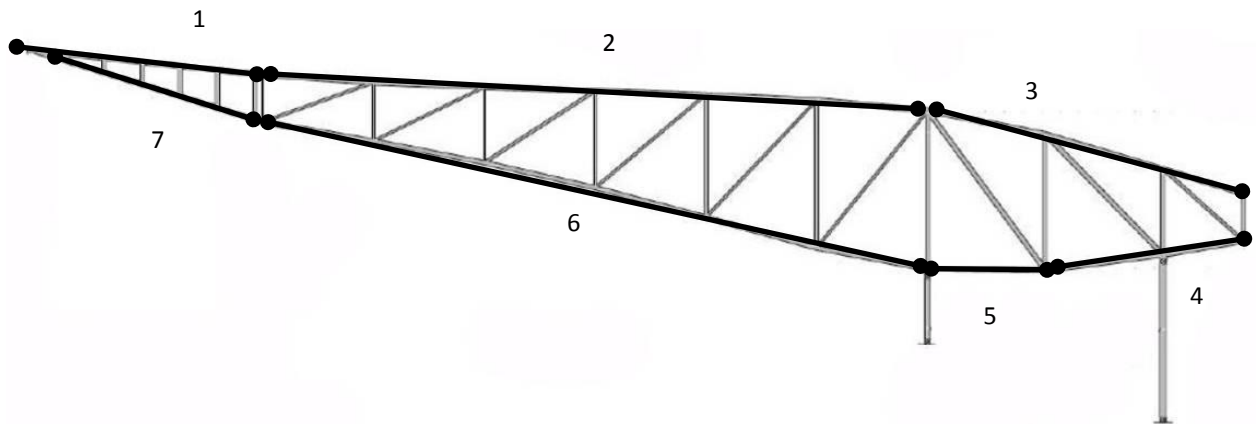
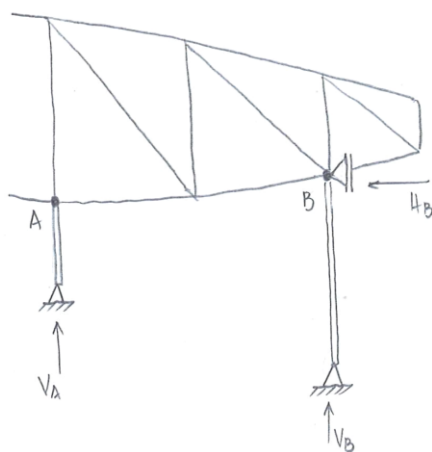


Figura 3. Esquema mostrando as sete retificações feitas pelo grupo na treliça-tipo original.

O grupo iniciou os cálculos a partir das equações de equilíbrio externo. Para isso, as colunas de apoio da treliça ("Pendulum Columns") foram consideradas como barras articuladas nas duas extremidades, com vínculo fixo nas suas bases. O deslocamento lateral foi eliminado por meio de um vínculo móvel posicionado no topo de uma das colunas. A seguir, estão os cálculos das equações de equilíbrio externo da treliça.

EQUAÇÕES DE EQUILÍBRIO NA ESTRUTURA



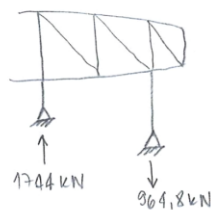
$$\sum F_H = -H_B = 0 \quad \therefore H_B = 0$$

$$\begin{aligned} \sum F_V = V_A + V_B - 24,7 - 37,1 - 24,3 - 23,8 - 24,3 - 49 - \\ - 72,3 - 69,8 - 69,8 - 70,8 - 73,8 - 76,7 - 65,8 - 26,7 = 0 \\ \therefore V_A + V_B = 779,2 \text{ kN} \quad \textcircled{I} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (+\sum M_{(B)} = (24,7 \cdot 72,3) + (37,1 \cdot 68) + (24,3 \cdot 65,2) + (23,8 \cdot 63) \\ + (24,3 \cdot 60,5) + (49 \cdot 57,3) + (72,3 \cdot 50,6) + (70,3 \cdot 43,5) + \\ (69,8 \cdot 36,8) + (69,8 \cdot 29,4) + (70,8 \cdot 22,5) + (73,8 \cdot 15) \\ (76,7 \cdot 7,8) - (26,7 \cdot 5,2) - (V_A \cdot 15) = 0 \\ 15 V_A = 26159,6 \quad \therefore V_A = 1744 \text{ kN} \quad \textcircled{II} \end{aligned}$$

$$\text{de } \textcircled{I} \text{ em } \textcircled{II} : V_B = -964,8 \text{ kN}$$

Portanto:

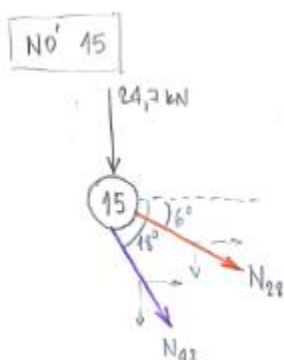


OBS: Os braços das forças para o cálculo dos momentos foi obtido com o escalímetro, de um desenho impresso em escala.

Depois de obter o valor das reações de apoio, começou-se a calcular as forças solicitantes nos membros da treliça. Como foi visto em sala, as únicas forças atuantes no caso são as normais, podendo classificar-se em forças de tração ou compressão. Uma vez que, ao calcular as forças normais nas barras, adotou-se o sentido da tração para as incógnitas, as forças obtidas com o sinal negativo (-) representam forças de compressão e as forças com sinal positivo (+) ou com nenhum sinal representam tração.

O grupo preferiu realizar as contas utilizando o Método dos Nós. Como esse método permite descobrir duas incógnitas por vez, o processo teve início no extremo da estrutura, no Nó 15 (ver **Figura 2**) e progrediu ao longo da treliça à medida que as forças normais foram encontradas. A seguir, estão os cálculos feitos pelo grupo para cada nó da estrutura.

CÁLCULO DAS FORÇAS NORMAIS NAS BARRAS PELO MÉTODO DOS NÓS



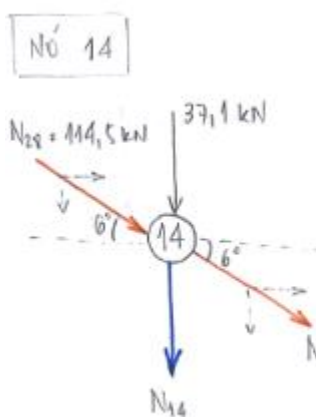
$$\uparrow \Sigma F_V = -24,7 - N_{28} \cdot \text{sen } 6^\circ - N_{42} \cdot \text{sen } 18^\circ = 0 \quad \textcircled{I}$$

$$\rightarrow \Sigma F_H = N_{28} \cdot \cos 6^\circ + N_{42} \cdot \cos 18^\circ = 0 \quad N_{28} + 0,95 N_{42} = 0 \quad \therefore N_{28} = -0,95 N_{42} \quad \textcircled{II}$$

$$\text{de } \textcircled{II} \text{ em } \textcircled{I}: -24,7 - (-0,95 N_{42}) \cdot 0,1 - N_{42} \cdot 0,3 = 0$$

$$-205 N_{42} = 24,7 \quad \therefore N_{42} = -120,5 \text{ kN}$$

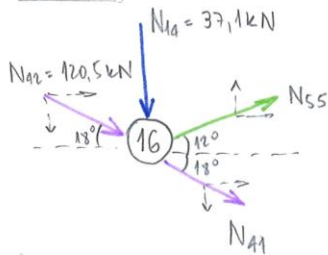
$$N_{28} = -0,95 (-120,5) \quad \therefore N_{28} = 114,5 \text{ kN}$$



$$\rightarrow \Sigma F_H = -114,5 \cdot \cos 6^\circ + N_{23} \cdot \cos 6^\circ = 0 \quad \therefore N_{23} = 114,5 \text{ kN}$$

$$\uparrow \Sigma F_V = -37,1 - N_{14} + 114,5 \cdot \text{sen } 6^\circ - N_{23} \cdot \text{sen } 6^\circ = 0 \quad \therefore N_{14} = -37,1 \text{ kN}$$

NÓ 16



$$\rightarrow \Sigma F_H = 120,5 \cdot \cos 18^\circ + N_{55} \cdot \cos 12^\circ + N_{41} \cdot \cos 18^\circ = 0$$

$$120,5 \cdot 0,92 + N_{55} \cdot 0,98 + N_{41} \cdot 0,92 = 0$$

$$0,98 N_{55} + 0,92 N_{41} = -110,86 \quad \text{I}$$

$$\uparrow \Sigma F_V = -120,5 \cdot \sin 18^\circ - 37,1 + N_{55} \cdot \sin 12^\circ - N_{41} \cdot \sin 18^\circ = 0$$

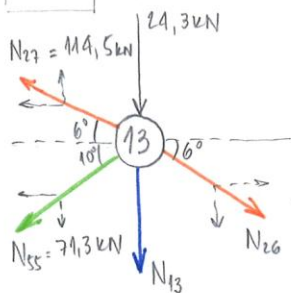
$$0,2 N_{55} - 0,3 N_{41} = 73,55 \quad \therefore N_{55} = 366,25 + 1,5 N_{41} \quad \text{II}$$

de II em I: $0,98(366,25 + 1,5 N_{41}) + 0,92 N_{41} = -110,86$

$$2,39 \cdot N_{41} = -110,86 - 358,925 \quad \therefore N_{41} = -196,6 \text{ kN}$$

$$N_{55} = 366,25 + 1,5(-196,6) \quad \therefore N_{55} = 713 \text{ kN}$$

NÓ 13



$$\uparrow \Sigma F_V = 114,5 \cdot \sin 6^\circ - 71,3 \cdot \sin 10^\circ - N_{13} - 24,3 - N_{26} \cdot \sin 6^\circ = 0$$

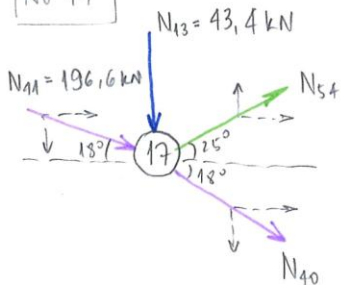
$$N_{13} = -24,971 - 0,1 N_{26} \quad \text{I}$$

$$\rightarrow \Sigma F_H = -114,5 \cdot \cos 6^\circ - 71,3 \cdot \cos 10^\circ + N_{26} \cdot \cos 6^\circ = 0$$

$$-114,5 - 69,874 + N_{26} = 0 \quad \therefore N_{26} = 184,4 \text{ kN} \quad \text{II}$$

de II em I: $N_{13} = -24,971 - 18,44 \quad \therefore N_{13} = -43,4 \text{ kN}$

NÓ 17



$$\rightarrow \Sigma F_H = 196,6 \cdot \cos 18^\circ + N_{54} \cdot \cos 25^\circ + N_{40} \cdot \cos 18^\circ = 0$$

$$186,77 + 0,9 N_{54} + 0,95 N_{40} = 0 \quad \therefore 0,9 N_{54} + 0,95 N_{40} = -186,77 \quad \text{I}$$

$$\uparrow \Sigma F_V = -196,6 \cdot \sin 18^\circ - 43,4 + N_{54} \cdot \sin 25^\circ - N_{40} \cdot \sin 18^\circ = 0$$

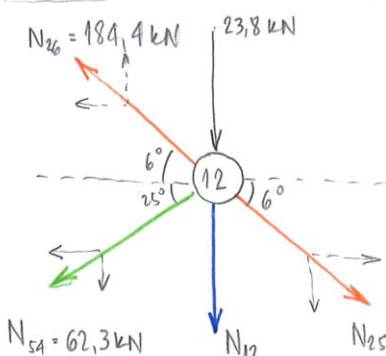
$$-58,98 - 43,4 + 0,42 N_{54} - 0,3 N_{40} = 0$$

$$N_{54} = 243,76 + 0,71 N_{40} \quad \text{II}$$

de II em I: $0,9(243,76 + 0,71 N_{40}) + 0,95 N_{40} = -186,77 \quad \therefore N_{40} = -255,6 \text{ kN}$

$$N_{54} = 243,76 + 0,71(-255,6) \quad \therefore N_{54} = 62,3 \text{ kN}$$

NÓ 12



$$\rightarrow \Sigma F_H = -184,4 \cdot \cos 6^\circ - 62,3 \cdot \cos 25^\circ + N_{25} \cdot \cos 6^\circ = 0$$

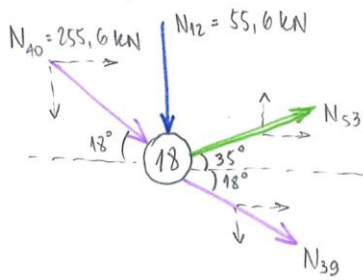
$$-184,4 - 53,07 + N_{25} = 0 \quad \therefore N_{25} = 240,5 \text{ kN}$$

$$\uparrow \Sigma F_V = 184,4 \cdot \sin 6^\circ - 62,3 \cdot \sin 25^\circ - 23,8 - N_{12} - 240,5 \cdot \sin 6^\circ = 0$$

$$18,44 - 26,166 - 23,8 - N_{12} - 24,05 = 0$$

$$\therefore N_{12} = -55,6 \text{ kN}$$

Nó 18



$$\rightarrow \Sigma F_H = 255,6 \cdot \cos 18^\circ + N_{53} \cdot \cos 35^\circ + N_{39} \cdot \cos 18^\circ = 0$$

$$242,82 + 0,81 \cdot N_{53} + 0,95 N_{39} = 0 \quad \text{I}$$

$$\uparrow \Sigma F_V = -255,6 \cdot \sin 18^\circ - 55,6 + N_{53} \cdot \sin 35^\circ - N_{39} \cdot \sin 18^\circ = 0$$

$$0,57 N_{53} - 0,3 N_{39} = 132,28 \quad \therefore N_{39} = -440,93 + 1,9 N_{53} \quad \text{II}$$

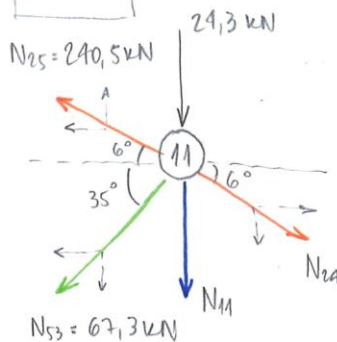
de II em I: $242,82 + 0,81 N_{53} + 0,95(-440,93 + 1,9 N_{53}) = 0$

$$2,615 N_{53} = 176,08 \quad \therefore N_{53} = 67,3 \text{ kN}$$

$$N_{39} = -440,93 + 1,9 \cdot 67,3$$

$$N_{39} = -313 \text{ kN}$$

Nó 11



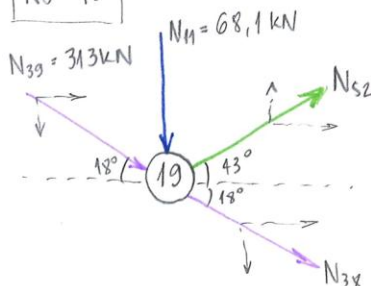
$$\rightarrow \Sigma F_H = -240,5 \cdot \cos 6^\circ - 67,3 \cdot \cos 35^\circ + N_{24} \cdot \cos 6^\circ = 0$$

$$-240,5 - 54,513 + N_{24} = 0 \quad \therefore N_{24} = 295 \text{ kN}$$

$$\uparrow \Sigma F_V = 240,5 \cdot \sin 6^\circ - 67,3 \cdot \sin 35^\circ - 24,3 - N_{11} - N_{24} \cdot \sin 6^\circ = 0$$

$$24,05 - 38,361 - 24,3 - 29,5 = N_{11} \quad \therefore N_{11} = -68,1 \text{ kN}$$

Nó 19



$$\rightarrow \Sigma F_H = 313 \cdot \cos 18^\circ + N_{52} \cdot \cos 43^\circ + N_{38} \cdot \cos 48^\circ = 0$$

$$297,35 + 0,73 N_{52} + 0,95 N_{38} = 0 \quad \text{I}$$

$$\uparrow \Sigma F_V = -313 \cdot \sin 18^\circ - 68,1 + N_{52} \cdot \sin 43^\circ - N_{38} \cdot \sin 18^\circ = 0$$

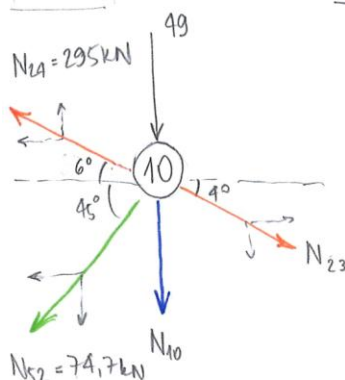
$$0,3 N_{38} = -162 + 0,68 N_{52} \quad \therefore N_{38} = -540 + 2,27 N_{52} \quad \text{II}$$

de II em I: $297,35 + 0,73 N_{52} + 0,95(-540 + 2,27 N_{52}) = 0$

$$2,886 N_{52} = 215,65 \quad \therefore N_{52} = 74,7 \text{ kN}$$

$$N_{38} = -540 + 2,27 \cdot 74,7 \quad \therefore N_{38} = -370,4 \text{ kN}$$

Nó 10



$$\rightarrow \Sigma F_H = N_{23} \cdot \cos 4^\circ - 74,7 \cdot \cos 43^\circ - 295 \cdot \cos 6^\circ = 0$$

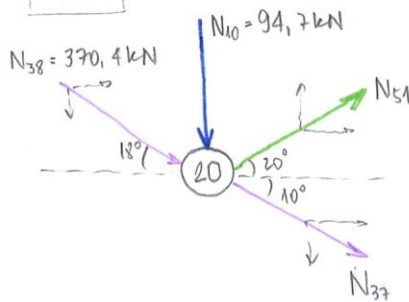
$$N_{23} - 54,53 - 295 = 0 \quad \therefore N_{23} = 349,5 \text{ kN}$$

$$\uparrow \Sigma F_V = -49 - N_{10} - 349,5 \cdot \sin 4^\circ - 74,7 \cdot \sin 43^\circ + 295 \cdot \sin 6^\circ = 0$$

$$-49 - N_{10} - 24,465 - 50,796 + 29,5 = 0$$

$$\therefore N_{10} = -94,7 \text{ kN}$$

Nº 20



$$\rightarrow \Sigma F_H = 370,4 \cdot \cos 18^\circ + N_{51} \cdot \cos 20^\circ + N_{37} \cdot \cos 10^\circ = 0$$

$$351,98 + 0,94 \cdot N_{51} + 0,98 \cdot N_{37} = 0 \quad \text{I}$$

$$\uparrow \Sigma F_V = -370,4 \cdot \sin 18^\circ - 94,7 + N_{51} \cdot \sin 20^\circ - N_{37} \cdot \sin 10^\circ = 0$$

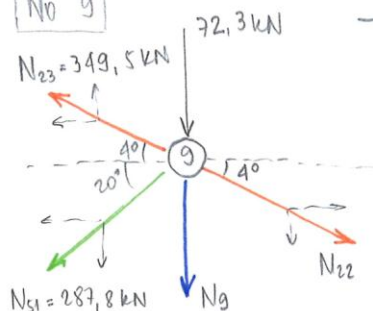
$$0,17 N_{37} = -205,82 + 0,34 N_{51} \quad \therefore N_{37} = -1210,7 + 2 N_{51} \quad \text{II}$$

de II em I: $351,98 + 0,94 N_{51} + 0,98 (-1210,7 + 2 N_{51}) = 0$

$$2,9 N_{51} = 834,6 \quad \therefore N_{51} = 287,8 \text{ kN}$$

$$N_{37} = -1210,7 + 575,6 \quad \therefore N_{37} = -635,1 \text{ kN}$$

Nº 9



$$\rightarrow \Sigma F_H = -349,5 \cdot \cos 4^\circ - 287,8 \cdot \cos 20^\circ + N_{12} \cdot \cos 4^\circ = 0$$

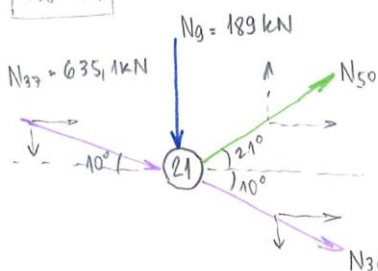
$$-349,5 - 270,53 + N_{12} = 0 \quad \therefore N_{12} = 620 \text{ kN}$$

$$\uparrow \Sigma F_V = 349,5 \cdot \sin 4^\circ - 287,8 \cdot \sin 20^\circ - 72,3 - N_9 - 620 \cdot \sin 4^\circ = 0$$

$$24,465 - 97,852 - 72,3 - 43,4 = N_9$$

$$N_9 = -189 \text{ kN}$$

Nº 21



$$\rightarrow \Sigma F_H = 635,1 \cdot \cos 10^\circ + N_{50} \cdot \cos 21^\circ + N_{36} \cdot \cos 10^\circ = 0$$

$$622,398 + 0,93 \cdot N_{50} + 0,98 \cdot N_{36} = 0 \quad \text{I}$$

$$\uparrow \Sigma F_V = -635,1 \cdot \sin 10^\circ - 189 + N_{50} \cdot \sin 21^\circ - N_{36} \cdot \sin 10^\circ = 0$$

$$-107,967 - 189 + 0,35 N_{50} - 0,17 N_{36} = 0$$

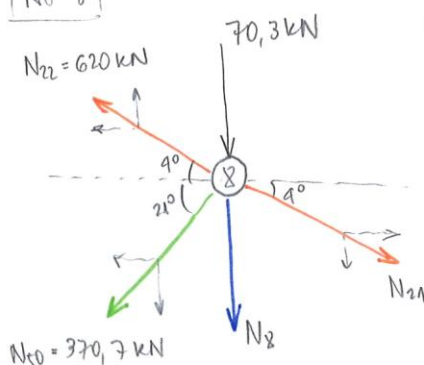
$$\therefore N_{36} = -1746,86 + 2,05 N_{50} \quad \text{II}$$

de II em I: $622,398 + 0,93 N_{50} + 0,98 (-1746,86 + 2,05 N_{50}) = 0$

$$2,939 N_{50} = 1089,522 \quad \therefore N_{50} = 370,7 \text{ kN}$$

$$N_{36} = -1746,86 + 2,05 \cdot 370,7 \quad \therefore N_{36} = -986,9 \text{ kN}$$

Nº 8



$$\rightarrow \Sigma F_H = -620 \cdot \cos 4^\circ - 370,7 \cdot \cos 21^\circ + N_{21} \cdot \cos 4^\circ = 0$$

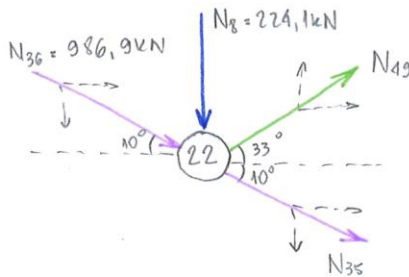
$$-620 - 344,751 + N_{21} = 0 \quad \therefore N_{21} = 964,7 \text{ kN}$$

$$\uparrow \Sigma F_V = 620 \cdot \sin 4^\circ - 370,7 \cdot \sin 21^\circ - 70,3 - N_8 - 964,7 \cdot \sin 4^\circ = 0$$

$$43,4 - 129,745 - 70,3 - 67,529 = N_8$$

$$\therefore N_8 = -224,1 \text{ kN}$$

NÓ 22



$$\uparrow \Sigma F_V = -986,9 \cdot \sin 10^\circ - 224,1 + N_{49} \cdot \sin 33^\circ - N_{35} \cdot \sin 10^\circ = 0$$

$$0,17 \cdot N_{35} = -391,873 + 0,54 N_{49} \quad \therefore N_{35} = -2305,13 + 3,17 N_{49} \quad \text{I}$$

$$\rightarrow \Sigma F_H = 986,9 \cdot \cos 10^\circ + N_{49} \cdot \cos 33^\circ + N_{35} \cdot \cos 10^\circ = 0$$

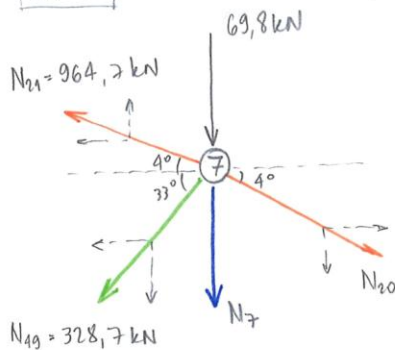
$$967,162 + 0,83 N_{49} + 0,98 \cdot N_{35} \quad \text{II}$$

$$\text{de I em II: } 967,162 + 0,83 N_{49} + 0,98(-2305,13 + 3,17 N_{49}) = 0$$

$$3,93 N_{49} = 1291,858 \quad \therefore N_{49} = 328,7 \text{ kN}$$

$$N_{35} = -2305,13 + 3,17 \cdot 328,7 \quad \therefore N_{35} = -1263,1 \text{ kN}$$

NÓ 7



$$\rightarrow \Sigma F_H = -964,7 \cdot \cos 4^\circ - 328,7 \cdot \cos 33^\circ + N_{20} \cdot \cos 4^\circ = 0$$

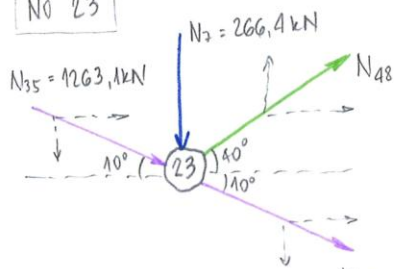
$$-964,7 - 272,821 + N_{20} = 0 \quad \therefore N_{20} = 1237,5 \text{ kN}$$

$$\uparrow \Sigma F_V = 964,7 \cdot \sin 4^\circ - 328,7 \cdot \sin 33^\circ - 69,8 - N_7 - 1237,5 \cdot \sin 4^\circ = 0$$

$$67,529 - 177,498 - 69,8 - N_7 - 86,625 = 0$$

$$\therefore N_7 = -266,4 \text{ kN}$$

NÓ 23



$$\uparrow \Sigma F_V = -1263,1 \cdot \sin 10^\circ - 266,4 + N_{48} \cdot \sin 40^\circ - N_{34} \cdot \sin 10^\circ = 0$$

$$-211,727 - 266,4 + 0,64 N_{48} - 0,17 N_{34} = 0$$

$$N_{34} = -2830,15 + 3,76 N_{48} \quad \text{I}$$

$$\rightarrow \Sigma F_H = 1263,1 \cdot \cos 10^\circ + N_{48} \cdot \cos 40^\circ + N_{34} \cdot \cos 10^\circ = 0$$

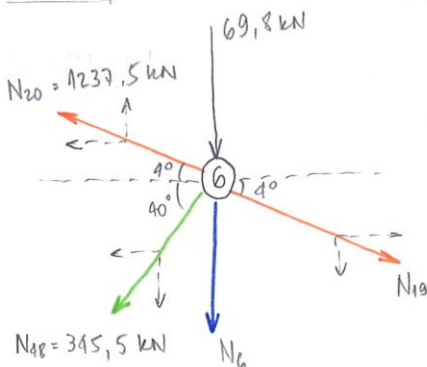
$$1237,838 + 0,76 N_{48} + 0,98 \cdot N_{34} \quad \text{II}$$

$$\text{de I em II: } 1237,838 + 0,76 N_{48} + 0,98(-2830,15 + 3,76 N_{48}) = 0$$

$$1,444 N_{48} = 1535,709 \quad \therefore N_{48} = 345,5 \text{ kN}$$

$$N_{34} = -2830,15 + 3,76 \cdot 345,5 \quad \therefore N_{34} = -1531 \text{ kN}$$

NÓ 6



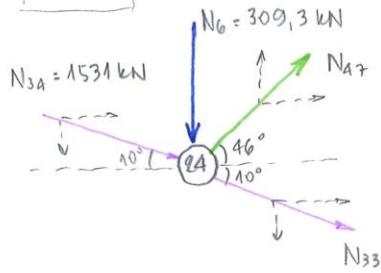
$$\rightarrow \Sigma F_H = -1237,5 \cdot \cos 4^\circ - 345,5 \cdot \cos 40^\circ + N_{19} \cdot \cos 4^\circ = 0$$

$$-1237,5 - 262,58 + N_{19} = 0 \quad \therefore N_{19} = 1500 \text{ kN}$$

$$\uparrow \Sigma F_V = 1237,5 \cdot \sin 4^\circ - 345,5 \cdot \sin 40^\circ - 69,8 - N_6 - 1500 \cdot \sin 4^\circ = 0$$

$$86,625 - 221,12 - 69,8 - 105 = N_6 \quad \therefore N_6 = -309,3 \text{ kN}$$

NÓ 24



$$\uparrow \Sigma F_v = -1531 \cdot \text{sen } 10^\circ - 309,3 + N_{47} \cdot \text{sen } 46^\circ - N_{33} \cdot \text{sen } 10^\circ = 0$$

$$-260,27 - 309,3 + 0,72 N_{47} - 0,17 N_{33} = 0$$

$$0,17 N_{33} = -569,27 + 0,72 N_{47} \quad \therefore N_{33} = -3350,4 + 4,23 N_{47} \quad \textcircled{I}$$

$$\rightarrow \Sigma F_H = 1531 \cdot \cos 10^\circ + N_{47} \cdot \cos 46^\circ + N_{33} \cdot \cos 10^\circ = 0$$

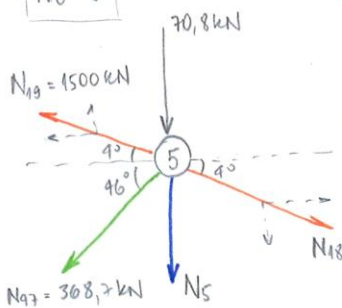
$$1500,38 + 0,69 N_{47} + 0,98 N_{33} \quad \textcircled{II}$$

de $\textcircled{I}$ em $\textcircled{II}$: $1500,38 + 0,69 N_{47} + 0,98 (-3350,4 + 4,23 N_{47}) = 0$

$$4,835 N_{47} = 1783,012 \quad \therefore N_{47} = 368,7 \text{ kN}$$

$$N_{33} = -3350,4 + 4,23 \cdot 368,7 \quad \therefore N_{33} = -1790,8 \text{ kN}$$

NÓ 5



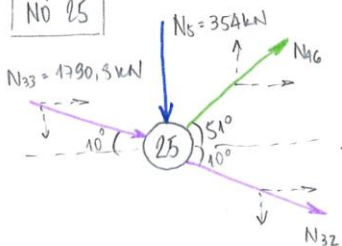
$$\rightarrow \Sigma F_H = -1500 \cdot \cos 4^\circ - 368,7 \cdot \cos 46^\circ + N_{18} \cdot \cos 4^\circ = 0$$

$$-1500 - 254,403 + N_{18} = 0 \quad \therefore N_{18} = 1754,4 \text{ kN}$$

$$\uparrow \Sigma F_v = 1500 \cdot \text{sen } 4^\circ - 368,7 \cdot \text{sen } 46^\circ - 70,8 - N_5 - 1754,4 \cdot \text{sen } 4^\circ = 0$$

$$105 - 265,464 - 70,8 - 122,808 = N_5 \quad \therefore N_5 = -354 \text{ kN}$$

NÓ 25



$$\uparrow \Sigma F_v = -1790,8 \cdot \text{sen } 10^\circ - 354 + N_{46} \cdot \text{sen } 51^\circ - N_{32} \cdot \text{sen } 10^\circ = 0$$

$$-304,436 - 354 + 0,77 N_{46} - 0,17 N_{32} = 0$$

$$0,17 N_{32} = -658,436 + 0,77 N_{46} \quad \therefore N_{32} = -3873,15 + 4,52 N_{46} \quad \textcircled{I}$$

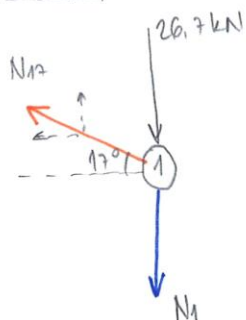
$$\rightarrow \Sigma F_H = 1790,8 \cdot \cos 10^\circ + N_{46} \cdot \cos 51^\circ + N_{32} \cdot \cos 10^\circ = 0$$

$$1754,984 + 0,63 N_{46} + 0,98 N_{32} \quad \textcircled{II}$$

de $\textcircled{I}$ em $\textcircled{II}$: $1754,984 + 0,63 N_{46} + 0,98 (-3873,15 + 4,52 N_{46}) = 0$

$$5,059 N_{46} = 2040,703 \quad \therefore N_{46} = 403,3 \text{ kN} \quad N_{32} = -3873,15 + 4,52 \cdot 403,3 \quad \therefore N_{32} = -2050,2 \text{ kN}$$

NÓ 1

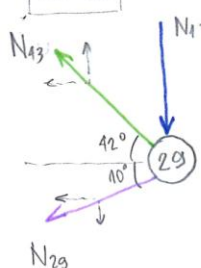


$$\rightarrow \Sigma F_H = -N_{12} \cdot \cos 17^\circ = 0 \quad \therefore N_{12} = 0$$

$$\uparrow \Sigma F_v = -N_1 - 26,7 + N_{12} \cdot \text{sen } 17^\circ = 0$$

$$\therefore N_1 = -26,7 \text{ kN}$$

Nó 29



$$\uparrow \Sigma F_v = N_{43} \cdot \sin 42^\circ - 26,7 - N_{29} \cdot \sin 10^\circ = 0$$

$$0,67 \cdot N_{43} - 26,7 - 0,17 \cdot N_{29} = 0 \quad \therefore N_{29} = 3,94 N_{43} - 157,05 \quad \textcircled{I}$$

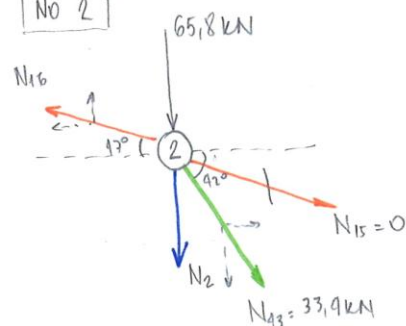
$$\rightarrow \Sigma F_H = -N_{43} \cdot \cos 42^\circ - N_{29} \cdot \cos 10^\circ = 0$$

$$-0,74 N_{43} - 0,98 \cdot N_{29} \quad \textcircled{II}$$

$$\text{de } \textcircled{I} \text{ em } \textcircled{II}: -0,74 \cdot N_{43} - 0,98(3,94 N_{43} - 157,05) = 0 \quad \therefore N_{43} = 33,4 \text{ kN}$$

$$N_{29} = 3,94 \cdot 33,4 - 157,05 \quad \therefore N_{29} = -25,4 \text{ kN}$$

Nó 2



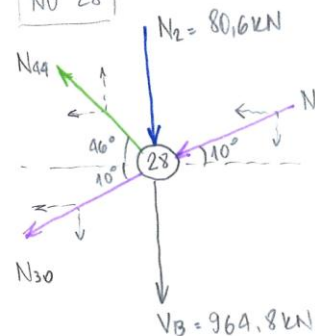
$$\rightarrow \Sigma F_H = N_{16} \cdot \cos 17^\circ + 33,4 \cdot \cos 42^\circ = 0$$

$$0,95 \cdot N_{16} = 0,74 \cdot 33,4 \quad \therefore N_{16} = 26 \text{ kN}$$

$$\uparrow \Sigma F_v = N_{16} \cdot \sin 17^\circ - 65,8 - N_2 - 33,4 \cdot \sin 42^\circ = 0$$

$$7,54 - 65,8 - N_2 - 22,378 = 0 \quad \therefore N_2 = -80,6 \text{ kN}$$

Nó 28



$$\rightarrow \Sigma F_H = -N_{44} \cdot \cos 46^\circ - N_{30} \cdot \cos 10^\circ - 25,4 \cdot \cos 10^\circ = 0$$

$$0,69 N_{44} = -0,98 N_{30} - 24,892 \quad \therefore N_{44} = -1,42 N_{30} - 36,07 \quad \textcircled{I}$$

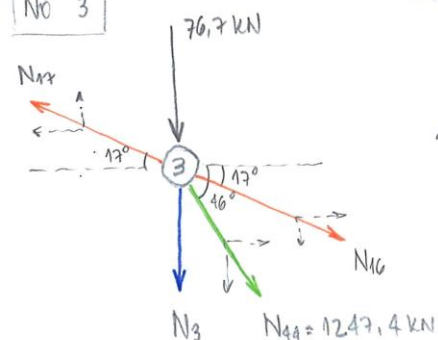
$$\uparrow \Sigma F_v = N_{44} \cdot \sin 46^\circ - 80,6 - 25,4 \cdot \sin 10^\circ - 964,8 - N_{30} \cdot \sin 10^\circ = 0 \quad \textcircled{II}$$

$$\text{de } \textcircled{I} \text{ em } \textcircled{II}: 0,72(-1,42 N_{30} - 36,07) - 80,6 - 4,318 - 964,8 - 0,17 N_{30} = 0$$

$$1,19 N_{30} = -1075,6884 \quad \therefore N_{30} = -903,9 \text{ kN}$$

$$N_{44} = 1,42 \cdot 903,9 - 36,07 \quad \therefore N_{44} = 1247,4 \text{ kN}$$

Nó 3



$$\rightarrow \Sigma F_H = -N_{17} \cdot \cos 17^\circ + 26 \cdot \cos 17^\circ + 1247,4 \cdot \cos 46^\circ = 0$$

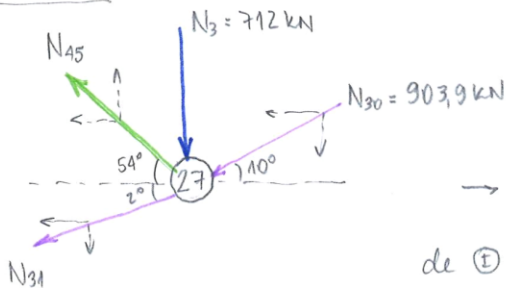
$$-0,95 + 24,7 + 860,706 = 0 \quad \therefore N_{17} = 932 \text{ kN}$$

$$\uparrow \Sigma F_v = 932 \cdot \sin 17^\circ - N_3 - 76,7 - 26 \cdot \sin 17^\circ - 1247,4 \cdot \sin 46^\circ = 0$$

$$270,28 - 76,7 - 7,54 - 898,128 = N_3$$

$$\therefore N_3 = -712 \text{ kN}$$

NÓ 27



$$\uparrow \Sigma F_v = N_{45} \cdot \sin 54^\circ - 712 - 903,9 \cdot \sin 10^\circ - N_{31} \cdot \sin 2^\circ = 0$$

$$0,03 \cdot N_{31} = -865,665 + 0,8 N_{45}$$

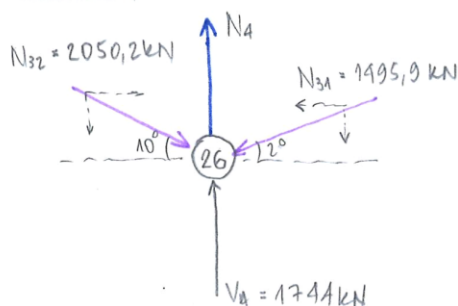
$$\therefore N_{31} = -28855,43 + 26,7 \cdot N_{45} \quad \text{I}$$

$$\rightarrow \Sigma F_h = -N_{45} \cdot \cos 54^\circ - 903,9 \cdot \cos 10^\circ - N_{31} \cdot \cos 2^\circ = 0 \quad \text{II}$$

$$\text{de I em II: } -0,58 N_{45} - 885,822 + 28566,87 - 26,433 \cdot N_{45} = 0$$

$$\therefore N_{45} = 1024,7 \text{ kN} \quad N_{31} = -28855,43 + 26,7 \cdot 1024,7 \quad \therefore N_{31} = -1495,9 \text{ kN}$$

NÓ 26

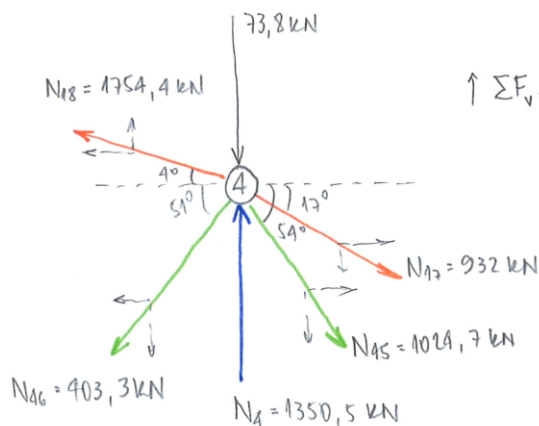


$$\uparrow \Sigma F_v = -2050,2 \cdot \sin 10^\circ + N_4 + 1744 - 1495,9 \cdot \sin 2^\circ = 0$$

$$-348,534 + N_4 + 1744 - 44,877 = 0$$

$$\therefore N_4 = -1350,5 \text{ kN}$$

NÓ 4 (VERIFICAÇÃO)



Encontrando N_4 novamente:

$$\uparrow \Sigma F_v = -73,8 - N_{17} \cdot \sin 17^\circ - N_{45} \cdot \sin 54^\circ + N_4' - N_{46} \cdot \sin 51^\circ + N_{18} \cdot \sin 4^\circ = 0$$

$$N_4' = -1369,1 \text{ kN} \quad (\text{valor esperado: } -1350,5 \text{ kN})$$

Todas as forças normais calculadas nos membros da treliça foram sintetizadas na **Tabela 4**.

FORÇAS NORMAIS DAS BARRAS DA TRELIÇA (kN)			
MONTANTES	BANZO SUPERIOR	BANZO INFERIOR	DIAGONAIS
1. - 26,7	15. zero	29. - 25,4	43. + 33,4
2. - 80,6	16. + 26,0	30. - 903,9	44. + 1247,4
3. - 712,0	17. + 932,0	31. - 1495,9	45. + 1024,7
4. - 1350,5	18. + 1754,4	32. - 2050,2	46. + 403,3
5. - 354,0	19. + 1500,0	33. - 1790,8	47. + 368,7
6. - 309,3	20. + 1237,5	34. - 1531,0	48. + 345,5
7. - 266,4	21. + 964,7	35. - 1263,1	49. + 328,7
8. - 224,1	22. + 620,0	36. - 986,9	50. + 370,7
9. - 189,0	23. + 349,5	37. - 635,1	51. + 287,8
10. - 94,7	24. + 295,0	38. - 370,4	52. + 74,7
11. - 68,1	25. + 240,5	39. - 313,0	53. + 67,3
12. - 55,6	26. + 184,4	40. - 255,6	54. + 62,3
13. - 43,4	27. + 114,5	41. - 196,6	55. + 71,3
14. - 37,1	28. + 114,5	42. - 120,5	

Tabela 4. Forças normais nas barras da treliça-tipo de acordo com a numeração da “Figura 1”. O valor positivo (+) representa forças de tração, enquanto o valor negativo (-) representa forças de compressão.

CAPÍTULO 3

3.1 DIMENSIONAMENTO

Após determinar os esforços solicitantes nos membros da treliça, como indicado na **tabela 4**, utilizou-se os esforços obtidos para dimensionar os elementos. Como solicitado no enunciado do exercício, foram separadas as barras sob maior força de tração e compressão nos banzos, diagonais e montantes tanto dentro quanto fora do trecho Vierendeel. São elas

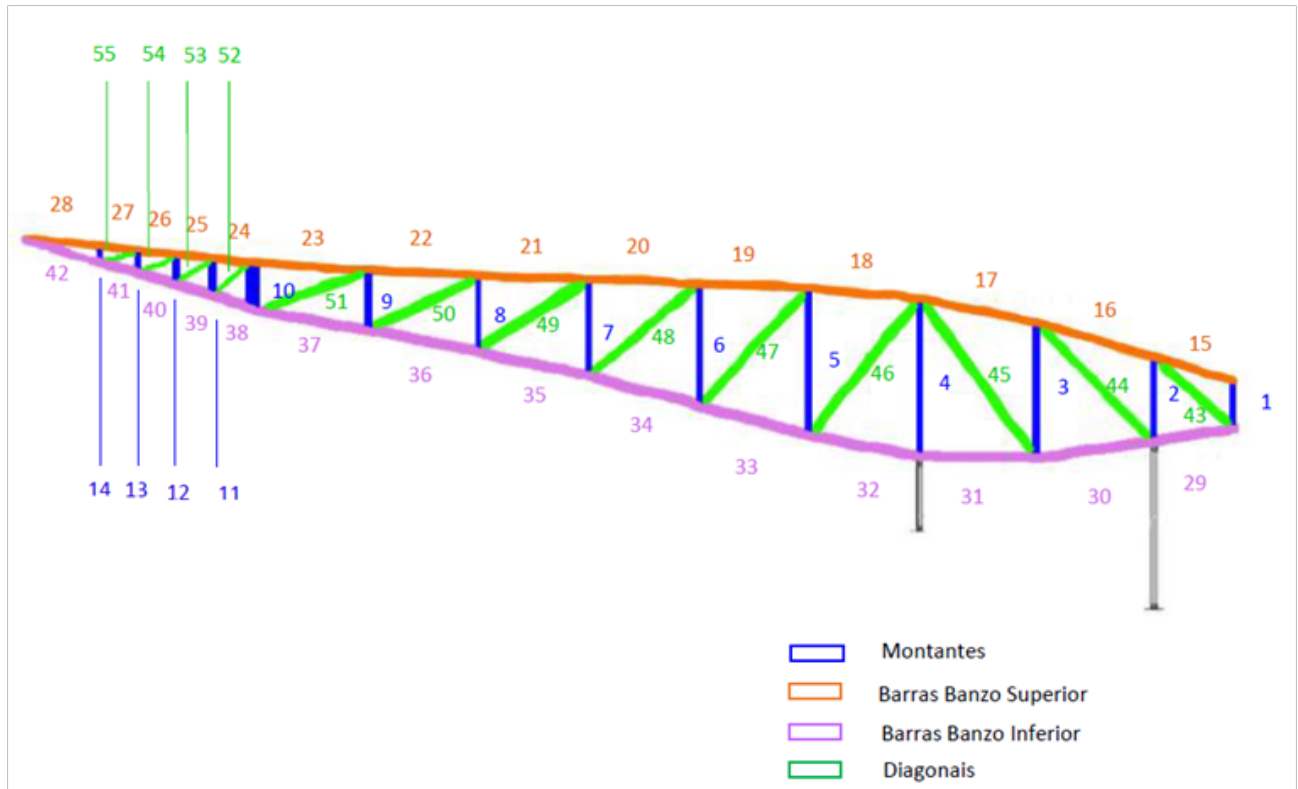


Figura 4 (Figura 1). Números atribuídos pelo grupo para cada barra da estrutura, com cores diferentes para cada um dos componentes da treliça.

BARRAS SOB MAIOR CARREGAMENTO							
MONTANTES		BANZO SUPERIOR		BANZO INFERIOR		DIAGONAIS	
4	1350,5	18	1415,9	32	-1666,7	44	1302,7
		24	281,2	38	-353,1		

Tabela 5. Tabela com as barras sob maior carregamento. O valor positivo (+) representa forças de tração, enquanto o valor negativo (-) representa forças de compressão.

Como indicado na **Figura 4**, as barras **18** e **32** pertencem aos banzos e estão, respectivamente, sob maior força de tração e compressão. A barra **44** é a diagonal fora do trecho Vierendeel e está sendo tracionada. A barra **4** é o montante fora do trecho Vierendeel e está sendo comprimida. As barras **24** e **38** são as barras do trecho Vierendeel, respectivamente tracionada e comprimida

3.2 PROPRIEDADES DO MATERIAL

O enunciado do exercício informa que trata-se de uma treliça constituída de aço de alta resistência. O grupo realizou pesquisas para obter as propriedades de aços de alta resistência ou baixa liga, como são chamados

Na sessão de Materiais Didáticos no website da CIMM - Centro de Informação Metal Mecânica (<http://www.cimm.com.br/>), foi encontrado um artigo sobre Aços de Alta Resistência e Baixa Liga, onde havia informações sobre diversos tipos de aço dessa categoria, como demonstra a **Figura 5**

Denominações ASTM e limites de escoamento de alguns aços BLAR (HSLA)		
Denominação ASTM	Limite mínimo de Escoamento (MPa)	Uso/característica
A 131 (AH, DH, EH FH)	315 - 390	Navios
A242 tipo 1	290 - 345	Estrutura
A572 grau 50	345	Estruturas - contém titânio- vanádio
A588	345	Edifícios e pontes
A606	345	Uso geral e estrutural - alta resistência à corrosão
A607 grau 60 (*)	415	Uso geral, pontes, guindastes, torres de transmissão e antenas. Conformabilidade alta
A607 grau 70 (*)	485	
A618 grau 1	345	Estruturas tubulares
A633	290 - 415	Chapas para estruturas - uso em baixa temperatura
A715 grau 60 (*)	415	Chapas para estruturas
A715 grau 70 (*)	485	
A715 grau 80 (*)	550	
A 871	415 - 450	Estruturas tubulares - resistente à corrosão
(*) Substituídas por A 1011 /A1011M-06b para chapas e tiras laminadas a quente de aço Carbono, Estrutural, de Alta Resistência e Baixa Liga, de Alta Resistência e Baixa Liga com conformabilidade melhorada, e de Resistência Ultra-alta.		

Figura 5. Tabela encontrada no website da CIMM fornecendo informações sobre diversos tipos de aços de baixa liga. Em destaque temos o aço ASTM A588.

O grupo optou pelo aço **ASTM A588**, utilizado na construção de Edifícios e Pontes e produzido pela AÇOMINAS GERDAU no Brasil. As propriedades de resistência do material foram obtidas no website da empresa Denver Soldas (<http://www.denversa.com.br/>), indicado na **Figura 6**

Tipo de aço	Teor de Carbono (%)	Limite de elasticidade $f_{el} (GPa)$	Limite de escoamento $f_y (MPa)$	Limite de resistência à tração $f_u (MPa)$	Alongamento (%)
ASTM-A-36	0,25 a 0,30	200	250	400 a 500	20
Comercial	–	± 190	± 240	370 a 520	20
ASTM-A570	0,25	185	230	360	23
SAE 1008	0,08	135	170	305	30
SAE 1010	0,10	145	180	325	28
SAE 1020	0,20	170	210	380	25
SAE 1045	0,45	250	310	560	17
ASTM-A242	< 0,22	250	290 a 350	435 a 480	18
ASTM-A441	–	220 a 275	275 a 345	415 a 485	± 18
ASTM-A572	–	220 a 275	290 a 345	415 a 450	± 18
ASTM-A588	–	230 a 280	290 a 350	415 a 450	± 18
COR-TEN A /B	–	275	345	480	± 19
COR-TEN C	–	330	415	550	± 19
ABNT MR250	–	200	250	400	
ABNT MR290	–	230	290	415	
ABNT MR345	–	275	345	450	

Figura 6. Tabela encontrada no website da Denver Soldas fornecendo propriedades de resistência de materiais de diversos tipos de aços de alta resistência. Em destaque as propriedade do aço ASTM A588.

Portanto, os valores adotados para realizar o dimensionamento foram:

VALORES ADOTADOS		
E	280 Gpa	Módulo de Elasticidade
σ_e	350 Mpa	Limite de Escoamento
s	2,0	Coefficiente de Segurança

Os cálculos realizados para encontrar a área da seção foram:

$$\frac{P}{A} = \frac{\sigma_e}{s}$$

Cálculo da Área da Seção
Para tração e compressão.

$$P = \frac{(\pi^2 \cdot E \cdot I)}{l^2}$$

Verificação de Flabagem
Para compressão.

DIMENSIONAMENTO

BARRAS SOB MAIOR CARREGAMENTO

→ FORA DO TRECHO VIERENDEEL

1- BANZOS $\left\{ \begin{array}{l} \text{TRAÇÃO} \rightarrow \text{BARRA 18} \rightarrow 1754,4 \text{ kN} \\ \text{COMPRESSÃO} \rightarrow \text{BARRA 32} \rightarrow 2050,2 \text{ kN} \end{array} \right.$

2- DIAGONAIS E MONTANTES $\left\{ \begin{array}{l} \text{TRAÇÃO} \rightarrow \text{BARRA 44} \rightarrow 1247,4 \text{ kN} \\ \text{COMPRESSÃO} \rightarrow \text{BARRA 4} \rightarrow 1359,5 \text{ kN} \end{array} \right.$

→ TRECHO VIERENDEEL

3- BANZOS / DIAGONAIS / MONTANTES $\left\{ \begin{array}{l} \text{TRAÇÃO} \rightarrow 295,0 \text{ kN} \\ \text{COMPRESSÃO} \rightarrow 379,4 \text{ kN} \end{array} \right.$

TAMANHO DAS BARRAS

BARRA 18	7,3 m
BARRA 32	7,3 m
BARRA 44	10,6 m
BARRA 4	10 m
BARRA 24	2,5 m
BARRA 38	2,6 m

VALORES ADOTADOS

E	280 GPa	- LIMITE DE ELASTICIDADE
σ_e	350 MPa	- LIMITE DE ESCOAMENTO
γ	2	- COEF. DE SEGURANÇA

AÇO ASTM A588

CÁLCULOS

→ FORA DO TRECHO VIERENDEEL

→ BANZOS

→ TRAÇÃO

$$\frac{P}{A} = \frac{\sigma_e}{\gamma} \rightarrow \frac{1754,4 \times 10^3}{A} = \frac{35 \times 10^7}{2} \rightarrow A = \frac{2 \times 1754,4 \times 10^3}{35 \times 10^7} \rightarrow A = \frac{3508800}{35 \times 10^7}$$

$$A = 0,01002 \text{ m}^2$$

$$A = 100,2 \text{ cm}^2$$

→ COMPRESSÃO

$$\frac{P}{A} = \frac{\sigma_e}{\gamma} \rightarrow \frac{2050,2 \times 10^3}{A} = \frac{35 \times 10^7}{2} \rightarrow A = \frac{2 \times 2050,2 \times 10^3}{35 \times 10^7} \rightarrow A = \frac{4100400}{35 \times 10^7}$$

$$A = 0,01174 \text{ m}^2$$

$$A = 117 \text{ cm}^2$$

$$P = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \rightarrow 2050,2 = \frac{\pi^2 \times 280 \times 10^6 \times I}{(7,3)^2} \rightarrow 2050,2 = \frac{2760,68 \times 10^6 \times I}{53,29} \rightarrow 2050,2 = \frac{2760,68 \times 10^6 \times I}{53,29}$$

$$I = \frac{109.255,158}{2760,68 \times 10^6} \rightarrow I = 39,57,54510^{-5} m^4$$

$$I = 3957,5451 cm^4$$

PERFIL 180 x 180
ESPESSURA 14,2 mm

⇒ DIAGONAIS E MONTANTES

→ TRACÇÃO

$$\frac{P}{A} = \frac{\sigma_e}{D} \rightarrow \frac{1247,4 \times 10^3}{A} = \frac{35 \times 10^7}{2} \rightarrow A = \frac{2 \times 1247,4 \times 10^3}{35 \times 10^7} \rightarrow A = \frac{2494,8 \times 10^3}{35 \times 10^7}$$

$$A = 0,0071257 m^2$$

$$A = 71,25 cm^2$$

→ COMPRESSÃO

$$\frac{P}{A} = \frac{\sigma_e}{D} \rightarrow \frac{1350,5 \times 10^3}{A} = \frac{35 \times 10^7}{2} \rightarrow A = \frac{2 \times 1350,5 \times 10^3}{35 \times 10^7} \rightarrow A = \frac{2701 \times 10^3}{35 \times 10^7}$$

$$A = 0,007171 m^2$$

$$A = 71,71 cm^2$$

$$P = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \rightarrow 1350,5 = \frac{\pi^2 \times 280 \times 10^6 \times I}{10^2} \rightarrow 1350,5 = \frac{2760,68 \times 10^6 \times I}{100}$$

$$I = \frac{135050}{2760,68 \times 10^6} \rightarrow I = 4,89,91068 \times 10^{-5}$$

$$I = 4891,91 cm^4$$

PERFIL 200 x 200
ESPESSURA 12,5 mm

→ TRECHO VIERENDEEL

→ TRACÇÃO

$$\frac{P}{A} = \frac{\sigma_e}{D} \rightarrow \frac{295 \times 10^3}{A} = \frac{35 \times 10^7}{2} \rightarrow A = \frac{2 \times 295 \times 10^3}{35 \times 10^7} \rightarrow A =$$

$$A = 0,001685 m^2$$

$$A = 16,85 cm^2$$

→ COMPRESSÃO

$$\frac{P}{A} = \frac{\sigma_e}{D} \rightarrow \frac{370,4 \times 10^3}{A} = \frac{35 \times 10^7}{2} \rightarrow A = \frac{2 \times 370,4 \times 10^3}{35 \times 10^7}$$

$$A = 0,002116 m^2$$

$$A = 21,16 cm^2$$

$$P = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \rightarrow 370,4 = \frac{\pi^2 \times 280 \times 10^6 \times I}{2 \times (216)^2} \rightarrow 370,4 = \frac{2760,68 \times 10^6 \times I}{2 \times 6176} \rightarrow 370,4 = \frac{2760,68 \times 10^6 \times I}{12352}$$

$$I = \frac{5007,808}{2760,68 \times 10^6} \rightarrow I = 1,8139 \times 10^{-6} m^4$$

$$I = 181,39 cm^4$$

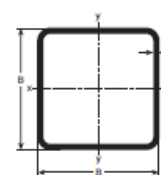
PERFIL 80 x 80
ESPESSURA 8 mm

3.3 ESCOLHA DOS PERFIS DE AÇO

A Tabela utilizada para selecionar o perfil de aço a ser utilizado foi encontrada no **Manual Valourec & Mannesman Tubes**, disponível no site da disciplina no STOA. O manual contém tabelas para perfis MSH de seções circulares, quadradas e retangulares. Como indicado no enunciado do exercício, considera-se o perfil como uma **seção transversal tubular quadrada** para todas as barras.

Como visto na resolução acima, primeiros procurou-se os perfis conforme a maior área obtida segundo o cálculo através das forças de Tração e Compressão; o maior valor obtido definiria a área mínima da seção. Depois, analisamos conforme o **Momento de Inércia (I)** obtido através da Verificação de Flambagem. Os valores dessa verificação foram altos e acabaram por exigir perfis maiores do que os obtidos com os primeiros dois cálculos de cada barra.

Tabela Valourec & Mannesman Tubes



Tamanho	Espessura da parede	Massa linear	Superfície de corte transversal	Segundo momento da superfície	Raio de inércia	Momento elástico de resistência	Momento plástico de resistência	Constante de inércia à torção	Constante do módulo de torção	Superfície por metro linear
B x B	T	M	A	I	i	W _{el}	W _{pl}	I _t	C _t	A _s
mm	mm	kg/m	cm ²	cm ⁴	cm	cm ³	cm ³	cm ⁴	cm ³	m ² /m

Banzos fora do trecho Vierendeel

180 x 180	6,3	34,0	43,3	2170	7,07	241	281	3360	355	0,704
	7,1	38,1	48,6	2400	7,04	267	314	3740	393	0,702
	8,0	42,7	54,4	2660	7,00	296	349	4160	434	0,699
	8,8	46,7	59,4	2880	6,96	320	379	4520	469	0,697
	10,0	52,5	66,9	3190	6,91	355	424	5050	518	0,694
	11,0	57,4	73,1	3440	6,86	382	460	5470	558	0,692
	12,5	64,4	82,1	3790	6,80	421	511	6070	613	0,688
	14,2	72,2	92,0	4150	6,72	462	566	6710	670	0,683
	16,0	80,2	102	4500	6,64	500	621	7340	724	0,679

Diagonais e Montantes fora do trecho Vierendeel

200 x 200	6,3	38,0	48,4	3010	7,89	301	350	4650	444	0,784
	7,1	42,6	54,2	3350	7,85	335	391	5190	493	0,782
	8,0	47,7	60,8	3710	7,81	371	436	5780	545	0,779
	8,8	52,2	66,5	4020	7,78	402	474	6290	590	0,777
	10,0	58,8	74,9	4470	7,72	447	531	7030	655	0,774
	11,0	64,3	81,9	4830	7,68	483	577	7630	706	0,772
	12,5	72,3	92,1	5340	7,61	534	643	8490	778	0,768
	14,2	81,1	103	5870	7,54	587	714	9420	854	0,763

Trecho Vierendeel

80 x 80	3,6	8,53	10,9	105	3,11	26,2	31,0	164	38,5	0,311
	4,0	9,41	12,0	114	3,09	28,6	34,0	180	41,9	0,310
	4,5	10,5	13,4	126	3,07	31,5	37,6	199	46,0	0,308
	5,0	11,6	14,7	137	3,05	34,2	41,1	217	49,8	0,307
	5,6	12,8	16,3	149	3,02	37,2	45,2	238	54,1	0,306
	6,3	14,2	18,1	162	2,99	40,5	49,7	262	58,7	0,304
	7,1	15,8	20,2	176	2,95	43,9	54,5	286	63,5	0,302
	8,0	17,5	22,4	189	2,91	47,3	59,5	312	68,3	0,299
	8,8	19,0	24,2	200	2,87	50,0	63,7	332	72,0	0,297

CAPÍTULO 4

4.1 CÁLCULO DO PESO PRÓPRIO DA ESTRUTURA

Para o cálculo do peso próprio da estrutura o grupo se valeu de dados obtidos previamente, o comprimento das barras e a massa linear. Os comprimentos das barras obtidos por meios já descritos são apresentados na **Tabela 1**. A barra de número 10, que faz a divisão do trecho Vierendeel com o resto da treliça, foi considerada como pertencendo ao resto da treliça. A massa linear é um valor relacionado ao perfil selecionado para cada trecho da estrutura e pode ser encontrado na terceira coluna da **Tabela Valourec & Mannesman Tubes** já apresentada no relatório.

Após obtidos esses dados, o grupo iniciou os cálculos para obtenção do peso próprio da estrutura. Esses cálculos se dividem em duas partes. Inicialmente se calculou o peso próprio de cada trecho de acordo com os perfis escolhidos, ou seja, banzos verticais e horizontais fora do trecho Vierendeel, montantes e diagonais fora do trecho Vierendeel, e, trecho Vierendeel. Após a obtenção desses valores, o grupo os somou de forma a obter o peso próprio da estrutura como um todo. Esses cálculos são apresentados a seguir.

CÁLCULO DO PESO PRÓPRIO DA ESTRUTURA

→ BANZOS VERTICAIS E HORIZONTAIS FORA DO TRECHO VIERENDEEL

MASSA LINEAR: $72,22 \text{ kg/m}$

Comprimento das barras:

$5,4 + 7,9 + 7,6 + 7,3 + 7,0 + 7,1 + 7,0 + 7,2 + 7,4 + 3,2 + 7,5 + 7,4 + 7,3 + 7,3 + 7,3$
 $+ 7,5 + 7,3 + 7,6$

comprimento total:

$128,4 \text{ m}$

PESO PRÓPRIO

$128,4 \times 72,22 \text{ kg/m} \rightarrow 9248,82 \text{ kg}$

→ DIAGONAIS E MONTANTES FORA DO TRECHO VIERENDEEL

MASSA LINEAR: $72,3 \text{ kg/m}$

Comprimento das barras:

$$3 + 5,5 + 8,6 + 10 + 9,6 + 7,6 + 6,2 + 4,9 + 3,7 + 3 + 6,3 + 10,6 + 12,3 + 11 + 10 + 9,2 + 6,5 + 7,6 + 7,4$$

Comprimento total:

$$145,1 \text{ m}$$

PESO PRÓPRIO

$$145,1 \text{ m} \times 72,3 \text{ kg/m} \rightarrow \boxed{10470,73 \text{ kg}}$$

→ TRECHO VIERENDEEL

MASSA LINEAR: $17,5 \text{ kg/m}$

Comprimento das barras:

$$2,5 + 2 + 1,5 + 1 + 2,5 + 2,4 + 2,4 + 2,5 + 5 + 2,6 + 2,6 + 2,5 + 2,6 + 5,2 + 2,7 + 2,6 + 2,6 + 2,4$$

Comprimento total:

$$47,6 \text{ m}$$

PESO PRÓPRIO:

$$47,6 \times 17,5 \text{ kg/m} \rightarrow 833 \text{ kg}$$

→ PESO PRÓPRIO TOTAL

$$9248,02 + 10470,73 + 833 = \boxed{20572,55 \text{ kg}} \quad \text{ou} \quad \boxed{20,57255 \text{ t}}$$

O peso próprio da estrutura encontrado foi de **20 572, 55 Kg** ou **20,57255 toneladas**.

CAPÍTULO 5

5.1 FTOOL

Após a realização dos cálculos descritos, modelamos algumas treliças-tipo no programa Ftool, a fim de comparar os resultados obtidos. Para isso, retificamos o desenho de trechos das barras dos banzos da treliça, de forma a obter uma simplificação da forma que não interferiria no resultado final, como já representado na **figura 3** do relatório. (no item: *Esforços solicitantes nos membros da treliça*)

A posição dos montantes também é importante para o cálculo das forças na treliça pelo programa. A determinação das distâncias entre eles foi realizada da seguinte forma: percebeu-se que em cada um dos trechos da treliça-tipo (virendeel-system, truss e pendulum columns), os montantes estavam distanciados por uma mesma medida. Em cada um dos casos, portanto, dividimos o valor do comprimento pelos vãos que o compunham. Dessa forma, obtivemos o seguinte resultado:

- Trecho Virendeel-system: $15/6 = 2,5$
- Trecho Truss: $42,3/6 = 7,05$
- Trecho Pendulum Columns: $15/2 = 7,5$

A **figura 7** apresenta todas as medidas utilizadas para o desenho da treliça no Ftool, já que não é possível a inserção de ângulos. Utilizamos triângulos auxiliares para a construção também.

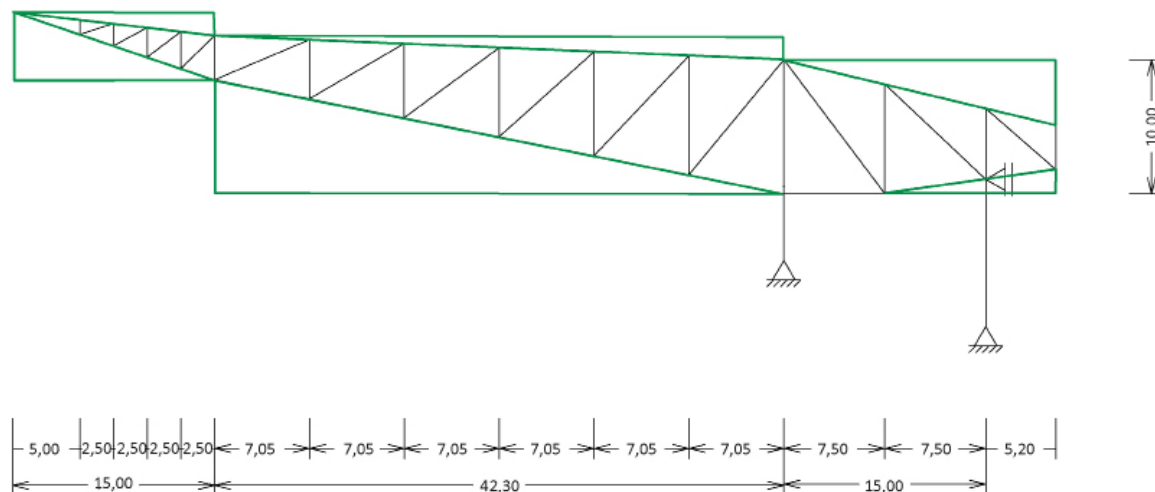
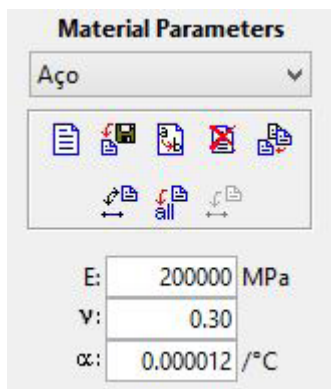


Figura 7. Esquema de triângulos auxiliares e medidas adotadas.

5.2 PROPRIEDADES DO MATERIAL DAS BARRAS



O material selecionado para a estrutura foi o aço de alta resistência, como determinado no dimensionamento já apresentado.

As seções foram adquiridas nos cálculos de dimensionamento. Para cada trecho da estrutura, temos dimensões distintas, mas todas possuem seções quadradas. Nos banzos superiores e inferiores, a seção tem aproximadamente 180 mm de lado. Nos montantes e nas diagonais, possui 200 mm de lado. E no trecho final, onde se tem ou não o sistema virendeel, a seção das barras tem 80 mm de lado.

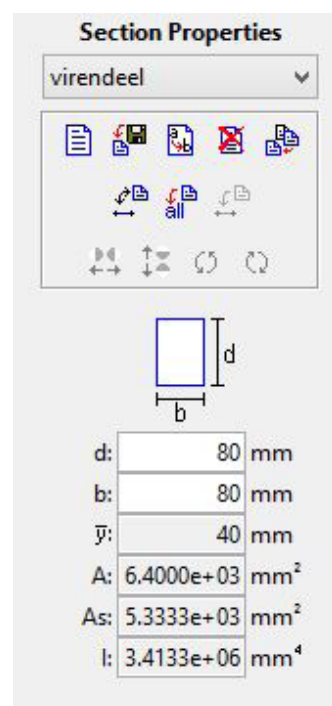
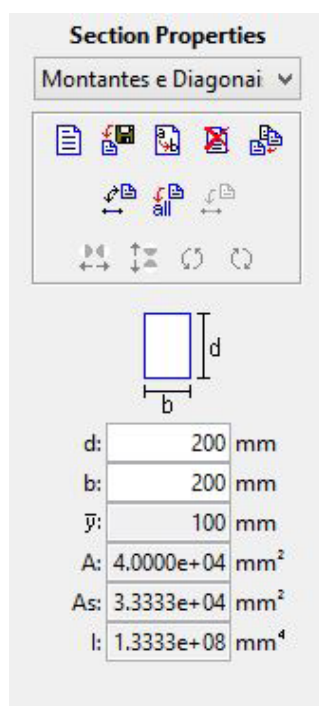
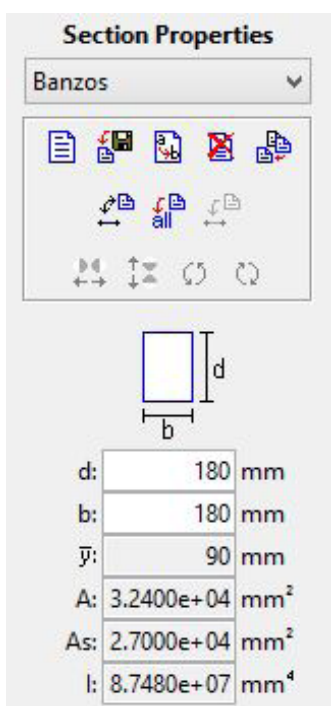


Figura 8. Imagens retiradas do programa Ftool com o material e seções definidos.

Após a construção básica da treliça, o dimensionamento das barras e definição das propriedades do material, foram realizados estudos considerando tanto o treliçamento completo dos cálculos analíticos quanto o sistema Virendeel adotado. E para cada um desses, consideramos nós articulados e rígidos. A ideia é mostrar que as forças normais não se diferenciam tanto entre esses estudos propostos.

5.3 TRELIÇA COMPLETA NÓS RIGIDOS

Nesse modelo, todos os nós são rígidos, inclusive os do primeiro trecho (à esquerda). O nó 26 está associado a uma articulação apenas para permitir cálculos do programa, como será explicado mais adiante.

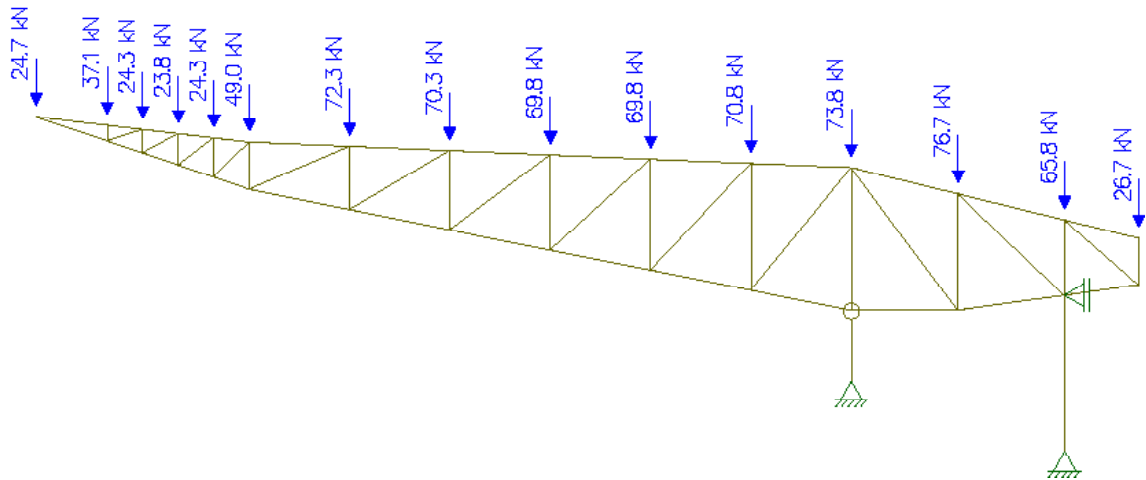


Figura 9. Estrutura da treliça tipo completa com todos os nós fixos e representação das forças aplicadas nos nós.

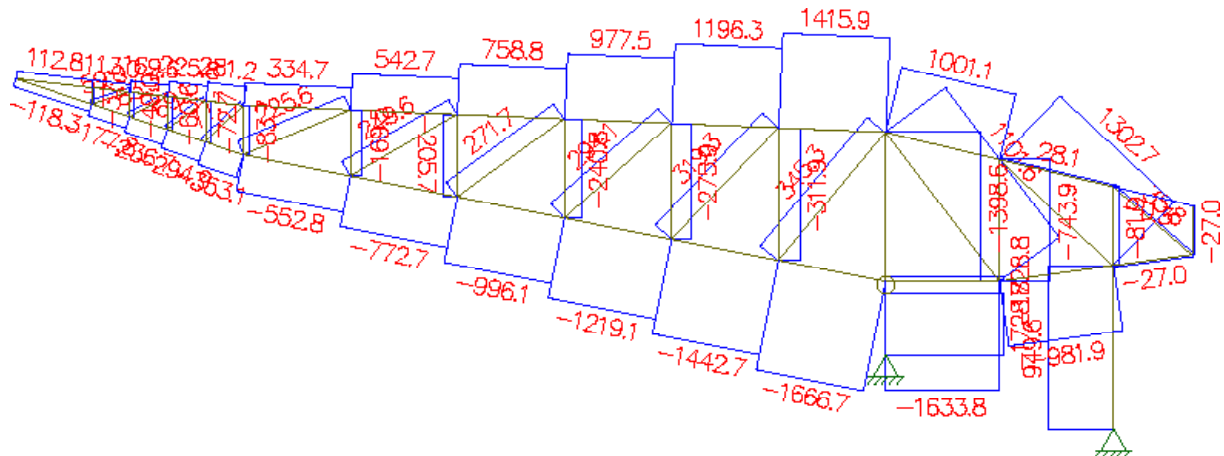


Figura 10. Forças normais resultantes na treliça-

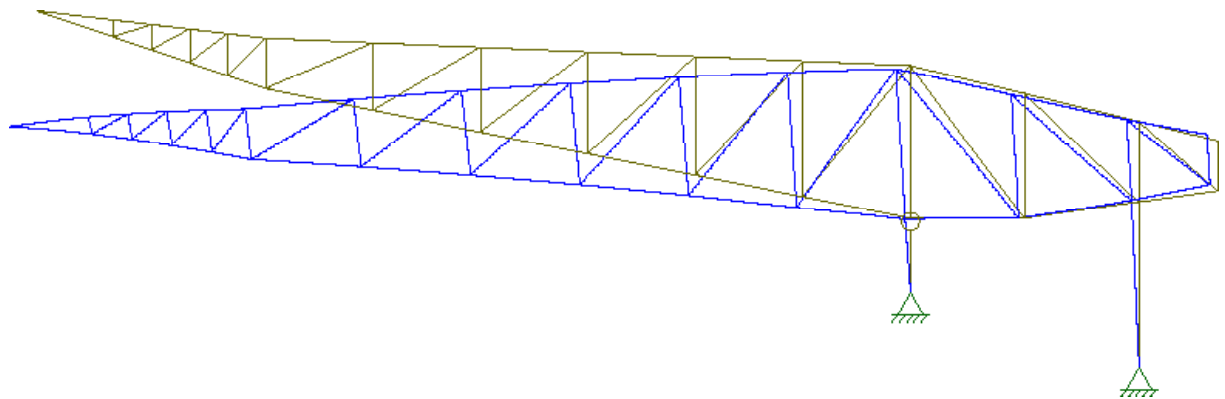


Figura 11. Deformada da treliça-

5.4 TRELIÇA COMPLETA NÓS ARTICULADOS

Nesse modelo, todos os nós são articulados, inclusive os do primeiro trecho (à esquerda) da estrutura.

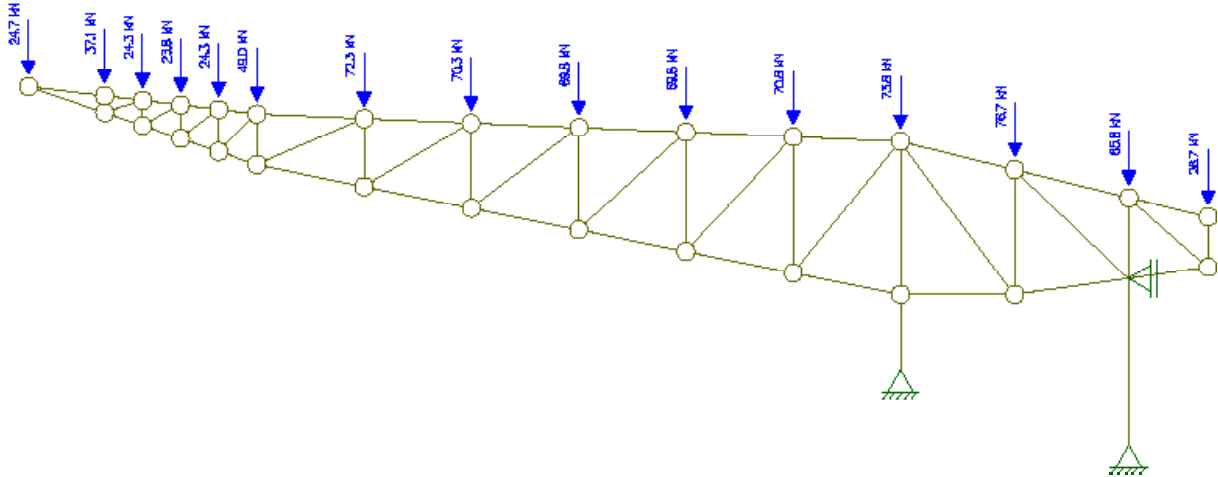


Figura 12. Estrutura da treliça tipo completa com todos os nós articulados e representação das forças aplicadas nos

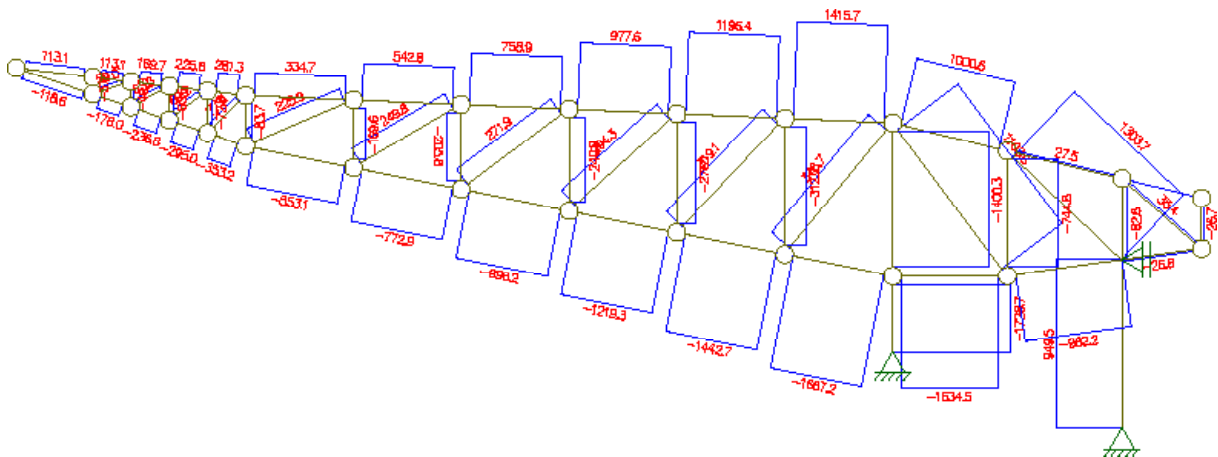


Figura 13. Forças normais resultantes na treliça-tipo.

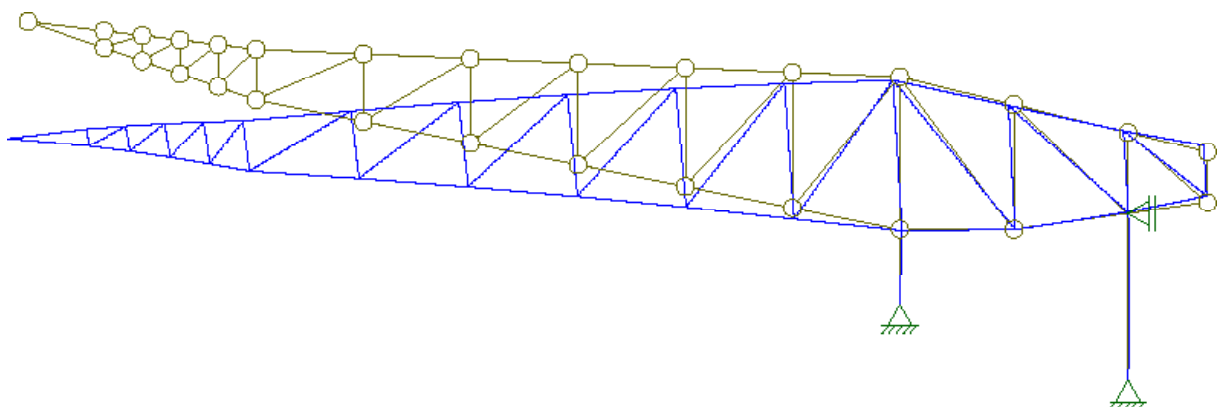


Figura 14. Deformada da estrutura.

5.5 TRELIÇA SISTEMA VIRENDEEL NÓS RÍGIDOS

Nesse modelo, todos os nós são rígidos, inclusive os do trecho virendeel da estrutura. O nó 26 está associado a uma articulação apenas para permitir os cálculos do programa, como será explicado mais adiante.

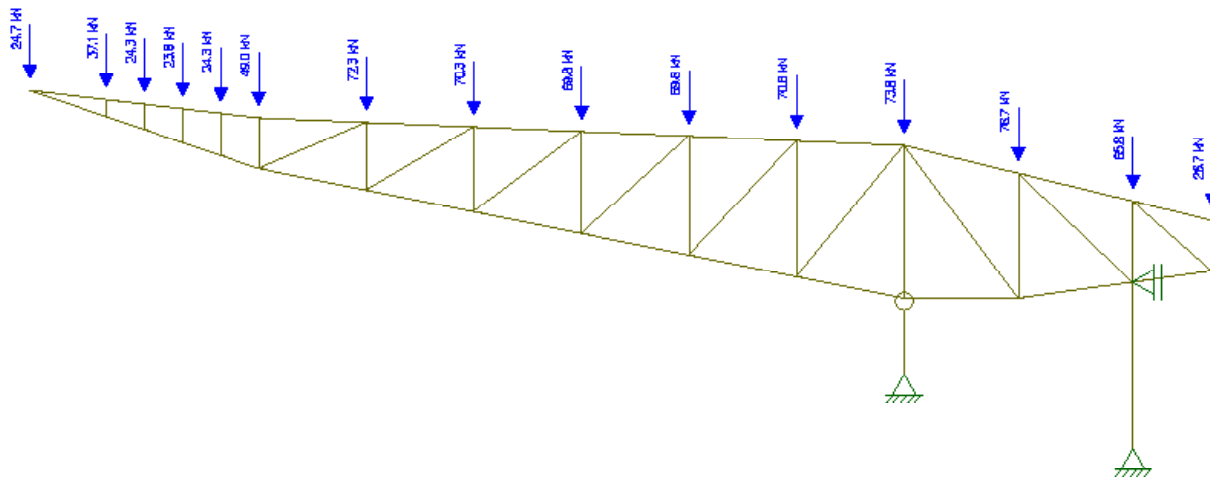


Figura 15. Estrutura da treliça com sistema virendeel com nós rígidos e representação das forças aplicadas nos nós.

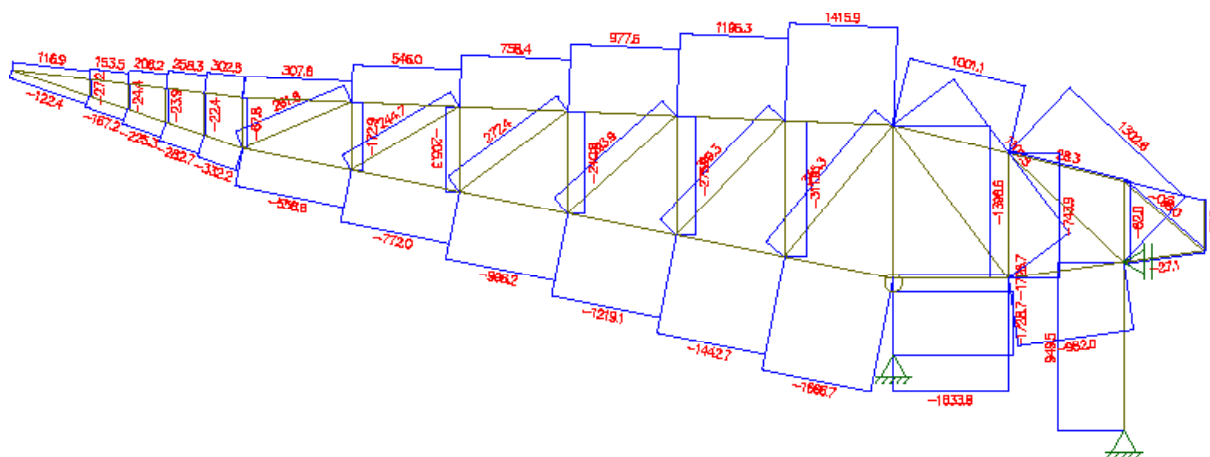


Figura 16. Forças normais resultantes na treliça-tipo com sistema virendeel.

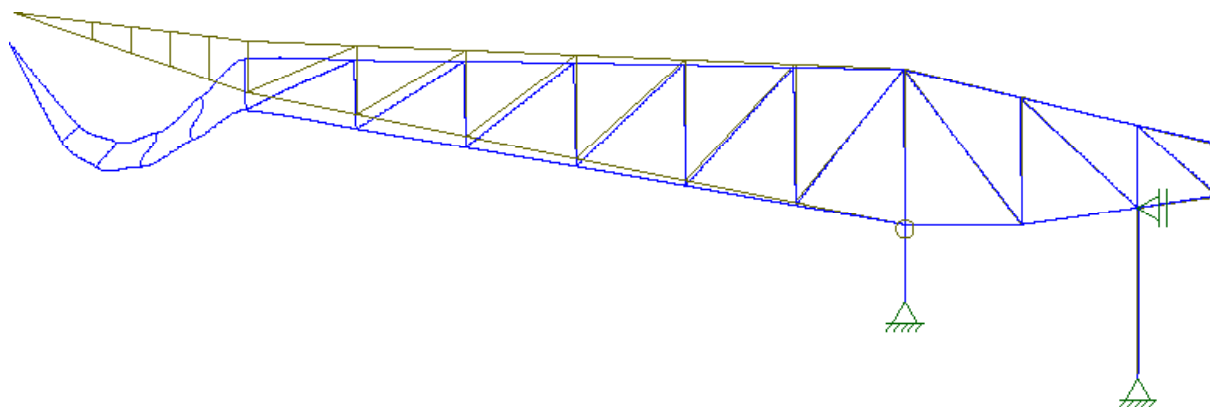


Figura 17. Deformada da estrutura.

5.6 TRELIÇA SISTEMA VIRENDEEL NÓS ARTICULADOS

Nesse modelo, todos os nós são articulados, exceto os do trecho virendeel da estrutura.

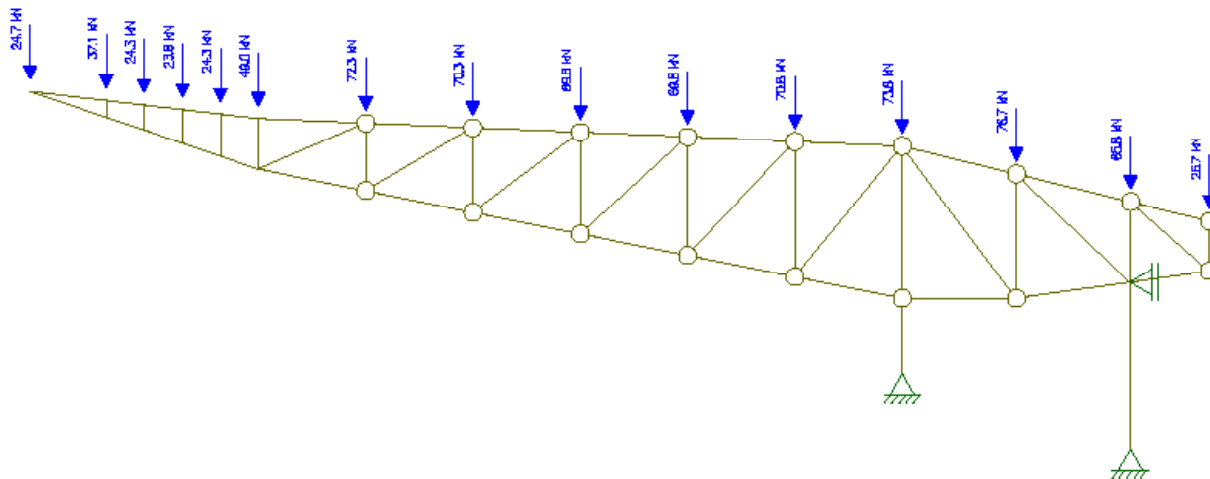


Figura 18. Estrutura da treliça com sistema virendeel com nós articulados na treliça e representação das forças aplicadas nos nós.

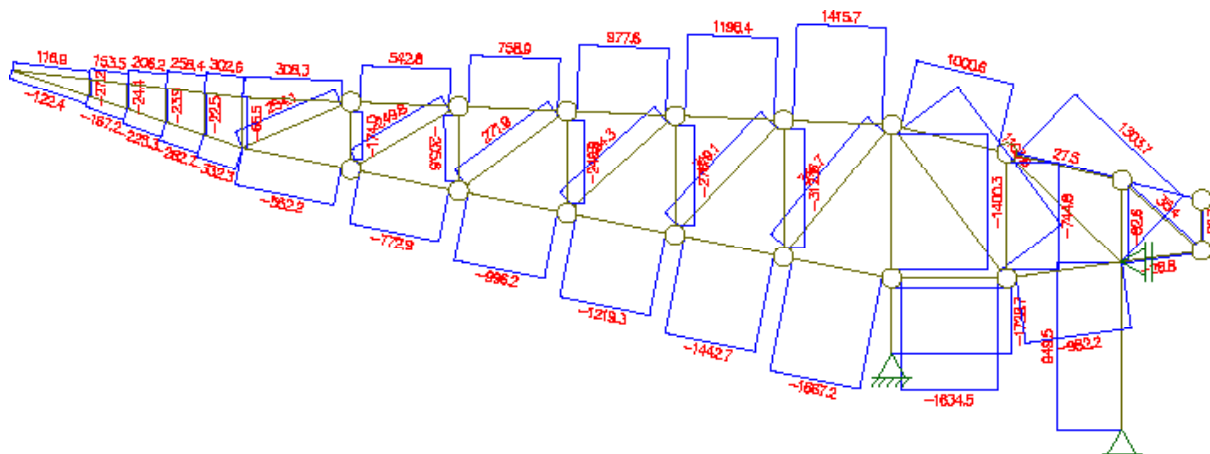


Figura 19. Forças normais resultantes na treliça-tipo com sistema virendeel.

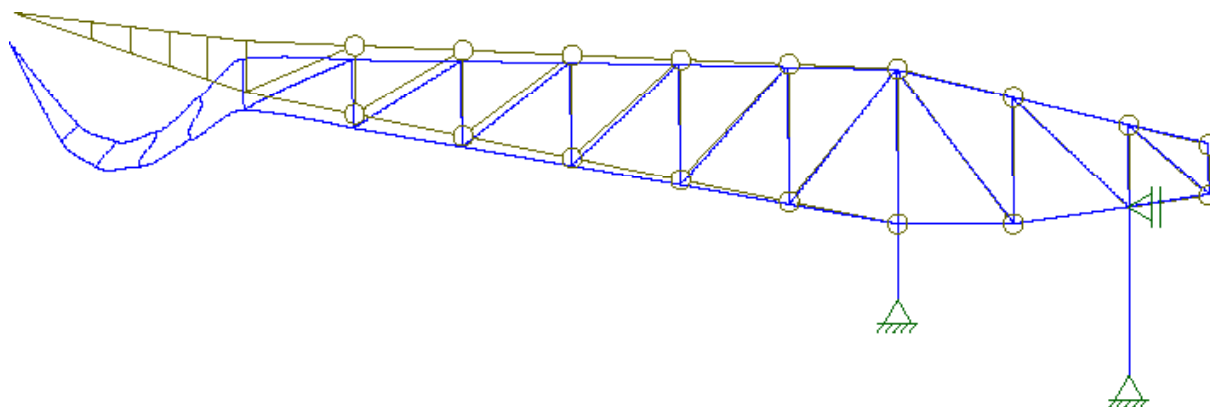


Figura 20. Deformada da estrutura.

É interessante enfatizar que nos dois casos em que os nós da treliça foram utilizados como rígidos, tivemos que inserir um articulação no nó 26, de forma a garantir que a estrutura seja isostática. Sem essa inserção, que não modifica as reações do sistema, o programa não consegue calcular as reações (o modelo não é isostático). Abaixo, o detalhe do nó utilizado no programa:

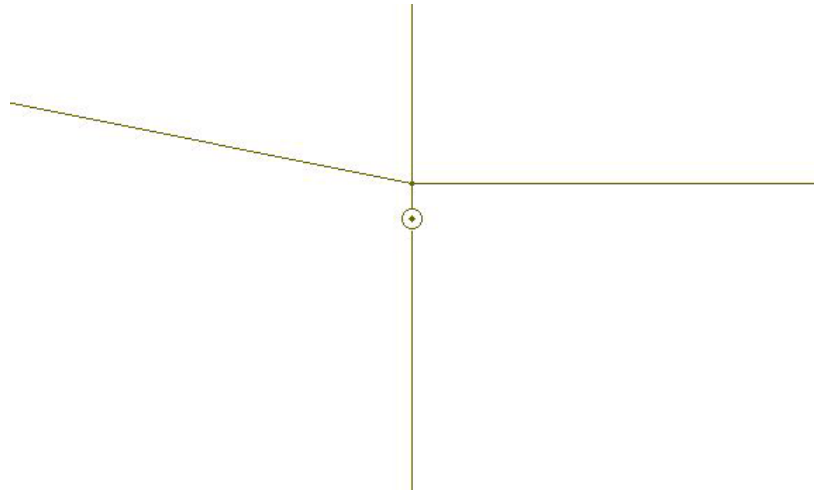


Figura 21. Esquema com a associação de nó rígido e articulado, para permitir a análise da estrutura pelo programa Ftool.

5.7 TABELAS DE FORÇAS NORMAIS

A primeira tabela é a adquirida por meio dos cálculos realizados pelo grupo na treliça-tipo completa. A segunda, corresponde às forças normais das barras dessa mesma treliça (com nós rígidos) adquiridas pelo programa Ftool. Percebemos que existem alguns erros de desvios entre os valores das duas tabelas, mas que são devidos aos arredondamentos realizados nas contas para questão de exercício.

FORÇAS NORMAIS DAS BARRAS DA TRELIÇA (kN)			
MONTANTES	BANZO SUPERIOR	BANZO INFERIOR	DIAGONAIS
1. - 26,7	15. zero	29. - 25,4	43. + 33,4
2. - 80,6	16. + 26,0	30. - 903,9	44. + 1247,4
3. - 712,0	17. + 932,0	31. - 1495,9	45. + 1024,7
4. - 1350,5	18. + 1754,4	32. - 2050,2	46. + 403,3
5. - 354,0	19. + 1500,0	33. - 1790,8	47. + 368,7
6. - 309,3	20. + 1237,5	34. - 1531,0	48. + 345,5
7. - 266,4	21. + 964,7	35. - 1263,1	49. + 328,7
8. - 224,1	22. + 620,0	36. - 986,9	50. + 370,7
9. - 189,0	23. + 349,5	37. - 635,1	51. + 287,8
10. - 94,7	24. + 295,0	38. - 370,4	52. + 74,7
11. - 68,1	25. + 240,5	39. - 313,0	53. + 67,3
12. - 55,6	26. + 184,4	40. - 255,6	54. + 62,3
13. - 43,4	27. + 114,5	41. - 196,6	55. + 71,3
14. - 37,1	28. + 114,5	42. - 120,5	

FTOOL - FORÇAS NORMAIS DAS BARRAS DA TRELIÇA (kN)			
MONTANTES	BANZO SUPERIOR	BANZO INFERIOR	DIAGONAIS
1 -27,0	15 -0,3	29 -27,1	43 35,9
2 -82,0	16 28,3	30 -982,0	44 1302,6
3 -743,9	17 1001,1	31 -1633,8	45 1101,5
4 -1398,6	18 1415,9	32 -1666,7	46 345,3
5 -311,9	19 1196,3	33 -1442,7	47 319,3
6 -275,9	20 977,5	34 -1219,1	48 294,1
7 -240,8	21 758,8	35 -996,1	49 271,7
8 -205,7	22 542,7	36 -772,7	50 249,6
9 -169,5	23 334,7	37 -552,8	51 225,6
10 -83,7	24 281,2	38 -353,1	52 77,1
11 -72,7	25 225,8	39 -294,9	53 69,1
12 -60,6	26 169,6	40 -236,7	54 63,3
13 -49,0	27 113,0	41 -177,8	55 59,0
14 -37,1	28 112,8	42 -118,3	

Tabela 6. Tabelas com as forças normais resultantes da treliça completa com todos os nós rígidos.

CONCLUSÃO

Através da realização do exercício 1, o grupo pôde compreender de forma mais aprofundada os componentes da treliça, os cálculos de esforços solicitantes, os métodos de dimensionamento e o uso do programa Ftool. Em tudo o exercício colaborou para o entedimento da matéria ministrada em aula e para o uso do que foi aprendido.

Quanto aos resultados obtidos, podemos afirmar que foram encontradas algumas diferenças entre os resultados obtidos a mão e aqueles obtidos pelo programa Ftool. Dentre as razões para tais diferenças, podemos citar: as propriedades do material levemente diferentes, os arredondamentos nos números, etc. É interessante observar a necessidade de inserir uma articulação no nó 26 no programa Ftool para tornar a treliça isostática, caso contrário não seria possível realizar as contas necessárias. Essa mudança não alterou numericamente o resultado, porém trata-se de algo importante a ser explicado no relatório.

O Exercício 1 foi completo e interessante, além de trazer conhecimentos sobre uma obra arquitetônica recente e tecnológica, a qual não havíamos antes lido muito a respeito.

BIBLIOGRAFIA

ARTIGOS

SOBEK, Werner et al. **New Corinthians Stadium in São Paulo**. Breslávia: Wroclaw University Of Technology, 2013.

WEBSITES

CIMM (Org.). **Aços de Alta Resistência e Baixa Liga**. Disponível em: <http://www.cimm.com.br/portal/material_didatico/6340-acos-de-alta-resistencia-e-baixa-liga#.VFaoInF88J>. Acesso em: 02 nov. 2014.

DENVERSA. **Aços estruturais**. Disponível em: <<http://www.denversa.com.br/site/files/produtos/ba34aa7ebb8e04f694a76c816cee0afc.pdf>>. Acesso em: 002 nov. 2014.

CATÁLOGOS

VALOUREC & MANNESMAN TUBES (Minas Gerais). **Perfis MSH de seções circulares, quadradas e retangulares**: Dimensões, valores estáticos, materiais. Belo Horizonte: Valourec & Mannesman Tubes, 2012.