



PEF 2602 – ESTRUTURAS NA ARQUITETURA II:  
SISTEMAS RETICULADOS

Profº Ruy Marcelo Pauletti  
Profº Dimas Bertoli Ribeiro

## Exercício 1

GRUPO 1

Amanda Hiromi Saito

Constance Jiin Chen

Ibrahim Borba

Leila Lacerda

Mariana Del Moro



# GRUPO 1

IBRAHIM BORBA 8010451

LEILA LACERDA 8010506

AMANDA SAITO 8010531



CONSTANCE CHEN 8010444

MARIANA DEL MORO 8010211

## Índice

1. Introdução	03
1.1. Objetivo	03
1.2. Metodologia	03
2. Histórias das treliças	04
3. A Arena Corinthians	04
4. Ficha técnica da obra	06
5. Especificação do material	06
6. Cálculos manuais	07
7. Dimensionamento	21
8. Peso da estrutura	25
9. Ftool	26
9.1. Treliças articuladas	26
9.2. Treliças não articuladas	33
10. Análise da estrutura	47
11. Conclusão	47
12. Bibliografia	49

# 1. Introdução

Treliças são componentes bastante vantajosos na aplicação da arquitetura. Elas se constituem de barras metálicas unidas pelas extremidades por meio de nós articulados, sendo estes, os componentes que recebem os esforços de tração e compressão. Pelo fato de permitirem uma variedade de formas, não é a toa que se faz bastante uso delas em projetos de grande porte, como é o caso da Arena Corinthians.

O projeto da Arena Corinthians, trata-se de uma estrutura treliçada simples, apoiada em dois pontos em balanço, descartando a presença de pilares nas arquibancadas. Na tentativa de buscar um formato que aparentasse leveza, mas ao mesmo tempo em que fosse firme contra as ações do vento, resultou-se na forma presente. A sua cobertura é um caso exemplar de projeto que trabalha com a versatilidade das treliças.

## 1.1. Objetivo

O trabalho tem como objetivo buscar entender o comportamento das treliças da Arena Corinthians, construída em São Paulo por conta da Copa do Mundo de 2014. Para isso, foram realizados cálculos manuais de forma a obter os esforços solicitantes e as dimensões. Também será utilizado o programa Ftool e com base nos resultados fornecidos por ele, comparar com os cálculos manuais.

Para efeito de estudo, será levado em conta um carregamento distribuído vertical para baixo aplicado diretamente no banzo superior da treliça, conforme a zona de influência de cada nó. O valor do carregamento será obtido por meio do seguinte cálculo:

$$q = q_0 + q_1, \text{ onde } q_0 = 1,2 \text{ kN/m}^2$$

$q_1$  (em  $\text{kN/m}^2$ ) depende do número do grupo, no caso  $q_1 = 0,04 \times n_g$  se  $n_g \leq 10$ , por se tratar do grupo 1.

$$\text{Portanto, } q = 1,24 \text{ kN/m}^2$$

## 1.2. Metodologia

Este trabalho foi desenvolvido baseando-se em sites de engenharia, sites de notícias a respeito da obra, catálogo de empresas especializadas, publicações de trabalhos sobre treliças e anotações de aula. Através dessas fontes foi realizado um levantamento de dados que não constava no enunciado do trabalho.

## 2. História das treliças

A palavra “treliça” tem origem do latim, “trelix”, sendo toda a estrutura formada por barras articuladas em suas junções, denominadas dessa forma. Grande parte das estruturas reticuladas rígidas é conhecida como treliças.

Nos primórdios da civilização eram constituídas de madeira ou ossos na construção de habitações. Existem referências históricas de seu uso datadas de 4500 anos atrás, o que leva a acreditar que o homem tenha criado as primeiras treliças com o arcabouço de peles ou fibras vegetais. Tudo isso, com o propósito de se proteger.

Conforme novos materiais de construção foram sendo agregados ao cotidiano, mais diversificadas se tornaram seu uso nas construções.

No ocidente, em meados do século IX foram estabelecidas algumas relações científicas importantes para a sua utilização racional. Nesse tempo, começaram a surgir os primeiros livros e tratados a respeito das treliças, contendo considerações rigorosas de critérios gráficos e analíticos sobre os cálculos de esforços nas barras e no equilíbrio de nós.

Com o advento da Revolução Industrial, muitos materiais passaram a serem utilizados nas treliças, tais como o ferro e o aço. Cada vez mais, materiais de construção vêm se somar ao uso delas, o que contribui com a ampliação de seu uso.

## 3. A Arena Corinthians

A Arena Corinthians é um estádio construído pela Odebrechet, sendo de propriedade do Sport Club Corinthians Paulista. Ela está localizada no distrito de Itaquera, zona leste do município de São Paulo, razão por ser conhecida popularmente como Itaquerão.

A estimativa de que a abertura da Copa do Mundo traria muito dinheiro para o município de São Paulo, fez com que houvesse um estímulo para que a cidade sediasse o jogo de abertura. Porém, pelo fato do Estádio do Morumbi ser considerado inadequado pela FIFA, optou-se pela Arena Corinthians, sendo aceita a sugestão em 10 de outubro de 2011.

A promessa de sua construção se deu desde 1968, sendo cumprida somente no dia 18 de maio de 2014, ano de sua inauguração.

Após a assinatura do contrato com a construtora Odebrechet, as obras do novo estádio começaram oficialmente em 30 de maio de 2011 com a terraplenagem. Após 100 dias de trabalhos completados, em 6 de setembro, a previsão era de que as obras da arena fossem concluídas em dezembro de 2013, o que não foi o caso.

Em dezembro de 2011, a arena recebeu as primeiras vigas de sustentação das arquibancadas. Nesse mesmo período, teve início a realocação de dutos da Petrobras que transportavam nafta e óleo combustível entre Santo André e Guarulhos, sendo o primeiro obstáculo enfrentado pela obra. Sua transposição foi finalizada em abril de 2012. Naquele mesmo mês, com 30% das obras concluídas, foram iniciados os trabalhos de assentamento de degraus da arquibancada superior leste. No início de outubro, as obras ultrapassaram a marca de 50% de conclusão.

No final de junho de 2013, a grama do estádio foi plantada. Em julho, com mais de 82% das obras concluídas, os vidros da fachada do prédio oeste começaram a ser instalados.

Em setembro, a obra atingira 87% da conclusão, com o início da instalação das primeiras cadeiras na arquibancada inferior leste, a elevação das primeiras estruturas da cobertura e a conclusão da demarcação oficial do campo. Em outubro, a arena chegou aos 90% de conclusão com prédio leste pronto e, ao final de novembro, 95% das obras foram concluídas quando um guindaste cedeu e acertou parte da arquibancada do estádio, causando um acidente que atrasou as obras. Isso também fez com que a Arena Corinthians não fosse testada em sua plenitude até a abertura da Copa do Mundo.

Em janeiro de 2014, após a visita de um secretário-geral da FIFA, foi anunciado que o estádio alcançara 97% das obras concluídas. Somente em 18 de maio que ela foi inaugurada, como mencionado anteriormente.

Com capacidade para 49 414 lugares, é o quinto maior estádio da série A do Campeonato Brasileiro de Futebol e o 11º maior do Brasil. Mas, também é o de menor capacidade dos estádios da história das Mundiais.

## 4. Ficha técnica da obra

**Obra:** Arena Corinthians

**Projeto arquitetônico:** CDC Arquitetos

**Área construída:** 189 mil m<sup>2</sup>

**Aço empregado:** tubos estruturais sem costura A572 GR50

**Volume de aço:** 10 mil toneladas

**Projeto estrutural da cobertura de aço:** Werner Sobek (concepção); Andrade Resende/Emasa (detalhamento)

**Fornecimento da estrutura de aço:** Brafer/Alufer

**Fornecimento da estrutura de aço das arquibancadas:** Fast Engenharia (1.400 toneladas de perfis laminados, 50 toneladas de estacas de aço, 250 toneladas de estruturas tubulares com abraçadeiras, 200 toneladas de estruturas tubulares de encaixe)

**Execução da obra:** Odebrecht Infraestrutura

**Local:** São Paulo, SP

**Data do projeto:** 2011

**Conclusão da obra:** 2014

## 5. Especificações do material

O material utilizado na estrutura da cobertura da Arena Corinthians é o aço ASTM A572 de Grau 50, que, classificado como de alta resistência e baixa liga, encaixa-se no intervalo de 290 a 345 MPa de tensão de escoamento mínima especificado para esta categoria de aços estruturais. Os aços desta classe possuem elevada resistência mecânica e tenacidade, possibilitando a utilização de seções menores e mais leves, grande resistência ao choque e ao limite de fadiga, assim como maior relação do limite de escoamento para o limite da resistência à tração, sem diminuição considerável da ductilidade.

Seu melhor desempenho quando comparados aos aços carbono convencionais provém de uma composição química especialmente pensada para otimizar sua utilização. Assim, durante a fabricação de aços de alta resistência e baixa liga, ocorrem micro adições de elementos químicos, assim como a adoção de processos de produção específicos, para ocasionar o aumento da resistência mecânica do material. A composição típica de aços dessa classe pode variar de acordo com o produto final que

se deseja alcançar; contudo, os valores típicos são em geral de menos de 0,15% de carbono, 1,65% de manganês e 0,035% de fósforo, enxofre e outros. Para os elementos de liga, as porcentagens são diferenciadas, de acordo com a tabela abaixo.

Elemento	Porcentagem (%)	Efeito nas propriedades do aço
Cobre	0,2 a 1,5	Melhora a resistência à corrosão atmosférica
Níquel	No mínimo metade do percentual de cobre	Beneficia a qualidade superficial
Nióbio	0,02	Aumenta o limite de resistência e o limite de escoamento
Nitrogênio	0,003 a 0,012	Contribui para a resistência e pode melhorar a soldabilidade
Vanádio	Até 0,12	Melhora a resistência sem reduzir a soldabilidade

Figura 1: tabela com as características dos materiais

## 6. Cálculos manuais

Para efeito de estudo, foram realizadas algumas considerações, tais como a presença de barras nas diagonais no trecho constituído pela viga Vierendeel e a presença de dois apoios fixos e um móvel. A figura 3 representa uma sugestão das alterações consideradas sem fazer com que ela deixasse de ser isostática.

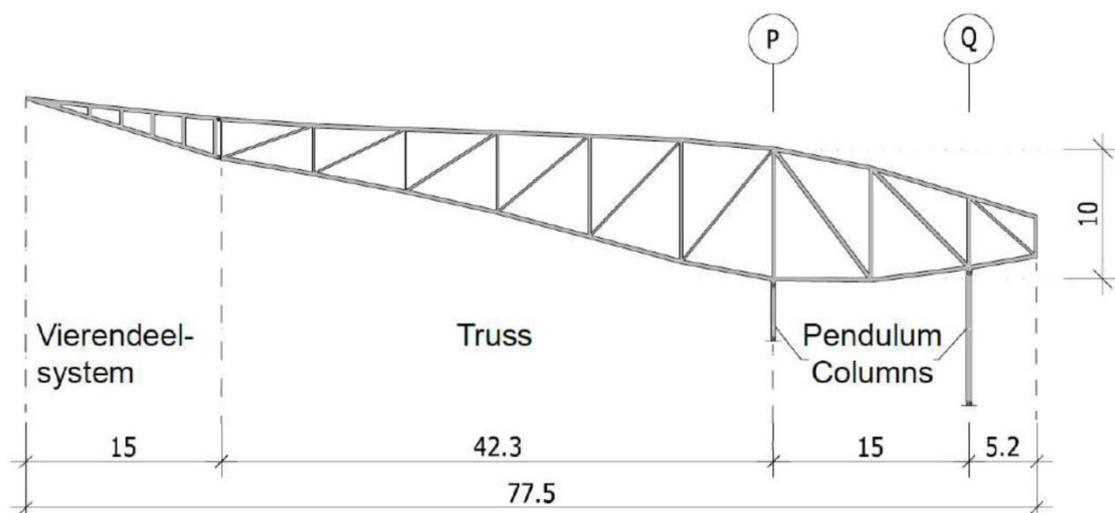


Figura 2: Treliça original

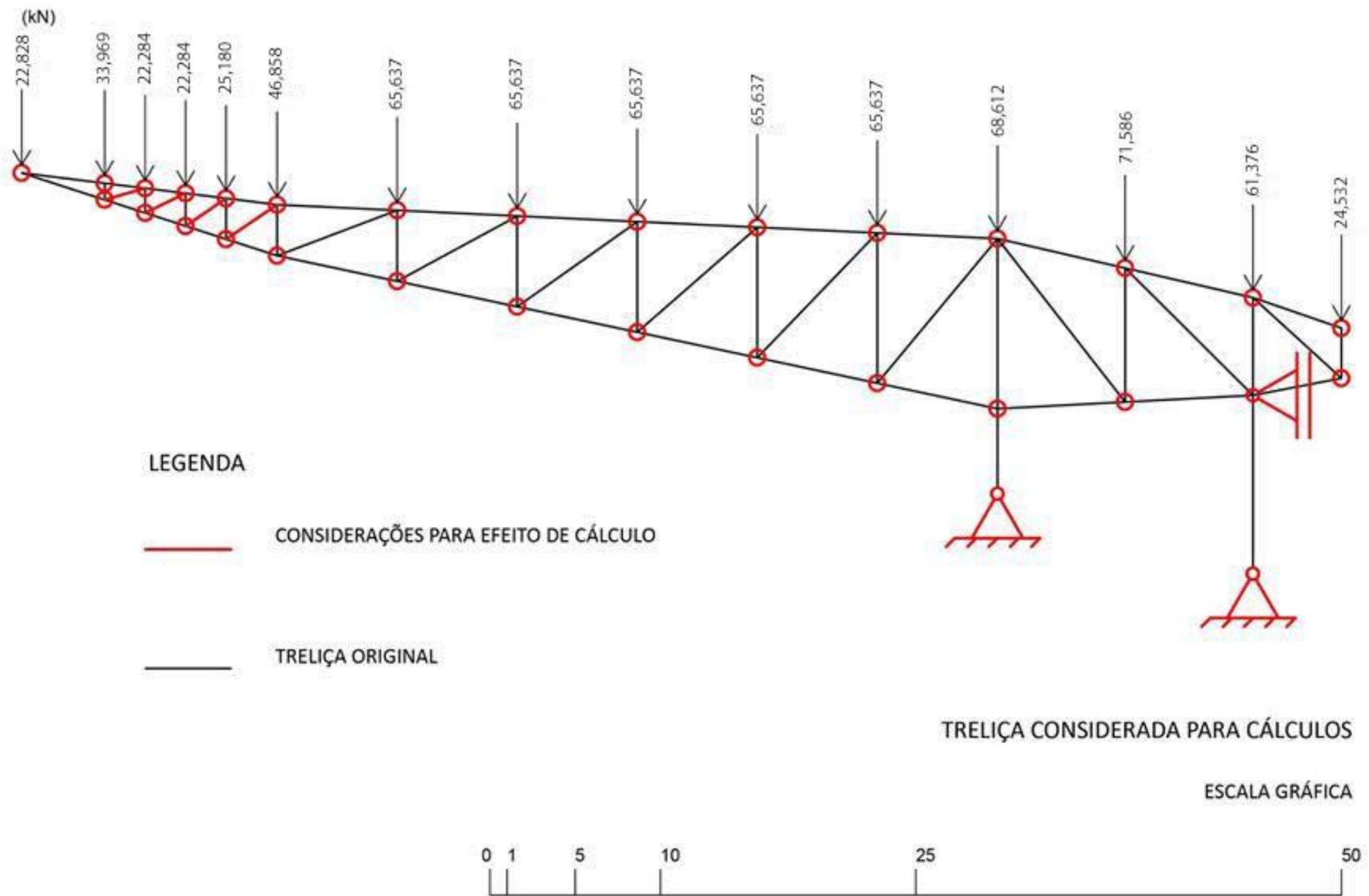


Figura 3: considerações para os cálculos

É importante destacar, também, que as medidas e os ângulos das treliças foram obtidos desenhando-se o trecho da cobertura no programa AutoCAD. Na figura 4, constam apenas alguns dos valores obtidos no AutoCAD, de forma a não poluir a imagem para facilitar o entendimento do desenho. Os valores dos ângulos utilizados estão descritos nos cálculos manuais.

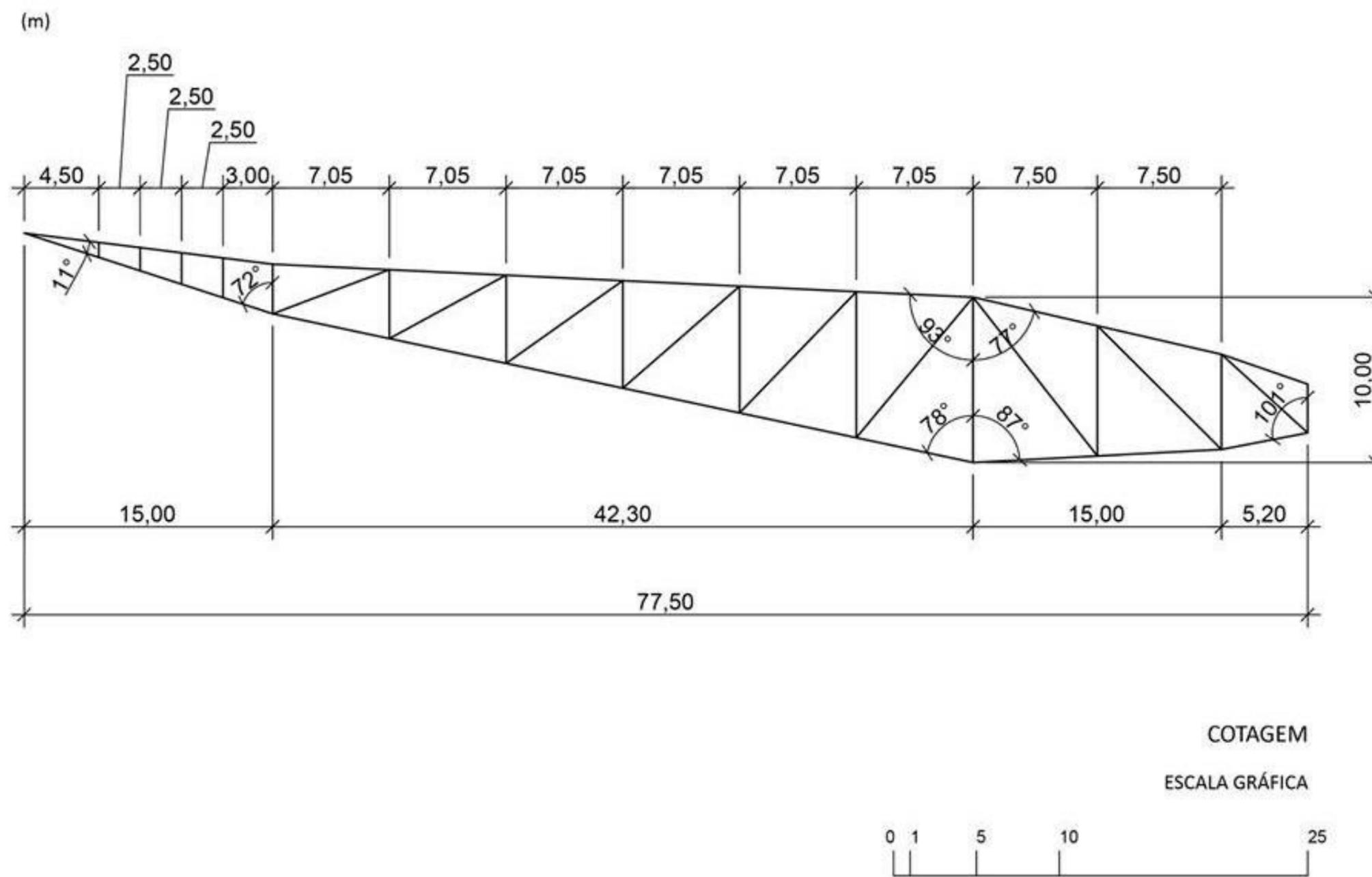


Figura 4: medidas obtidas no AutoCAD

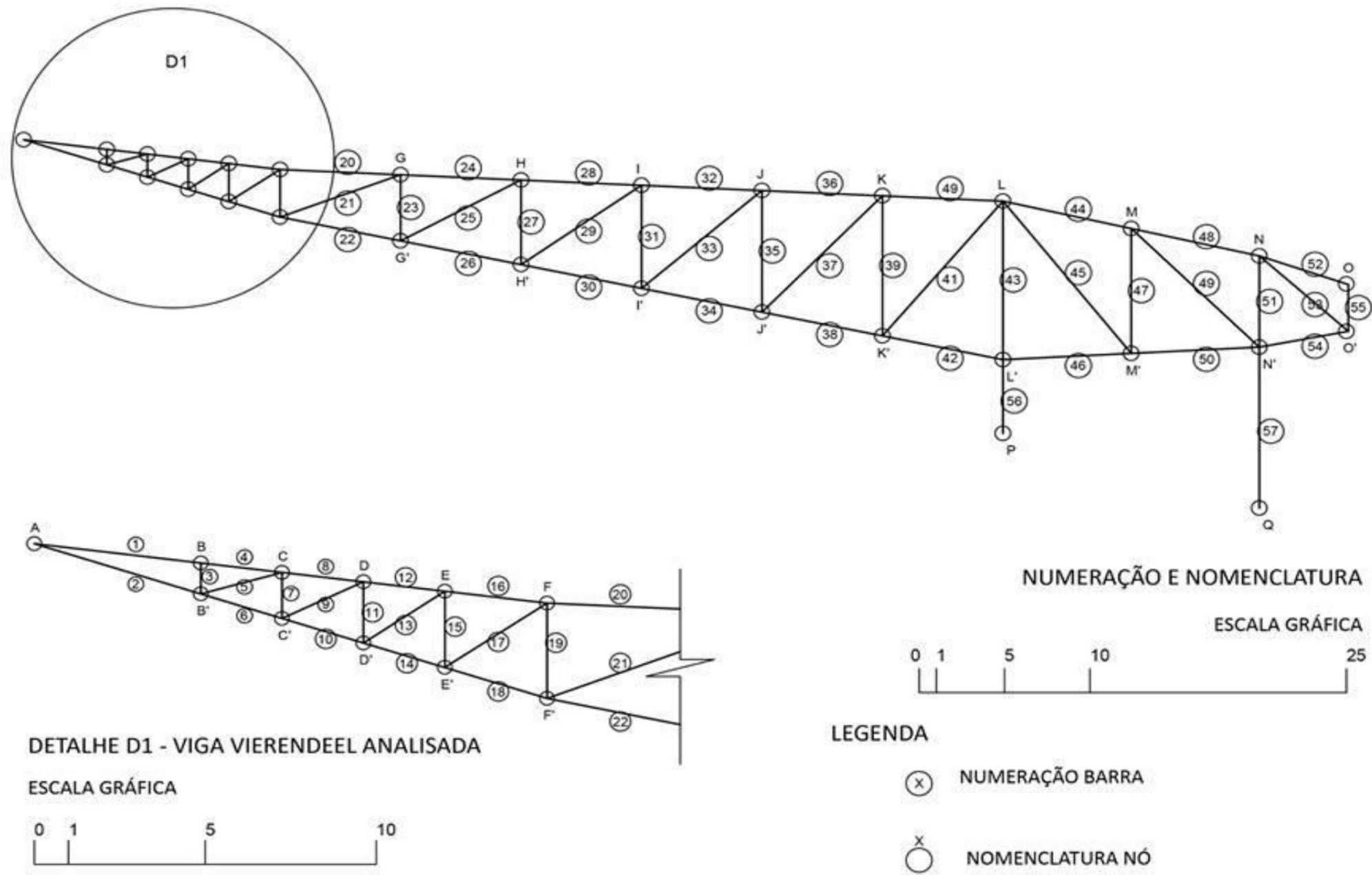
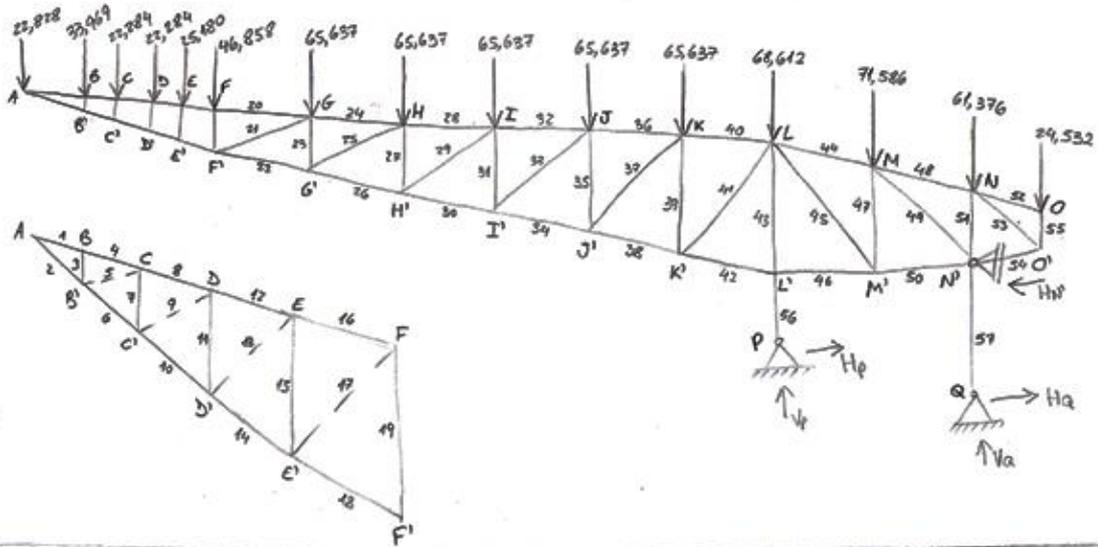


Figura 5: numeração, nomenclatura e detalhe da viga Viereendel

Primeiramente, calculou-se o carregamento distribuído e em seguida a força atuante do ponto A até o ponto O. Após a obtenção desses valores, foram calculadas as forças de cada barra pelo método dos nós e com auxílio das reações.



ESPAÇAMENTO ENTRE AS TRELIÇAS = 7,5 m



**GRUPO 1**

CARREGAMENTO DISTRIBUÍDO VERTICAL PARA BAIXO.

$$q = q_0 + q_1 \quad \begin{cases} q_0 = 1,2 \text{ kN/m}^2 \\ q_1 = 0,04 \times 1 \end{cases}$$

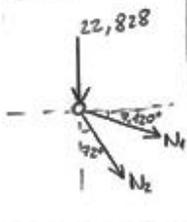
$$q = 1,2 + 0,04 \quad \begin{cases} q_1 = 0,04 \text{ kN/m}^2 \end{cases}$$

$$q = 1,24 \text{ kN/m}^2$$

Pto	MEDIDA	VALOR
A	AB/2	2,4546
B	AB/2 + BC/2	3,6526
C	BC/2 + CD/2	2,3961
D	CD/2 + DE/2	2,3961
E	DE/2 + EF/2	2,7076
F	EF/2 + FG/2	5,0385
G	FG/2 + GH/2	7,0578
H	GH/2 + HI/2	7,0578
I	HI/2 + IJ/2	7,0578
J	IJ/2 + JK/2	7,0578
K	JK/2 + KL/2	7,0578
L	KL/2 + LM/2	7,3796
M	LM/2 + MN/2	7,6974
N	MN/2 + NO/2	6,5996
O	NO/2	2,6379

Pto	ÁREA DE INFLUÊNCIA (VALOR x 7,5) (m <sup>2</sup> )	FORÇA CONCENTRADA NO Pto (ÁREA x q) q = 1,24 kN/m <sup>2</sup> (kN)
A	18,4095	22,82778
B	27,3945	33,96918
C	17,97075	22,28373
D	17,97075	22,28373
E	20,307	25,18068
F	37,78875	46,85805
G	52,9335	65,63754
H	52,9335	65,63754
I	52,9335	65,63754
J	52,9335	65,63754
K	52,9335	65,63754
L	55,332	68,61168
M	57,7305	71,58582
N	49,497	61,37628
O	19,78425	24,53247

Nó A



$$\downarrow \sum F_V = 0 \rightarrow 22,828 + N_1 \cdot \sin 7,120^\circ + N_2 \cdot \cos 72^\circ = 0 \rightarrow N_1 = \frac{-N_2 \cos 72^\circ - 22,828}{\sin 7,120^\circ}$$

$$\rightarrow \oplus \sum F_H = 0 \rightarrow N_1 \cdot \cos 7,120^\circ + N_2 \cdot \sin 72^\circ = 0$$

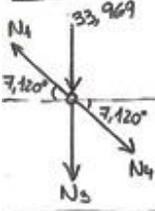
$$\left( \frac{-N_2 \cos 72^\circ - 22,828}{\sin 7,120^\circ} \right) \cdot \cos 7,120^\circ + N_2 \cdot \sin 72^\circ = 0$$

$$-2,473895762 N_2 - 182,7540022 + 0,9510565163 N_2 = 0$$

$$-1,522839246 N_2 = 182,7540022 \rightarrow N_2 = -120,0087289 \text{ kN} \rightarrow -120,009 \text{ kN}$$

$$N_1 = \frac{120,009 \cdot 0,3090169944 - 22,828}{0,1239478584} \rightarrow N_1 = 115,0220495 \text{ kN} \rightarrow 115,022 \text{ kN}$$

Nó B



$$\rightarrow \oplus \sum F_H = 0 \rightarrow N_4 \cdot \cos 7,120^\circ - N_3 \cdot \cos 7,120^\circ = 0$$

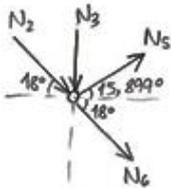
$$N_4 = N_3 \rightarrow N_4 = 115,022 \text{ kN}$$

$$\downarrow \oplus \sum F_V = 0 \rightarrow N_3 + N_4 \cdot \sin 7,120^\circ + 33,969 - N_1 \cdot \sin 7,120^\circ = 0$$

$$N_3 = -N_4 \cdot \sin 7,120^\circ - 33,969 + N_1 \cdot \sin 7,120^\circ = 0$$

$$N_3 = -33,969 \text{ kN}$$

Nó B'



$$\rightarrow \oplus \sum F_H = 0 \rightarrow N_5 \cdot \cos 15,899^\circ + N_6 \cdot \cos 18^\circ + N_7 \cdot \cos 18^\circ = 0 \rightarrow N_5 = \frac{-N_6 \cdot \cos 18^\circ - 114,1350836}{\cos 15,899^\circ}$$

$$\uparrow \oplus \sum F_V = 0 \rightarrow N_5 \cdot \sin 15,899^\circ - N_2 \cdot \sin 18^\circ - N_6 \cdot \sin 18^\circ - N_3 = 0$$

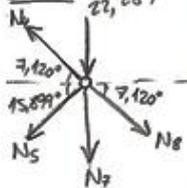
$$\left( \frac{-N_6 \cdot \cos 18^\circ - 114,1350836}{\cos 15,899^\circ} \right) \cdot \sin 15,899^\circ - 37,0847367 - N_6 \cdot \sin 18^\circ - 33,969 = 0$$

$$-0,22708976294 N_6 - 32,51008015 - 37,0847367 - 0,3090169944 N_6 - 33,969 = 0$$

$$-0,5799146238 N_6 = 103,5638169 \rightarrow N_6 = -178,5845927 \text{ kN} \rightarrow -178,584 \text{ kN}$$

$$N_5 = \frac{178,584 \cdot \cos 18^\circ - 114,1350836}{\cos 15,899^\circ} \rightarrow N_5 = 57,92480731 \text{ kN} \rightarrow 57,925 \text{ kN}$$

Nó C



$$\rightarrow \oplus \sum F_H = 0 \rightarrow N_8 \cdot \cos 7,120^\circ - N_4 \cdot \cos 7,120^\circ - N_5 \cdot \cos 15,899^\circ = 0$$

$$N_8 = \frac{N_4 \cdot \cos 7,120^\circ + N_5 \cdot \cos 15,899^\circ}{\cos 7,120^\circ} \rightarrow N_8 = \frac{114,1350836 + 55,708957}{0,9922887324}$$

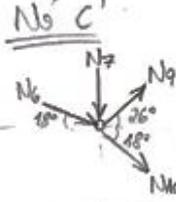
$$N_8 = 171,1639316 \text{ kN} \rightarrow 171,164 \text{ kN}$$

$$\downarrow \oplus \sum F_V = 0 \rightarrow N_7 + N_8 \cdot \sin 7,120^\circ + 22,284 - N_4 \cdot \sin 7,120^\circ + N_5 \cdot \sin 15,899^\circ = 0$$

$$N_7 = -21,21540276 - 22,284 + 14,2567367 - 15,86806265$$

$$N_7 = -45,11072871 \text{ kN} \rightarrow -45,111 \text{ kN}$$

**Nó C'**



$$\sum F_H = 0 \rightarrow N_7 \cdot \cos 26^\circ + N_{10} \cdot \cos 18^\circ + N_8 \cdot \cos 18^\circ = 0 \rightarrow N_7 = - \frac{N_{10} \cdot \cos 18^\circ - 169,8440406}{\cos 26^\circ}$$

$$\sum F_V = 0 \rightarrow N_7 \cdot \sin 26^\circ - N_8 \cdot \sin 18^\circ - N_{10} \cdot \sin 18^\circ - N_9 = 0$$

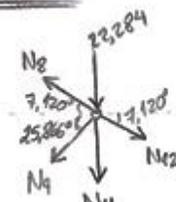
$$\left( \frac{-N_{10} \cdot \cos 18^\circ - 169,8440406}{\cos 26^\circ} \right) \cdot \sin 26^\circ - 55,18567408 - N_{10} \cdot \sin 18^\circ - 45,11072871 = 0$$

$$-0,4638612566 N_{10} - 82,83847357 - 100,2964028 - 0,3090169944 N_{10} = 0$$

$$-0,772878251 N_{10} = 183,1348764 \rightarrow N_{10} = -236,9517788 \text{ kN} \rightarrow \underline{\underline{-236,952 \text{ kN}}}$$

$$N_7 = \frac{236,952 \cdot \cos 18^\circ - 169,8440406}{\cos 26^\circ} \rightarrow N_7 = 61,76108187 \text{ kN} \rightarrow \underline{\underline{61,761 \text{ kN}}}$$

**Nó D**



$$\sum F_H = 0 \rightarrow N_{12} \cdot \cos 7,120^\circ - N_8 \cdot \cos 7,120^\circ - N_9 \cdot \cos 25,866^\circ = 0$$

$$N_{12} = \frac{N_8 \cdot \cos 7,120^\circ + N_9 \cdot \cos 25,866^\circ}{\cos 7,120^\circ} \rightarrow N_{12} = \frac{169,8440407 + 55,57366053}{\cos 7,120^\circ} \rightarrow N_{12} = 227,1694658 \text{ kN}$$

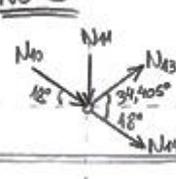
$$\hookrightarrow \underline{\underline{227,169 \text{ kN}}}$$

$$\sum F_V = 0 \rightarrow N_{11} + N_{12} \cdot \sin 7,120^\circ + 22,284 - N_8 \cdot \sin 7,120^\circ + N_9 \cdot \sin 25,866^\circ = 0$$

$$N_{11} = -28,15716878 - 22,284 + 21,21540276 - 26,94437768 \rightarrow N_{11} = -56,1701437 \text{ kN}$$

$$\hookrightarrow \underline{\underline{-56,170 \text{ kN}}}$$

**Nó D'**



$$\sum F_H = 0 \rightarrow N_{13} \cdot \cos 34,405^\circ + N_{14} \cdot \cos 18^\circ + N_{10} \cdot \cos 18^\circ = 0 \rightarrow N_{13} = - \frac{N_{14} \cdot \cos 18^\circ - 225,3545333}{\cos 34,405^\circ}$$

$$\sum F_V = 0 \rightarrow N_{13} \cdot \sin 34,405^\circ - N_{10} \cdot \sin 18^\circ - N_{14} \cdot \sin 18^\circ - N_{11} = 0$$

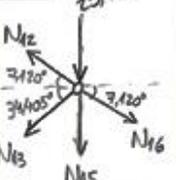
$$\left( \frac{-N_{14} \cdot \cos 18^\circ - 225,3545333}{\cos 34,405^\circ} \right) \cdot \sin 34,405^\circ - 73,2221265 - N_{14} \cdot \sin 18^\circ - 56,1701437 = 0$$

$$-0,6513239013 N_{14} - 154,332357 - 129,3922702 - 0,3090169944 N_{14} = 0$$

$$-0,9603408957 N_{14} = 283,7246272 \rightarrow N_{14} = -295,4415755 \text{ kN} \rightarrow \underline{\underline{-295,441 \text{ kN}}}$$

$$N_{13} = \frac{295,441 \cdot \cos 18^\circ - 225,3545333}{\cos 34,405^\circ} \rightarrow N_{13} = 67,42154462 \text{ kN} \rightarrow \underline{\underline{67,421 \text{ kN}}}$$

**Nó E**



$$\sum F_H = 0 \rightarrow N_{16} \cdot \cos 7,120^\circ - N_{12} \cdot \cos 7,120^\circ - N_{13} \cdot \cos 34,405^\circ = 0$$

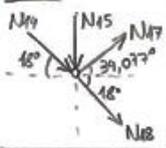
$$N_{16} = \frac{N_{12} \cdot \cos 7,120^\circ + N_{13} \cdot \cos 34,405^\circ}{\cos 7,120^\circ} \rightarrow N_{16} = \frac{225,4177013 + 55,62710227}{\cos 7,120^\circ} \rightarrow N_{16} = 283,2282571 \text{ kN}$$

$$\hookrightarrow \underline{\underline{283,229 \text{ kN}}}$$

$$\sum F_V = 0 \rightarrow N_{15} + N_{16} \cdot \sin 7,120^\circ + 25,180 - N_{12} \cdot \sin 7,120^\circ + N_{13} \cdot \sin 34,405^\circ = 0$$

$$N_{15} = -35,10561027 - 25,180 + 28,15716878 - 38,09580256 \rightarrow N_{15} = -70,22424405 \text{ kN} \rightarrow \underline{\underline{-70,224 \text{ kN}}}$$

Nó E



$$\sum F_H = 0 \rightarrow N_{17} \cdot \cos 34,077^\circ + N_{18} \cdot \cos 18^\circ + N_{14} \cdot \cos 18^\circ = 0 \rightarrow N_{17} = \frac{-N_{18} \cdot \cos 18^\circ - 280,9816356}{\cos 34,077^\circ}$$

$$\sum F_V = 0 \rightarrow N_{17} \cdot \sin 34,077^\circ - N_{14} \cdot \sin 18^\circ - N_{18} \cdot \sin 18^\circ - N_{15} = 0$$

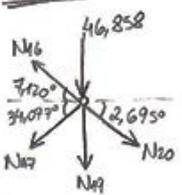
$$\left( \frac{-N_{18} \cdot \cos 18^\circ - 280,9816356}{\cos 34,077^\circ} \right) \cdot \sin 34,077^\circ - 91,29646767 - N_{18} \cdot \sin 18^\circ - 70,224 = 0$$

$$-0,96433570362 N_{18} - 190,0744164 - 161,5207117 - 0,3090169944 N_{18} = 0$$

$$0,9523740306 N_{18} = 351,5951281 \rightarrow N_{18} = -369,1775676 \text{ kN} \rightarrow -369,177 \text{ kN}$$

$$N_{17} = \frac{369,177 \cdot \cos 18^\circ - 280,9816356}{\cos 34,077^\circ} \rightarrow N_{17} = 84,66538499 \text{ kN} \rightarrow 84,665 \text{ kN}$$

Nó F



$$\sum F_H = 0 \rightarrow N_{20} \cdot \cos 2,695^\circ - N_{16} \cdot \cos 7,120^\circ - N_{17} \cdot \cos 34,077^\circ = 0$$

$$N_{20} = \frac{N_{16} \cdot \cos 7,120^\circ + N_{17} \cdot \cos 34,077^\circ}{\cos 2,695^\circ} \rightarrow N_{20} = \frac{281,0448096 + 70,12709574}{\cos 2,695^\circ}$$

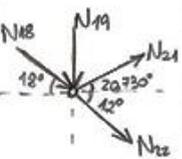
$$N_{20} = 351,5607318 \text{ kN} \rightarrow 351,561 \text{ kN}$$

$$\sum F_V = 0 \rightarrow N_{19} + N_{20} \cdot \sin 2,695^\circ + 46,858 - N_{16} \cdot \sin 7,120^\circ + N_{17} \cdot \sin 34,077^\circ = 0$$

$$N_{19} = -16,53013282 - 46,858 + 35,10561027 - 47,43856932$$

$$N_{19} = -75,72109187 \text{ kN} \rightarrow -75,721 \text{ kN}$$

Nó F'



$$\sum F_H = 0 \rightarrow N_{21} \cdot \cos 20,730^\circ + N_{22} \cdot \cos 12^\circ + N_{18} \cdot \cos 18^\circ = 0 \rightarrow N_{21} = \frac{-N_{22} \cdot \cos 12^\circ - 351,1087313}{\cos 20,730^\circ}$$

$$\sum F_V = 0 \rightarrow N_{21} \cdot \sin 20,730^\circ - N_{18} \cdot \sin 18^\circ - N_{22} \cdot \sin 12^\circ - N_{19} = 0$$

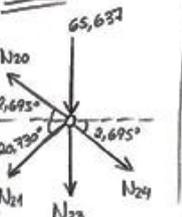
$$\left( \frac{-N_{22} \cdot \cos 12^\circ - 351,1087313}{\cos 20,730^\circ} \right) \cdot \sin 20,730^\circ - 144,0821423 - N_{22} \cdot \sin 12^\circ - 75,721 = 0$$

$$-0,3701965791 N_{22} - 132,883065 - 219,8032342 - 0,2079116908 N_{22} = 0$$

$$-0,5781082699 N_{22} = 352,6862992 \rightarrow N_{22} = -610,0696315 \text{ kN} \rightarrow -610,070 \text{ kN}$$

$$N_{21} = \frac{610,070 \cdot \cos 12^\circ - 351,1087313}{\cos 20,730^\circ} \rightarrow N_{21} = 262,6325556 \text{ kN} \rightarrow 262,632 \text{ kN}$$

Nó G



$$\sum F_H = 0 \rightarrow N_{24} \cdot \cos 2,695^\circ - N_{20} \cdot \cos 2,695^\circ - N_{21} \cdot \cos 20,730^\circ = 0$$

$$N_{24} = \frac{N_{20} \cdot \cos 2,695^\circ + N_{21} \cdot \cos 20,730^\circ}{\cos 2,695^\circ} \rightarrow N_{24} = \frac{351,1718993 + 245,629415}{\cos 2,695^\circ}$$

$$N_{24} = 597,4621182 \text{ kN} \rightarrow 597,462 \text{ kN}$$

$$\sum F_V = 0 \rightarrow N_{23} + N_{24} \cdot \sin 2,695^\circ + 65,637 - N_{20} \cdot \sin 2,695^\circ + N_{21} \cdot \sin 20,730^\circ = 0$$

$$N_{23} = -28,09223919 - 65,637 + 16,53013282 - 92,96262556$$

$$N_{23} = -170,1617319 \text{ kN} \rightarrow -170,162 \text{ kN}$$

**N6' G'**

$\rightarrow \sum F_H = 0 \rightarrow N_{25} \cdot \cos 28,544^\circ + N_{26} \cdot \cos 12^\circ + N_{22} \cdot \cos 12^\circ = 0 \rightarrow N_{25} = \frac{-N_{26} \cdot \cos 12^\circ - 596,7381463}{\cos 28,544^\circ}$

$\uparrow \sum F_V = 0 \rightarrow N_{25} \cdot \sin 28,544^\circ - N_{22} \cdot \sin 12^\circ - N_{26} \cdot \sin 12^\circ - N_{23} = 0$   
 $\left( \frac{-N_{26} \cdot \cos 12^\circ - 596,7381463}{\cos 28,544^\circ} \right) \cdot \sin 28,544^\circ - 126,8406086 - N_{26} \cdot \sin 12^\circ - 170,162 = 0$   
 $-0,5320638279 \cdot N_{26} - 324,5959834 - 297,0023405 - 0,2079116908 \cdot N_{26} = 0$   
 $-0,7399755187 N_{26} = 621,5983239 \rightarrow N_{26} = -840,025254 \text{ kN} \rightarrow -840,025 \text{ kN}$

$N_{25} = \frac{840,025 \cdot \cos 12^\circ - 596,7381463}{\cos 28,544^\circ} \rightarrow N_{25} = 278,8214335 \text{ kN} \rightarrow 278,821 \text{ kN}$

**N6' H**

$\rightarrow \sum F_H = 0 \rightarrow N_{28} \cdot \cos 2,695^\circ - N_{24} \cdot \cos 2,695^\circ - N_{25} \cdot \cos 28,544^\circ = 0$   
 $N_{28} = \frac{N_{24} \cdot \cos 2,695^\circ + N_{25} \cdot \cos 28,544^\circ}{\cos 2,695^\circ} \rightarrow N_{28} = \frac{596,8013143 + 244,9308059}{\cos 2,695^\circ}$   
 $N_{28} = 842,6641219 \text{ kN} \rightarrow 842,664 \text{ kN}$

$\downarrow \sum F_V = 0 \rightarrow N_{27} + N_{28} \cdot \sin 2,695^\circ + 65,637 - N_{24} \cdot \sin 2,695^\circ + N_{25} \cdot \sin 28,544^\circ = 0$   
 $N_{27} = -39,62146109 - 65,637 + 28,09223919 - 133,2302222$   
 $N_{27} = -210,3964411 \text{ kN} \rightarrow -210,396 \text{ kN}$

**N6' H'**

$\rightarrow \sum F_H = 0 \rightarrow N_{29} \cdot \cos 35,353^\circ + N_{30} \cdot \cos 12^\circ + N_{26} \cdot \cos 12^\circ = 0 \rightarrow N_{29} = \frac{-N_{30} \cdot \cos 12^\circ - 821,6689522}{\cos 35,353^\circ}$

$\uparrow \sum F_V = 0 \rightarrow N_{29} \cdot \sin 35,353^\circ - N_{26} \cdot \sin 12^\circ - N_{30} \cdot \sin 12^\circ - N_{27} = 0$   
 $\left( \frac{-N_{30} \cdot \cos 12^\circ - 821,6689522}{\cos 35,353^\circ} \right) \cdot \sin 35,353^\circ - 174,6511273 - N_{30} \cdot \sin 12^\circ - 210,396 = 0$   
 $-0,6939264067 N_{30} - 582,9158943 - 325,0475714 - 0,2079116908 N_{30} = 0$   
 $-0,9018380975 N_{30} = 967,9634657 \rightarrow N_{30} = -1073,322882 \text{ kN} \rightarrow -1073,323 \text{ kN}$

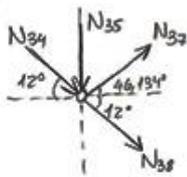
$N_{29} = \frac{1073,323 \cdot \cos 12^\circ - 821,6689522}{\cos 35,353^\circ} \rightarrow N_{29} = 279,7921675 \text{ kN} \rightarrow 279,792 \text{ kN}$

**N6' I**

$\rightarrow \sum F_H = 0 \rightarrow N_{32} \cdot \cos 2,695^\circ - N_{28} \cdot \cos 2,695^\circ - N_{29} \cdot \cos 35,353^\circ = 0$   
 $N_{32} = \frac{N_{28} \cdot \cos 2,695^\circ + N_{29} \cdot \cos 35,353^\circ}{\cos 2,695^\circ} \rightarrow N_{32} = \frac{841,7321202 + 228,1992496}{\cos 2,695^\circ}$   
 $N_{32} = 1071,116043 \text{ kN} \rightarrow 1071,116 \text{ kN}$

$\downarrow \sum F_V = 0 \rightarrow N_{31} + N_{32} \cdot \sin 2,695^\circ + 65,637 - N_{28} \cdot \sin 2,695^\circ + N_{29} \cdot \sin 35,353^\circ = 0$   
 $N_{31} = -50,36310617 - 65,637 + 39,62146109 - 161,8911964$   
 $N_{31} = -238,2698414 \text{ kN} \rightarrow -238,270 \text{ kN}$

N6' U'



$$\sum F_H = 0 \rightarrow N_{37} \cdot \cos 46,134^\circ + N_{38} \cdot \cos 12^\circ + N_{34} \cdot \cos 12^\circ = 0 \rightarrow N_{37} = \frac{-N_{38} \cdot \cos 12^\circ - 1268,973672}{\cos 46,134^\circ}$$

$$\sum F_V = 0 \rightarrow N_{37} \cdot \sin 46,134^\circ - N_{34} \cdot \sin 12^\circ - N_{38} \cdot \sin 12^\circ - N_{35} = 0$$

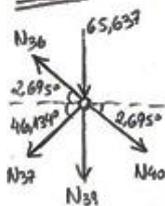
$$\left( \frac{-N_{38} \cdot \cos 12^\circ - 1268,973672}{\cos 46,134^\circ} \right) \cdot \sin 46,134^\circ - 269,7286206 - N_{38} \cdot \sin 12^\circ - 267,648 = 0$$

$$-1,017653727 N_{38} - 1320,225889 - 537,3768057 - 0,2079116908 N_{38} = 0$$

$$-1,225565418 N_{38} = 1857,602695 \rightarrow N_{38} = -1515,710763 \text{ kN} \rightarrow \underline{-1515,711 \text{ kN}}$$

$$N_{37} = \frac{1515,711 \cdot \cos 12^\circ - 1268,973672}{\cos 46,134^\circ} \rightarrow N_{37} = 308,2585153 \text{ kN} \rightarrow \underline{308,258 \text{ kN}}$$

N6' K



$$\sum F_H = 0 \rightarrow N_{40} \cdot \cos 2,695^\circ - N_{36} \cdot \cos 2,695^\circ - N_{37} \cdot \cos 46,134^\circ = 0$$

$$N_{40} = \frac{N_{36} \cdot \cos 2,695^\circ + N_{37} \cdot \cos 46,134^\circ}{\cos 2,695^\circ} \rightarrow N_{40} = \frac{1289,036838 + 213,6151742}{\cos 2,695^\circ}$$

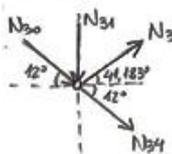
$$N_{40} = 1504,315813 \text{ kN} \rightarrow \underline{1504,316 \text{ kN}}$$

$$\sum F_V = 0 \rightarrow N_{39} + N_{40} \cdot \sin 2,695^\circ + 65,637 - N_{36} \cdot \sin 2,695^\circ + N_{37} \cdot \sin 46,134^\circ = 0$$

$$N_{39} = -70,73184782 - 65,637 + 60,67669477 - 222,2428168$$

$$N_{39} = -297,9349699 \text{ kN} \rightarrow \underline{-297,935 \text{ kN}}$$

N6' I'



$$\sum F_H = 0 \rightarrow N_{33} \cdot \cos 41,183^\circ + N_{34} \cdot \cos 12^\circ + N_{30} \cdot \cos 12^\circ = 0 \rightarrow N_{33} = \frac{-N_{34} \cdot \cos 12^\circ - 1049,868202}{\cos 41,183^\circ}$$

$$\sum F_V = 0 \rightarrow N_{33} \cdot \sin 41,183^\circ - N_{30} \cdot \sin 12^\circ - N_{34} \cdot \sin 12^\circ - N_{31} = 0$$

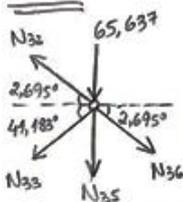
$$\left( \frac{-N_{34} \cdot \cos 12^\circ - 1049,868202}{\cos 41,183^\circ} \right) \cdot \sin 41,183^\circ - 223,1563752 - N_{34} \cdot \sin 12^\circ - 238,270 = 0$$

$$-0,8557909826 N_{34} - 918,5400439 - 461,4262166 - 0,2079116908 N_{34} = 0$$

$$-1,063702673 N_{34} = 1379,966261 \rightarrow N_{34} = -1297,323299 \text{ kN} \rightarrow \underline{-1297,323 \text{ kN}}$$

$$N_{33} = \frac{1297,323 \cdot \cos 12^\circ - 1049,868202}{\cos 41,183^\circ} \rightarrow N_{33} = 291,1273818 \text{ kN} \rightarrow \underline{291,127 \text{ kN}}$$

N6' J



$$\sum F_H = 0 \rightarrow N_{36} \cdot \cos 2,695^\circ - N_{32} \cdot \cos 2,695^\circ - N_{33} \cdot \cos 41,183^\circ = 0$$

$$N_{36} = \frac{N_{32} \cdot \cos 2,695^\circ + N_{33} \cdot \cos 41,183^\circ}{\cos 2,695^\circ} \rightarrow N_{36} = \frac{1069,931369 + 219,1054699}{\cos 2,695^\circ}$$

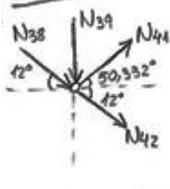
$$N_{36} = 1290,464115 \text{ kN} \rightarrow \underline{1290,464 \text{ kN}}$$

$$\sum F_V = 0 \rightarrow N_{35} + N_{36} \cdot \sin 2,695^\circ + 65,637 - N_{32} \cdot \sin 2,695^\circ + N_{33} \cdot \sin 41,183^\circ = 0$$

$$N_{35} = -60,67669479 - 65,637 + 50,36310615 - 191,6975365$$

$$N_{35} = -267,6481251 \text{ kN} \rightarrow \underline{-267,648 \text{ kN}}$$

N6' K'



$$\sum F_H = 0 \rightarrow N_{41} \cdot \cos 50,332^\circ + N_{42} \cdot \cos 12^\circ + N_{38} \cdot \cos 12^\circ = 0 \rightarrow N_{41} = \frac{-N_{42} \cdot \cos 12^\circ - 1482,588846}{\cos 50,332^\circ}$$

$$\sum F_V = 0 \rightarrow N_{41} \cdot \sin 50,332^\circ - N_{38} \cdot \sin 12^\circ - N_{42} \cdot \sin 12^\circ - N_{39} = 0$$

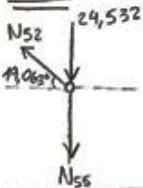
$$\left( \frac{-N_{42} \cdot \cos 12^\circ - 1482,588846}{\cos 50,332^\circ} \right) \cdot \sin 50,332^\circ - 315,1339875 - N_{42} \cdot \sin 12^\circ - 297,935 = 0$$

$$-1,179524274 N_{42} - 1787,817637 - 613,0689574 - 0,2079116908 N_{42} = 0$$

$$-1,387435965 N_{42} = 2400,886594 \rightarrow N_{42} = -1730,448579 \text{ kN} \rightarrow -1730,448 \text{ kN}$$

$$N_{41} = \frac{1730,448 \cdot \cos 12^\circ - 1482,588846}{\cos 50,332^\circ} \rightarrow N_{41} = 329,0502502 \text{ kN} \rightarrow 329,050 \text{ kN}$$

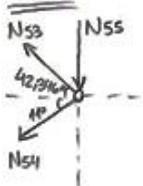
N6' O



$$\sum F_H = 0 \rightarrow N_{52} \cdot \cos 19,063^\circ = 0 \rightarrow N_{52} = 0 \text{ kN}$$

$$\sum F_V = 0 \rightarrow N_{55} + 24,532 = 0 \rightarrow N_{55} = -24,532 \text{ kN}$$

N6' O'



$$\sum F_H = 0 \rightarrow N_{53} \cdot \cos 42,346^\circ + N_{54} \cdot \cos 11^\circ = 0 \rightarrow N_{53} = \frac{-N_{54} \cdot \cos 11^\circ}{\cos 42,346^\circ}$$

$$\sum F_V = 0 \rightarrow N_{53} \cdot \sin 42,346^\circ - N_{54} \cdot \sin 11^\circ - N_{55} = 0$$

$$\left( \frac{-N_{54} \cdot \cos 11^\circ}{\cos 42,346^\circ} \right) \cdot \sin 42,346^\circ - N_{54} \cdot \sin 11^\circ - 24,532 = 0$$

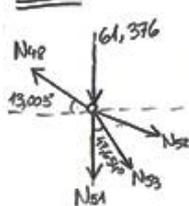
$$-0,8946536916 N_{54} - 0,1908089954 N_{54} - 24,532 = 0$$

$$N_{54} = \frac{-24,532}{1,085462687} \rightarrow N_{54} = -22,6005005 \text{ kN}$$

$$N_{53} = \frac{22,6005005 \cdot \cos 11^\circ}{\cos 42,346^\circ}$$

$$N_{53} = 30,01698009 \text{ kN}$$

N6' N



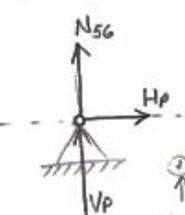
$$\sum F_H = 0 \rightarrow N_{48} \cdot \cos 13,003^\circ - N_{53} \cdot \sin 47,654^\circ - N_{52} \cdot \cos 19,063^\circ = 0$$

$$N_{48} = \frac{N_{53} \cdot \sin 47,654^\circ}{\cos 13,003^\circ} \rightarrow N_{48} = 22,76910454 \text{ kN}$$

$$\sum F_V = 0 \rightarrow N_{51} + N_{53} \cdot \cos 47,654^\circ + N_{52} \cdot \sin 19,063^\circ - N_{48} \cdot \sin 13,003^\circ = 0$$

$$N_{51} = -20,21962121 + 5,123095698 \rightarrow N_{51} = -15,09652551 \text{ kN}$$

N6' P

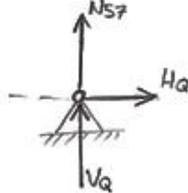


$$\sum F_H = 0 \rightarrow H_p = 0$$

$$\sum F_V = 0$$

$$V_p + N_{56} = 0$$

N6' Q



$$\sum F_H = 0 \rightarrow H_q = 0$$

$$\sum F_V = 0$$

$$V_q + N_{57} = 0$$

$$\sum F_v = 0 \uparrow$$

$$V_p + V_q - 22,828 - 33,969 - 22,284 - 22,284 - 25,180 - 46,858 - 65,637 - 65,637 - 65,637 - 65,637 - 65,637 - 68,612 - 71,586 - 61,376 - 24,532 = 0$$

$$V_p + V_q = 727,694$$

Alt	BRACO DE ALAVANCA EM RELAÇÃO AO PONTO "P" (m)
A	57,3
B	52,8
C	50,3
D	47,8
E	45,3
F	42,3
G	35,25
H	28,2
I	21,15
J	14,1
K	7,05
M	7,50
N	15
O	20,2
Vq	15
Hq	4,7
HN'	5,4361

$$\sum F_H = 0 \rightarrow H_N' - H_p - H_q = 0 \rightarrow H_N' - 0 - 0 = 0 \rightarrow \boxed{H_N' = 0}$$

$$\sum M_p = 0 \curvearrowright$$

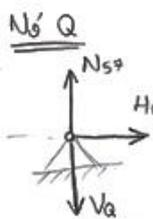
$$22,828 \cdot 57,3 + 33,969 \cdot 52,8 + 22,284 \cdot 50,3 + 22,284 \cdot 47,8 + 25,180 \cdot 45,3 + 46,858 \cdot 42,3 + 65,637 \cdot 35,25 + 65,637 \cdot 28,2 + 65,637 \cdot 21,15 + 65,637 \cdot 14,1 + 65,637 \cdot 7,05 - 71,586 \cdot 7,5 - 61,376 \cdot 15 - 24,532 \cdot 20,2 + V_q \cdot 15 + H_q \cdot 4,7 - H_N' \cdot 5,4361 = 0$$

$$-15V_q = 7308,0444 + 1793,5632 + 1120,2852 + 1065,1752 + 1140,654 + 1922,0934 + 2313,70125 + 1850,9634 + 1388,22255 + 925,4817 + 462,74085 - 536,895 - 920,64 - 495,5464$$

$$-15V_q = 15351,52815 - 1953,0814 \rightarrow \boxed{V_q = -893,2297833 \text{ kN}}$$

$$V_p = 727,694 + 893,230$$

$$\boxed{V_p = 1620,923783 \text{ kN}}$$

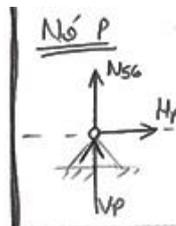


$$\sum F_H = 0 \quad \boxed{H_q = 0}$$

$$\sum F_v = 0$$

$$N_{57} - V_q = 0$$

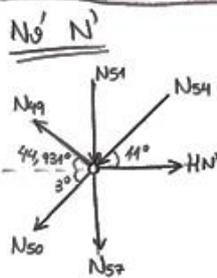
$$\boxed{N_{57} = 893,2297833 \text{ kN}}$$



$$\sum F_H = 0 \quad \boxed{H_p = 0}$$

$$\sum F_v = 0 \rightarrow N_{56} + V_p = 0$$

$$\boxed{N_{56} = -1620,923783 \text{ kN}}$$



$$\sum F_H = 0 \rightarrow N_{49} \cdot \cos 44,931^\circ + N_{50} \cdot \cos 3^\circ - H_N' + N_{54} \cdot \cos 11^\circ = 0$$

$$\boxed{N_{49} = \frac{-N_{50} \cdot \cos 3^\circ - 22,18526565}{\cos 44,931^\circ}}$$

$$\sum F_v = 0 \rightarrow N_{49} \cdot \sin 44,931^\circ - N_{51} - N_{54} \cdot \sin 11^\circ - N_{57} - N_{50} \cdot \sin 3^\circ = 0$$

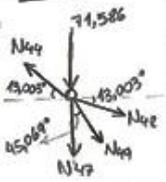
$$\left( \frac{-N_{50} \cdot \cos 3^\circ - 22,18526565}{\cos 44,931^\circ} \right) \cdot \sin 44,931^\circ - 15,09652551 - 4,312378795 - 893,2297833 - N_{50} \cdot \sin 3^\circ = 0$$

$$-0,9962271732 N_{50} - 22,13189548 - 912,6386276 - 0,05232595624 N_{50} = 0$$

$$-1,048563129 N_{50} = 934,7776424 \rightarrow \boxed{N_{50} = -891,4843718 \text{ kN}}$$

$$N_{49} = \frac{891,484 \cdot \cos 3^\circ - 22,18526565}{\cos 44,931^\circ} \rightarrow \boxed{N_{49} = 1226,171012 \text{ kN}}$$

N<sub>5</sub> M



$$\sum F_H = 0 \rightarrow N_{44} \cdot \cos 13,003^\circ - N_{48} \cdot \cos 13,003^\circ - N_{49} \cdot \sin 45,069^\circ = 0$$

$$N_{44} = \frac{N_{48} \cdot \cos 13,003^\circ + N_{49} \cdot \sin 45,069^\circ}{\cos 13,003^\circ} \rightarrow N_{44} = \frac{22,18526565 + 868,0773576}{\cos 13,003^\circ}$$

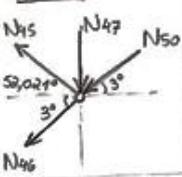
$$N_{44} = 913,6912334 \text{ kN}$$

$$\sum F_V = 0 \rightarrow N_{47} + N_{49} \cdot \cos 45,069^\circ + N_{48} \cdot \sin 13,003^\circ + 71,586 - N_{44} \cdot \sin 13,003^\circ = 0$$

$$N_{47} = -865,9890599 - 5,123095698 - 71,586 + 205,5824206$$

$$N_{47} = -737,115735 \text{ kN}$$

N<sub>5</sub> M'



$$\sum F_H = 0 \rightarrow N_{45} \cdot \cos 52,021^\circ + N_{46} \cdot \cos 3^\circ + N_{50} \cdot \cos 3^\circ = 0 \rightarrow N_{45} = \frac{-N_{46} \cdot \cos 3^\circ - 890,2626235}{\cos 52,021^\circ}$$

$$\sum F_V = 0 \rightarrow N_{45} \cdot \sin 52,021^\circ - N_{47} - N_{50} \cdot \sin 3^\circ - N_{46} \cdot \sin 3^\circ = 0$$

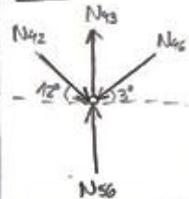
$$\left( \frac{-N_{46} \cdot \cos 3^\circ - 890,2626235}{\cos 52,021^\circ} \right) \cdot \sin 52,021^\circ - 737,115735 - 46,65668707 - N_{46} \cdot \sin 3^\circ = 0$$

$$-1,279153614 N_{46} - 1440,345456 - 783,7724221 - 0,05233595624 N_{46} = 0$$

$$-1,33148957 N_{46} = 2224,117878 \rightarrow N_{46} = -1670,398273 \text{ kN}$$

$$N_{45} = \frac{1670,398 \cdot \cos 3^\circ - 890,2626235}{\cos 52,021^\circ} \rightarrow N_{45} = 1264,025097 \text{ kN}$$

N<sub>6</sub> L'



$$\sum F_V = 0 \rightarrow N_{43} + N_{56} - N_{42} \cdot \sin 12^\circ - N_{46} \cdot \sin 3^\circ = 0$$

$$N_{43} = -1620,923783 + 359,7804899 + 87,42189092$$

$$N_{43} = -1173,721402 \text{ kN}$$

Os resultados obtidos para cada barra e as forças de reação foram:

BARRA	N (KN)
1	115,022
2	-120,009
3	-33,969
4	115,022
5	57,925
6	-178,584
7	-45,111
8	171,164
9	61,761
10	-236,952
11	-56,170
12	227,169
13	67,421
14	-295,441
15	-70,224
16	283,229
17	84,665
18	-369,177
19	-75,721
20	351,561
21	262,632
22	-610,070
23	-170,162
24	597,462
25	278,821
26	-840,025
27	-210,396
28	842,664
29	279,792
30	-1073,323
31	-238,270
32	1071,116
33	291,127
34	-1297,323
35	-267,648
36	1290,464
37	308,258
38	-1515,711
39	-297,935
40	1504,316

BARRA	N (KN)
41	329,050
42	-1730,448
43	-1173,721
44	913,691
45	1264,025
46	-1670,398
47	-737,116
48	22,769
49	1226,171
50	-891,484
51	-15,096
52	0
53	30,017
54	-22,600
55	-24,532
56	-1620,924
57	893,230

REAÇÕES (KN)	
Vp	1620,924
Hp	0
Va	-893,230
Hp	0
Hn'	0

## 7. Dimensionamento

Após a determinação das forças atuantes e do comportamento das treliças, foi calculado o dimensionamento das barras. Para isso, dividiu-se a estrutura em cinco partes, conforme apresentada na figura 6.

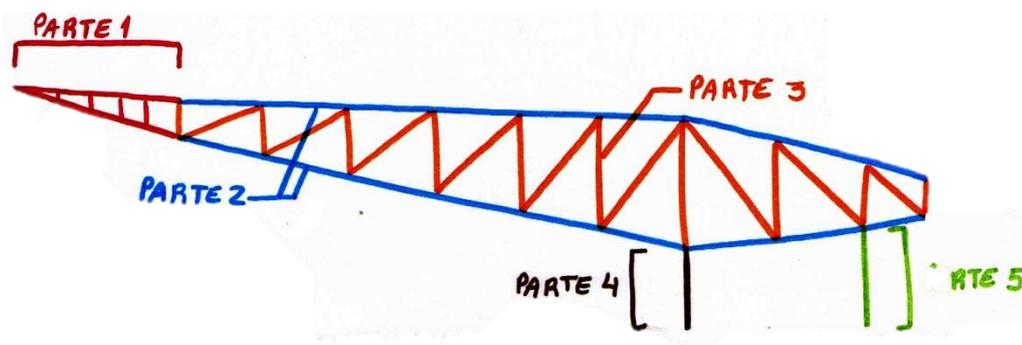


Figura 6: divisão da estrutura

Os valores utilizados têm como base inúmeros trabalhos realizados a respeito de treliças. Consideraram-se as características do material, no caso, o aço de alta resistência, do qual apresentou módulo de elasticidade idêntico ao de aço normal. Abaixo, na figura 7, constam as tabelas referentes aos valores utilizados.

Material	Massa específica (N/m <sup>3</sup> )	Módulo de elasticidade E (MPa = 10 <sup>3</sup> kN/m <sup>2</sup> )	Módulo de elasticidade transversal G (MPa = 10 <sup>3</sup> kN/m <sup>2</sup> )	Tensão de escoamento $\sigma'$ (MPa = 10 <sup>3</sup> kN/m <sup>2</sup> )	Tensão máxima de ruptura $\sigma_{lim}$ (MPa = 10 <sup>3</sup> kN/m <sup>2</sup> )
Aço	$7,85 \cdot 10^4$	205000	77000 a 84000	210 a 420	350 a 700
Aço (alta Resistência)	$7,85 \cdot 10^4$	205000	77000 a 84000	350 a 1120	700 a 1960
Ferro fundido	$7,77 \cdot 10^4$	105000	42000	42 a 280	210 a 420
Madeira (compressão)	0,277 a 0,832 $\cdot 10^4$	7000 a 14000	–	–	28 a 70
Concreto (compressão)	$2,36 \cdot 10^4$	14000 a 28000	–	–	14 a 70

Especificação	Limite de escoamento mínimo (MPa)	Limite de resistência (MPa)	Alongamento mínimo 200 MM (%)
ASTM A36	250	400 – 550	20
ASTM A572 GR50	345	450 (mín.)	18
ASTM A572 GR60	415	520 (mín.)	16

Figura 7: tabelas utilizadas para extrair os valores

A seguir serão apresentados as etapas dos cálculos manuais de dimensionamento e os critérios utilizados para definir os perfis adequados. Os perfis usados foram retirados do catálogo da Vallourec & Mannesmann Tube.

A. BARRAS QUE SOFREM OS MAIORES ESFORÇOS NORMAIS:

→ parte 1  $\left\{ \begin{array}{l} \text{tração: barra 16 (283,229 kN)} \\ \text{compressão: barra 18 (-369,177 kN)} \end{array} \right.$

→ parte 2  $\left\{ \begin{array}{l} \text{tração: barra 36 (1290,464 kN)} \\ \text{compressão: barra 42 (-1730,448 kN)} \end{array} \right.$

→ parte 3  $\left\{ \begin{array}{l} \text{tração: barra 45 (1264,025 kN)} \\ \text{compressão: barra 43 (-1173,721 kN)} \end{array} \right.$

→ parte 4 - compressão: barra 56 (-1620,924 kN)

→ parte 5 - tração: barra 57 (893,230 kN)

B. VALORES ADOPTADOS P/ AÇO A572 GRAU 50

→  $\sigma_c = 345 \text{ MPa} = 345 \text{ N/mm}^2 = 34,5 \text{ kN/cm}^2$

→  $\bar{\sigma} = 450 \text{ MPa} = 450 \text{ N/mm}^2 = 45,0 \text{ kN/cm}^2$

→  $E = 205 \cdot 10^3 \text{ MPa} = 205 \cdot 10^6 \text{ kN/m}^2 = 20500 \text{ kN/cm}^2$

→  $\gamma = 1,5$

C. DIMENSIONAMENTO DA PARTE 1

→ TRACÇÃO (barra 16):  $A_T \geq \frac{N_T \cdot \gamma}{\sigma_c} \rightarrow A_T \geq \frac{283,229 \cdot 1,5}{34,5} \rightarrow A_T \geq 12,314 \text{ cm}^2$

→ COMPRESSÃO (barra 18):  $A_c \geq \frac{N_c \cdot \gamma}{\bar{\sigma}} \rightarrow A_c \geq \frac{369,177 \cdot 1,5}{45} \rightarrow A_c \geq 12,306 \text{ cm}^2$

Estabilidade: para a verificação deste critério, depende-se, além do esforço normal ao qual a barra está submetida, do comprimento da mesma. Desse modo, é necessário determinar as condições de segurança de todas as barras submetidas à compressão e cujo comprimento de flambagem seja maior que o da barra sujeita ao maior esforço de compressão.

• barra 18 ( $l_f = 315 \text{ cm}$ ):  $I_{18} \geq \frac{N_c \cdot l_f^2 \cdot \gamma}{\pi^2 \cdot E} \rightarrow I_{18} \geq \frac{369,177 \cdot 315^2 \cdot 1,5}{\pi^2 \cdot 20500} \rightarrow I_{18} \geq 271,577 \text{ cm}^4$

• barra 2 ( $l_f = 512 \text{ cm}$ ;  $N_c = -120,009 \text{ kN}$ ):  $I_2 \geq \frac{120,009 \cdot 512^2 \cdot 1,5}{\pi^2 \cdot 20500} \rightarrow I_2 \geq 233,234 \text{ cm}^4$

#### D. DIMENSIONAMENTO DA PARTE 2

→ TRACÇÃO (barra 36):  $A_T \geq \frac{1290,464 \cdot 1,5}{34,5} \rightarrow A_T \geq 56,107 \text{ cm}^2$

→ COMPRESSÃO (barra 42):  $A_C \geq \frac{1730,448 \cdot 1,5}{45} \rightarrow A_C \geq 57,682 \text{ cm}^2$

→ ESTABILIDADE:

• barra 42 ( $l_f = 721 \text{ cm}$ ):  $I_{42} \geq \frac{1730,448 \cdot 721^2 \cdot 1,5}{\pi^2 \cdot 20500} \rightarrow I_{42} \geq 6669,092 \text{ cm}^4$

• barra 46 ( $l_f = 751 \text{ cm}$ ;  $N_c = -1670,398 \text{ kN}$ ):  $I_{46} \geq \frac{1670,398 \cdot 751^2 \cdot 1,5}{\pi^2 \cdot 20500} \rightarrow I_{46} \geq 6984,535 \text{ cm}^4$

• barra 50 ( $l_f = 751 \text{ cm}$ ;  $N_c = -891,484 \text{ kN}$ ):  $I_{50}$  não menor que  $I_{46}$

#### E. DIMENSIONAMENTO DA PARTE 3

→ TRACÇÃO (barra 45):  $A_T \geq \frac{1264,025 \cdot 1,5}{34,5} \rightarrow A_T \geq 54,958 \text{ cm}^2$

→ COMPRESSÃO (barra 43):  $A_C \geq \frac{1173,721 \cdot 1,5}{45} \rightarrow A_C \geq 39,124 \text{ cm}^2$

→ ESTABILIDADE:

• barra 43 ( $l_f = 1000 \text{ cm}$ ):  $I_{43} \geq \frac{1173,721 \cdot 1000^2 \cdot 1,5}{\pi^2 \cdot 20500} \rightarrow I_{43} \geq 8701,663 \text{ cm}^4$

#### F. DIMENSIONAMENTO DA PARTE 4 (barra 56)

→ COMPRESSÃO:  $A_C \geq \frac{1620,924 \cdot 1,5}{45} \rightarrow A_C \geq 54,031 \text{ cm}^2$

→ ESTABILIDADE ( $l_f = 500 \text{ cm}$ ):  $I_{56} \geq \frac{1620,924 \cdot 500^2 \cdot 1,5}{\pi^2 \cdot 20500} \rightarrow I_{56} \geq 3004,279 \text{ cm}^4$

#### G. DIMENSIONAMENTO DA PARTE 5 (barra 57)

→ TRACÇÃO:  $A_T \geq \frac{893,230 \cdot 1,5}{34,5} \rightarrow A_T \geq 38,836 \text{ cm}^2$

#### H. SELEÇÃO DOS PERFIS ADEQUADOS

Após atendido os critérios de segurança, a seleção será realizada a partir de critérios econômicos, visando o uso de menos quantidade possível de material. Existem, contudo, dimensões comumente produzidas, às quais se devem dar preferência. Em ordem de importância decrescente, portanto, estão a segurança, a frequência de produção e a economia de material.

→ parte 1  $\left\{ \begin{array}{l} A \geq 12,314 \text{ cm}^2 \\ I \geq 271,577 \text{ cm}^4 \end{array} \right.$

• Perfis considerados:

1.  $90 \times 90 \text{ mm} / I = 281 \text{ cm}^4 / A = 25,6 \text{ cm}^2 / M = 20,1 \text{ kg/m}$  (comumente produzidos)

2.  $100 \times 100 \text{ mm} / I = 279 \text{ cm}^4 / A = 18,7 \text{ cm}^2 / M = 14,7 \text{ kg/m}$  (\*)

3.  $110 \times 110 \text{ mm} / I = 313 \text{ cm}^4 / A = 16,8 \text{ cm}^2 / M = 13,2 \text{ kg/m}$

• Considerando a ordem de importância dos critérios considerados, pode-se determinar que o perfil mais adequado é o 2.

→ parte 2  $\left\{ \begin{array}{l} A \geq 57,622 \text{ cm}^2 \\ I \geq 6984,535 \text{ cm}^4 \end{array} \right.$

• Perfis considerados:

1.  $220 \times 220 \text{ mm} / I = 7250 \text{ cm}^4 / A = 102 \text{ cm}^2 / M = 80,1 \text{ kg/m}$  (comumente produzido)
2.  $250 \times 250 \text{ mm} / I = 7450 \text{ cm}^4 / A = 76,8 \text{ cm}^2 / M = 60,3 \text{ kg/m}$  (")
3.  $260 \times 260 \text{ mm} / I = 7570 \text{ cm}^4 / A = 71,3 \text{ cm}^2 / M = 56,0 \text{ kg/m}$

• Considerando a ordem de importância dos critérios adotados, pode-se determinar que o perfil mais adequado é o 2.

→ parte 3  $\left\{ \begin{array}{l} A \geq 54,958 \text{ cm}^2 \\ I \geq 8704,668 \text{ cm}^4 \end{array} \right.$

• Perfis considerados:

1.  $220 \times 220 \text{ mm} / I = 8750 \text{ cm}^4 / A = 128 \text{ cm}^2 / M = 100 \text{ kg/m}$  (comumente produzido)
2.  $250 \times 250 \text{ mm} / I = 9060 \text{ cm}^4 / A = 94,9 \text{ cm}^2 / M = 74,5 \text{ kg/m}$  (")
3.  $260 \times 260 \text{ mm} / I = 9160 \text{ cm}^4 / A = 87,6 \text{ cm}^2 / M = 68,8 \text{ kg/m}$  (")
4.  $300 \times 300 \text{ mm} / I = 10550 \text{ cm}^4 / A = 73,6 \text{ cm}^2 / M = 57,8 \text{ kg/m}$

• Considerando a ordem de importância dos critérios adotados, pode-se determinar que o perfil mais adequado é o 3.

→ parte 4  $\left\{ \begin{array}{l} A \geq 54,031 \text{ cm}^2 \\ I \geq 3004,279 \text{ cm}^4 \end{array} \right.$

• Perfis considerados:

1.  $160 \times 160 \text{ mm} / I = 3030 \text{ cm}^4 / A = 89,4 \text{ cm}^2 / M = 70,2 \text{ kg/m}$  (comumente produzido)
2.  $180 \times 180 \text{ mm} / I = 3190 \text{ cm}^4 / A = 66,9 \text{ cm}^2 / M = 52,5 \text{ kg/m}$  (")
3.  $200 \times 200 \text{ mm} / I = 3010 \text{ cm}^4 / A = 48,4 \text{ cm}^2 / M = 38 \text{ kg/m}$  (")

• Considerando a ordem de importância dos critérios adotados, pode-se determinar que o perfil mais adequado é o 3.

→ parte 5  $\left\{ \begin{array}{l} A \geq 38,836 \text{ cm}^2 \\ I \text{ não é um critério, pois esta barra não sofre compressão} \end{array} \right.$

• Perfis considerados:

1.  $100 \times 100 \text{ mm} / I = 522 \text{ cm}^4 / A = 42,1 \text{ cm}^2 / M = 33 \text{ kg/m}$  (comumente produzido)
2.  $110 \times 110 \text{ mm} / I = 637 \text{ cm}^4 / A = 38,9 \text{ cm}^2 / M = 30,6 \text{ kg/m}$  (")

• Considerando a ordem de importância dos critérios adotados, pode-se determinar que o perfil mais adequado é o 2.

## 8. Peso da estrutura

Logo após o dimensionamento, determinou-se uma estimativa do peso da estrutura da treliça da Arena Corinthians, considerando a divisão das partes para o item 7.

PARTE	1	2	3	4	5
M (DO PERFIL ESCOLHIDO) EM kg/m	14,7	60,3	68,8	38	30,6

ESTIMATIVA DO PESO PRÓPRIO DA TRELIÇA (P<sub>T</sub>)

PARTE 1	
BARRA	COMPRIMENTO (m)
1	4,9091
2	5,1219
3	0,9742
4	2,3961
5	2,4722
6	2,5
7	1,4498
8	2,3961
9	2,6424
10	2,5
11	1,9253
12	2,3961
13	2,3776
14	2,5
15	2,4008
16	3,0191
17	3,6169
18	3,15

↓  
COMPRIMENTO TOTAL =  
48,7476 m

PARTE 2	
BARRA	COMPRIMENTO (m)
20	7,0578
22	7,2075
24	7,0578
26	7,2075
28	7,0578
30	7,2075
32	7,0578
34	7,2075
36	7,0578
38	7,2075
40	7,0578
42	7,2075
44	7,6974
46	7,5103
48	7,6974
50	7,5103
52	5,5017
54	5,2973

↓  
COMPRIMENTO TOTAL =  
126,8062 m

PARTE 3	
BARRA	COMPRIMENTO (m)
19	3
21	7,538
23	4,1667
25	8,0255
27	5,333
29	8,6439
31	6,5
33	9,3674
35	7,6667
37	10,1736
39	8,8333
41	11,0443
43	10
45	12,1878
47	7,875
49	10,5938
51	5,75
53	7,0356
55	2,9423

↓  
COMPRIMENTO TOTAL =  
146,6772 m

PARTE	BARRA	56
4	COMPRIMENTO (m)	4,65

PARTE	BARRA	57
5	COMPRIMENTO (m)	10,1361

$$P_T = (48,7476 \cdot 14,7) + (126,8062 \cdot 60,3) + (146,6772 \cdot 68,8) + (4,65 \cdot 38) + (10,1361 \cdot 30,6)$$

$$P_T = 18941,2596 \text{ kg} \rightarrow 18,941 \text{ t}$$

## 9. Ftool

Considerando-se um perfil de seção transversal quadrada e aço de alta resistência, desenhou-se a estrutura no programa Ftool. Para isso, utilizou-se  $\nu = 0,3$ ;  $\beta = 1,2 \times 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ ; e  $E = 205000 \text{ MPa}$ . Para esses coeficientes, de Poisson e o de dilatação térmica, além do módulo de elasticidade, utilizaram-se como principais referências a NBR 8800 e as tabelas apresentadas na figura 7. Também foi consultado tabelas de sites de materiais e publicações de estudos sobre treliças. O ensaio no Ftool foi realizado duas vezes, uma considerando as treliças articuladas e outra desconsiderando, dessa maneira, foi possível estabelecer uma comparação de como as considerações do grupo poderia afetar os resultados e a proximidade dela com a estrutura real.

### 9.1. Treliças articuladas

Presença das articulações e das barras diagonais na Vierendeel.

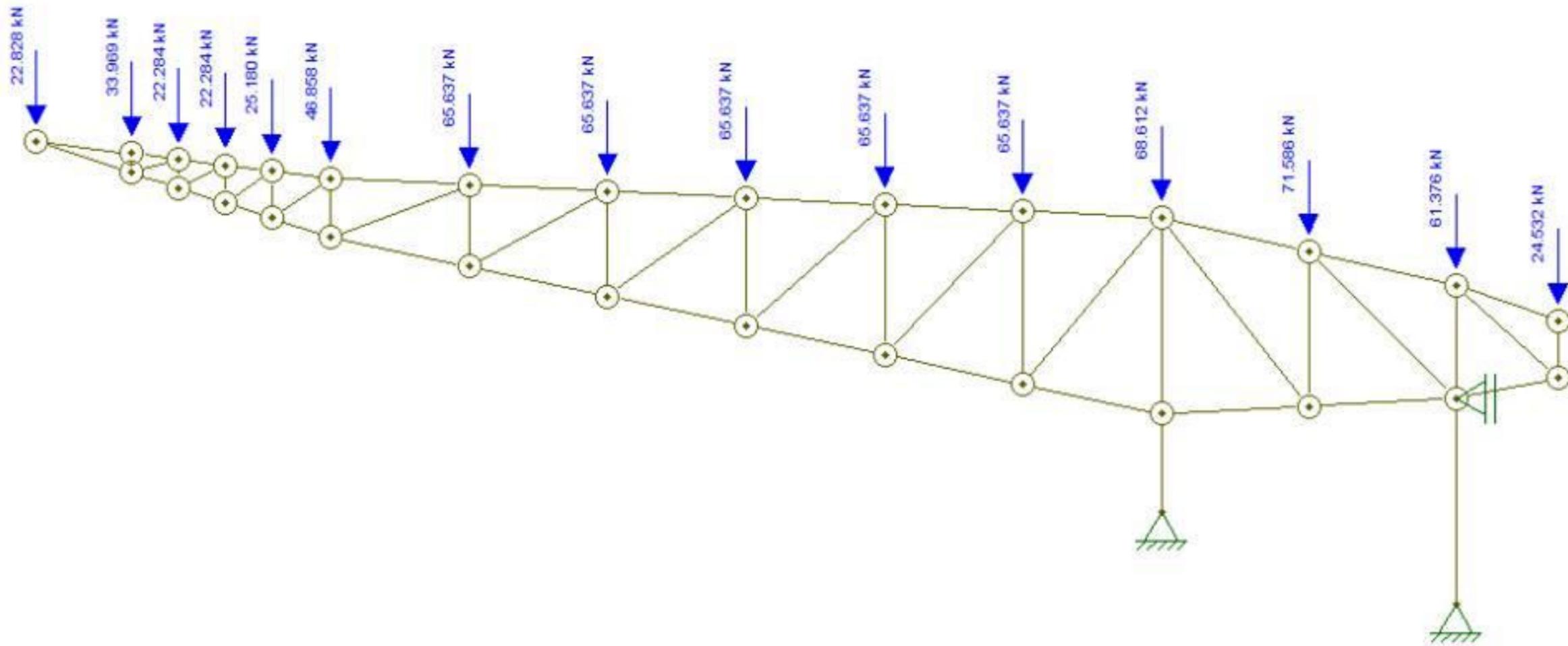


Figura 8: forças atuantes na estrutura

Nesse caso, como não há força cortante e momento, o diagrama delas é igual.

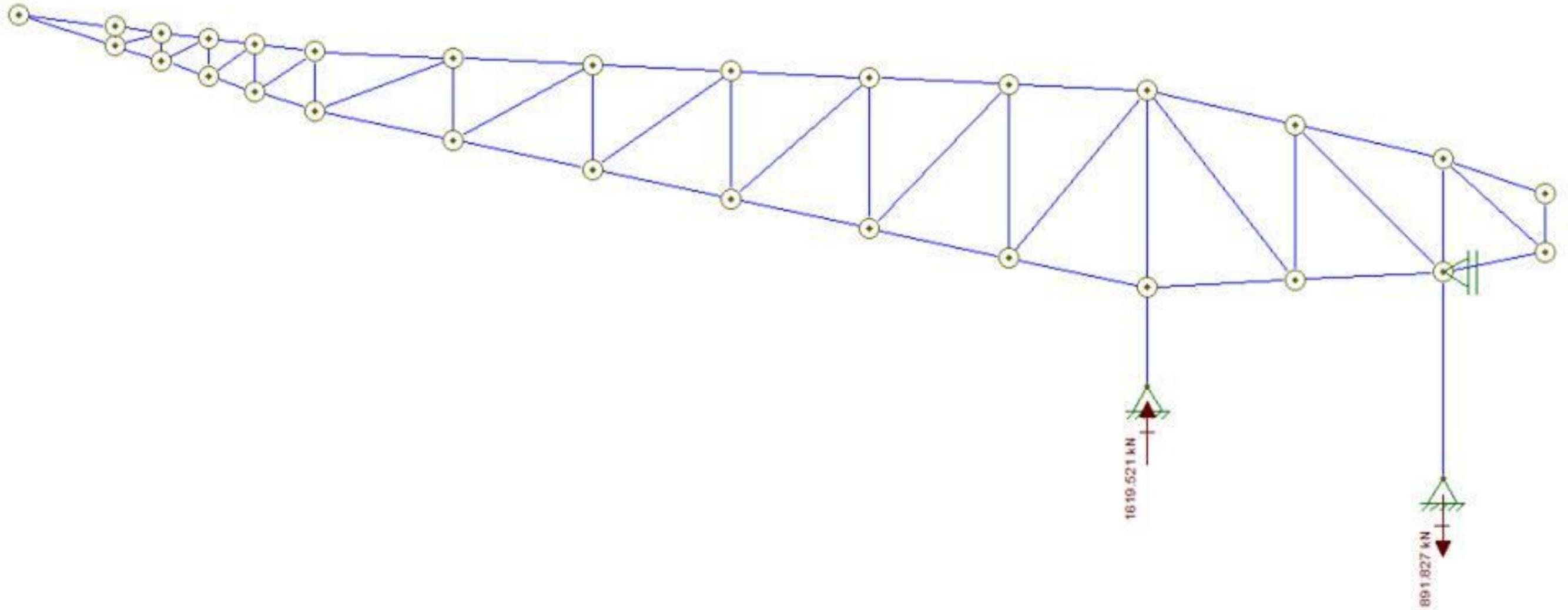


Figura 9: diagrama das forças cortantes e momento

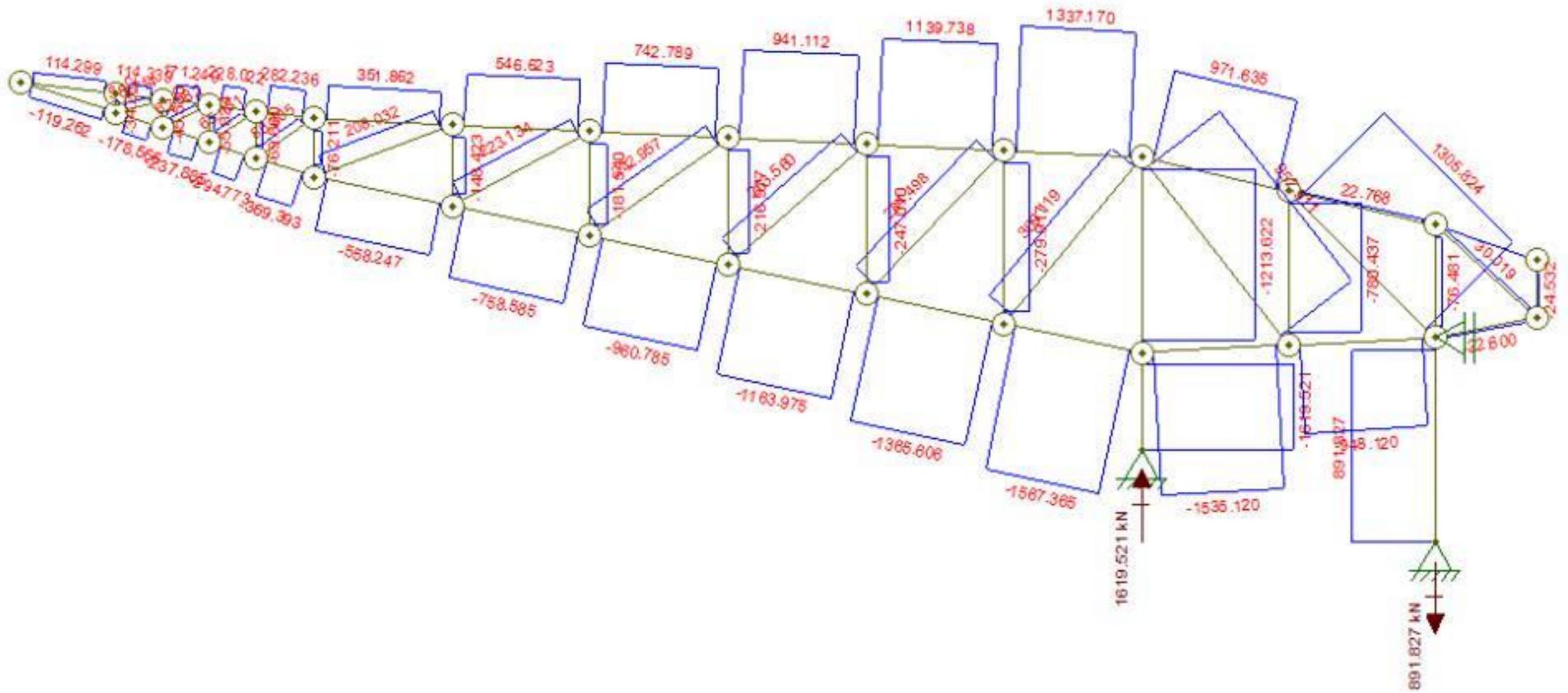


Figura 10: diagrama das forças normais

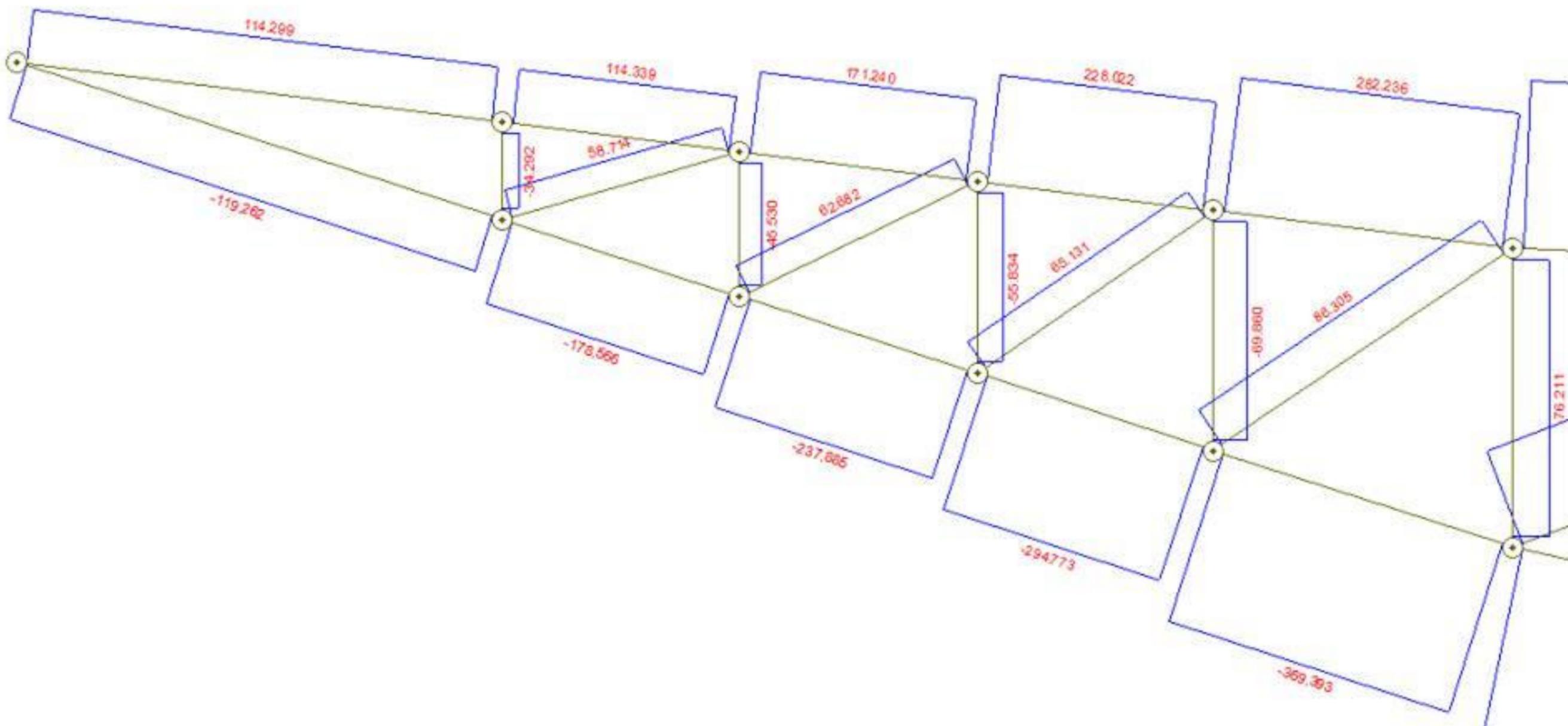


Figura 11: detalhe 1 do diagrama das forças normais

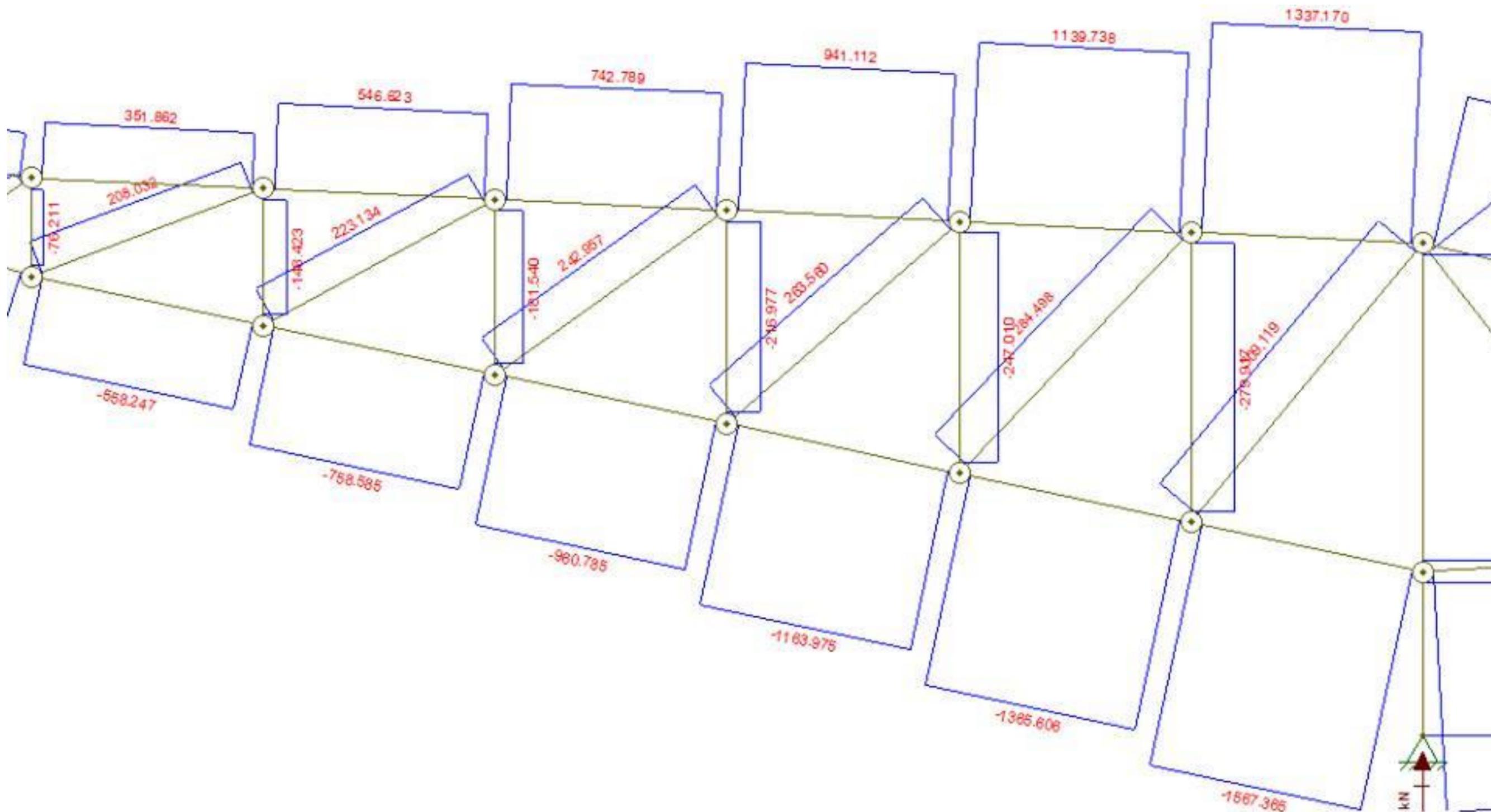


Figura 12: detalhe 2 do diagrama das forças normais

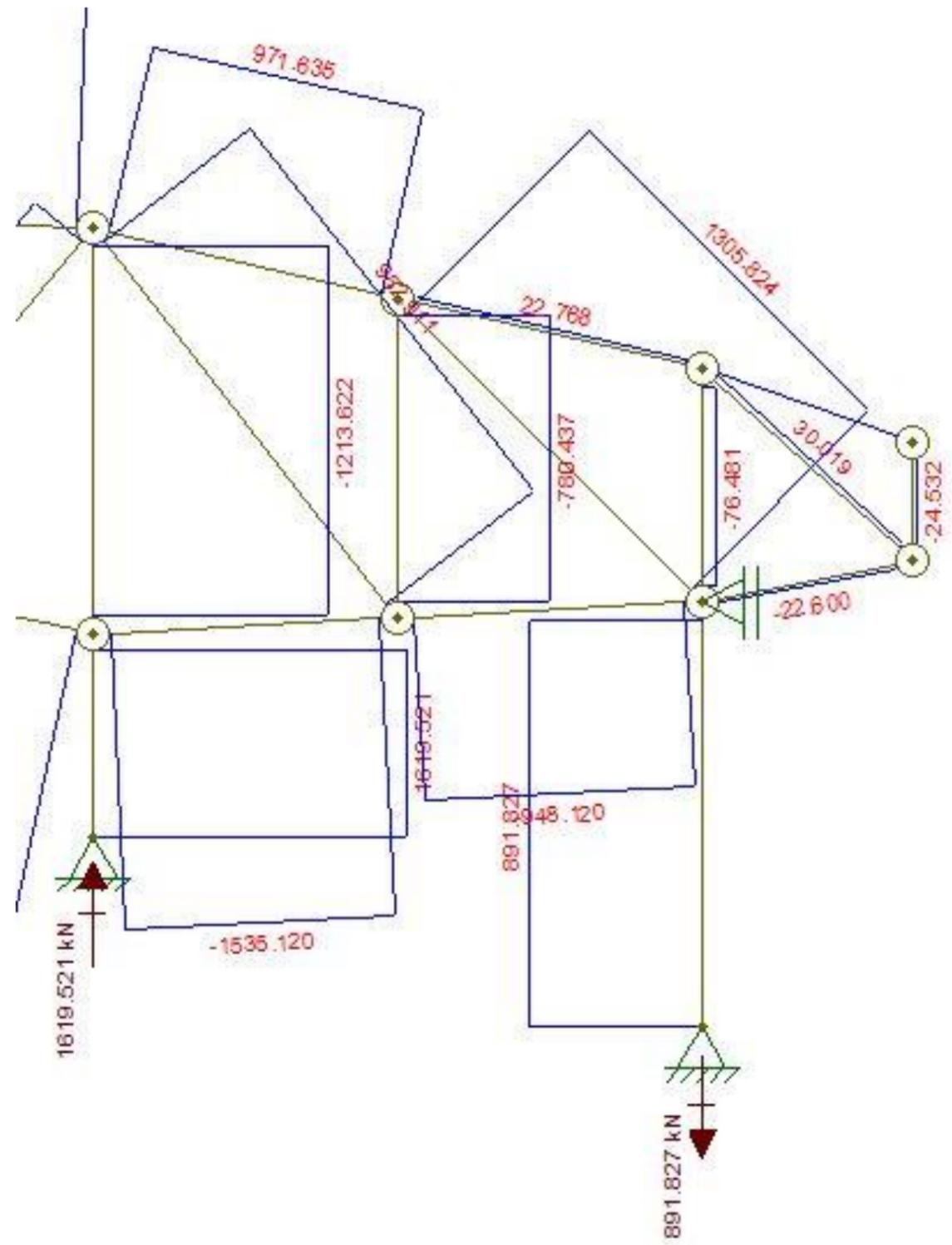


Figura 13: detalhe 3 do diagrama das forças normais

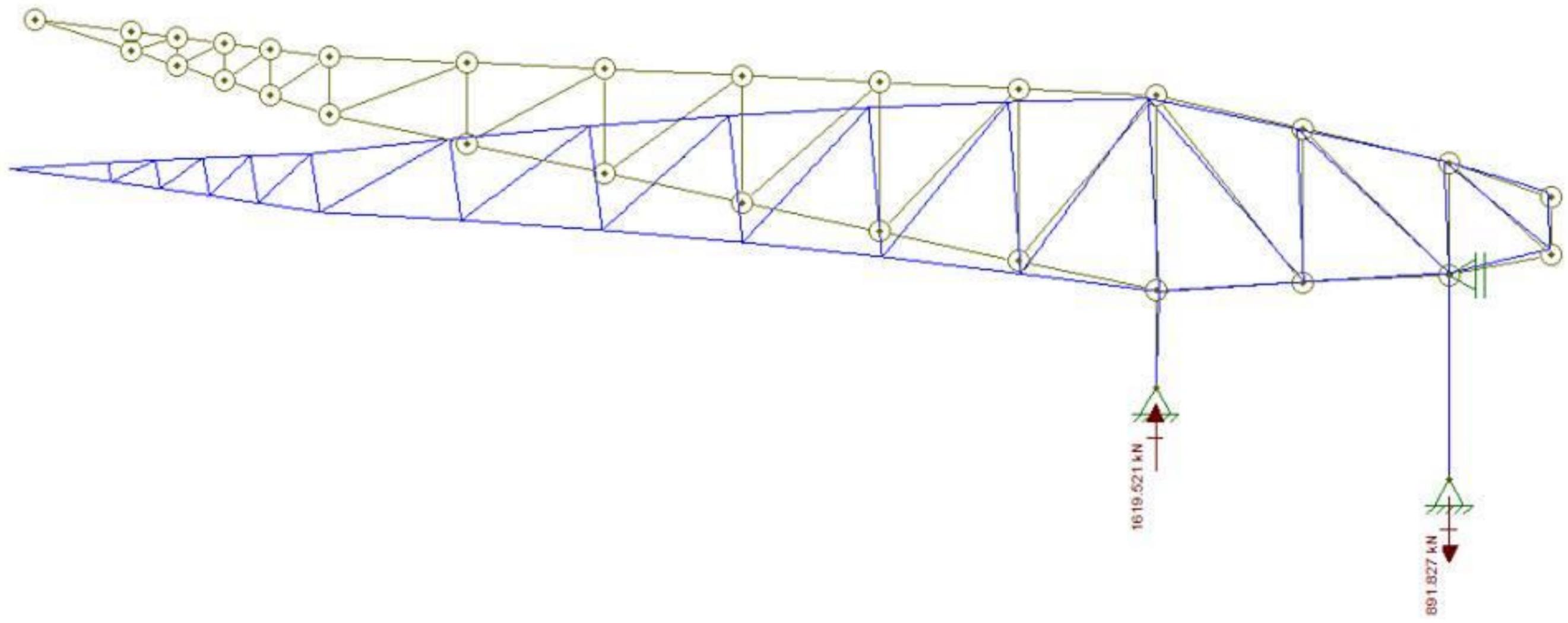


Figura 14: deformação da estrutura

9.2. Trelças não articuladas

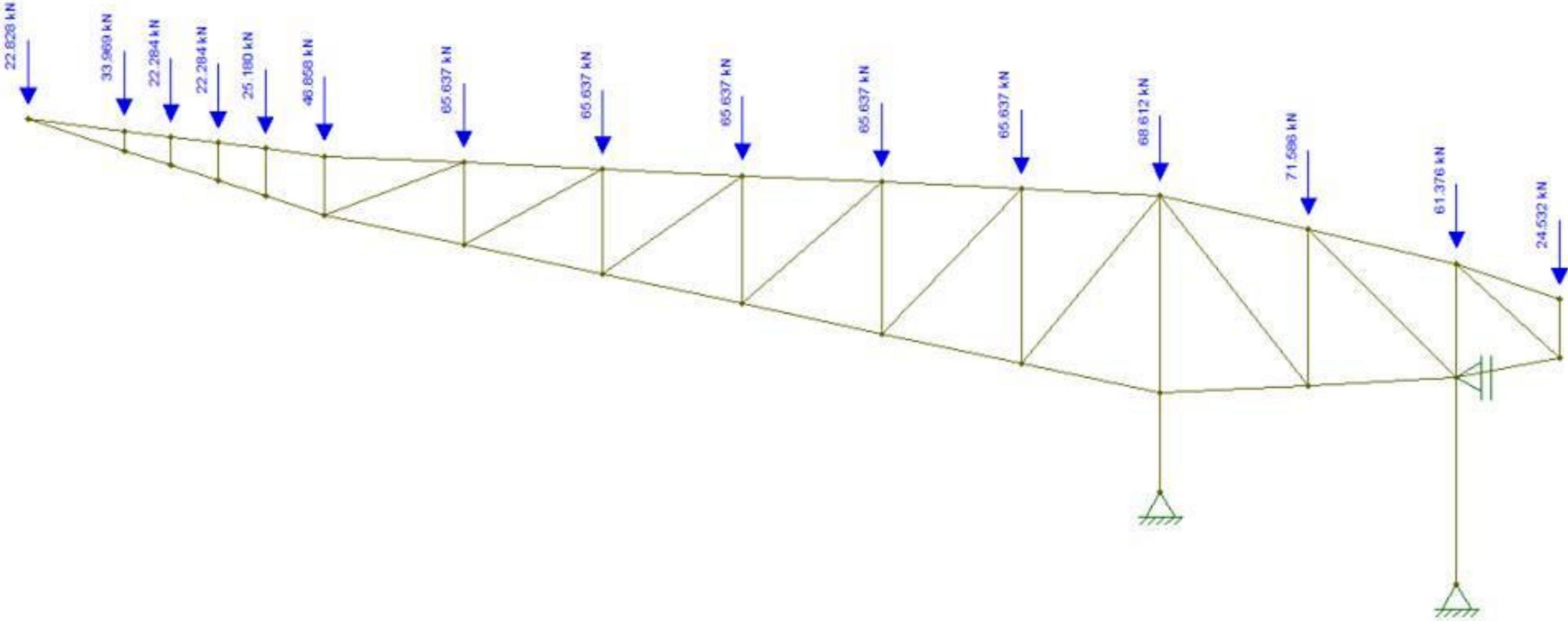


Figura 15: forças atuantes na estrutura

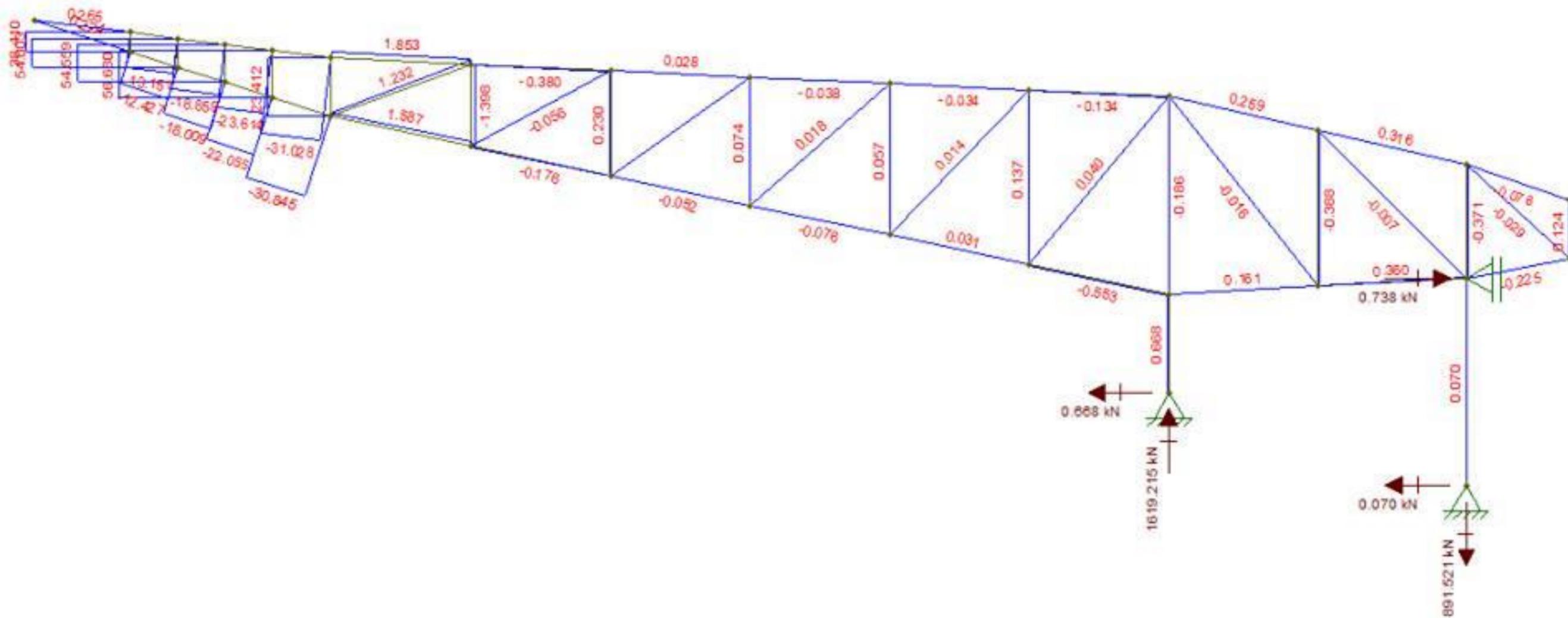


Figura 16: diagrama dos momentos

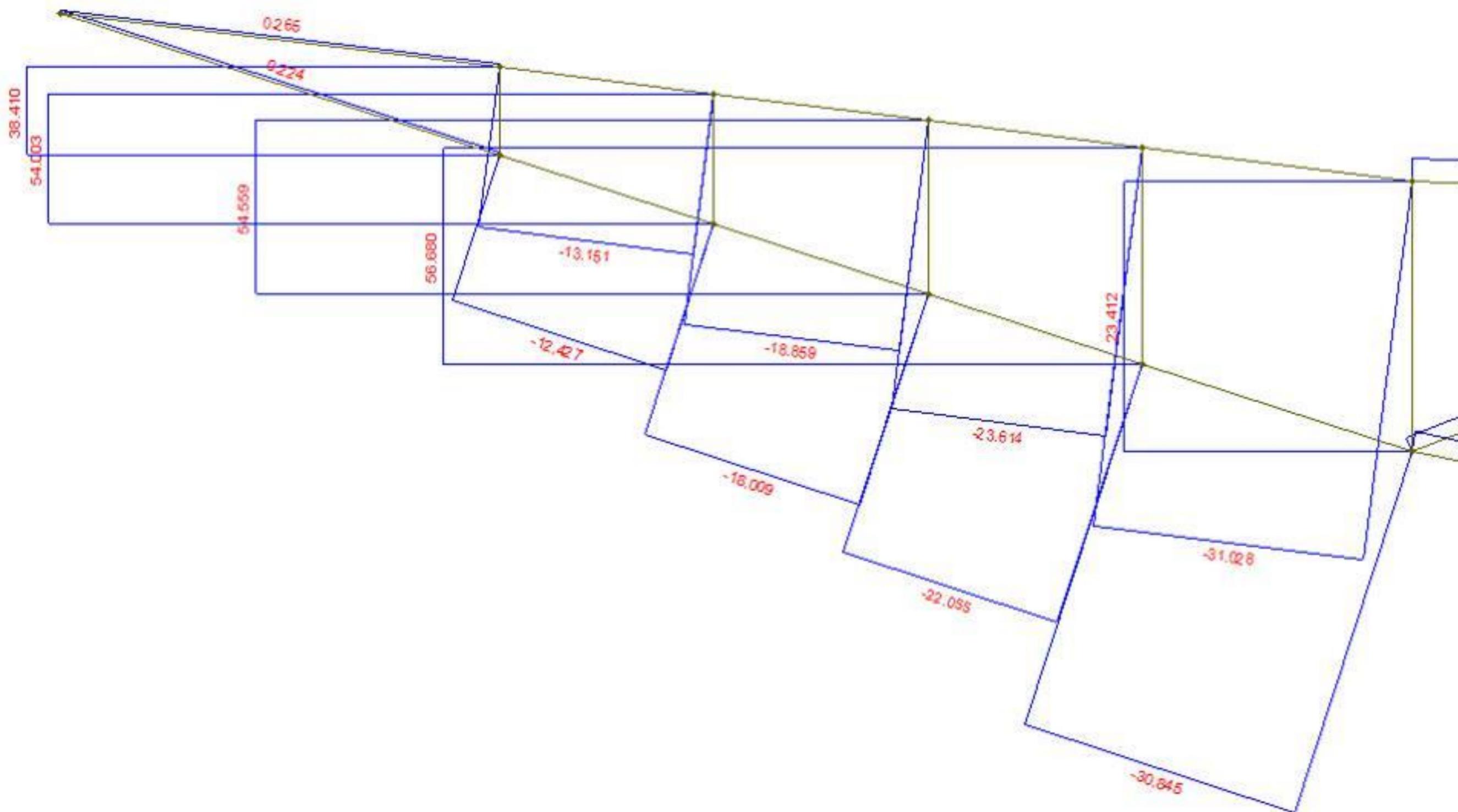


Figura 17: detalhe 1 do diagrama dos momentos

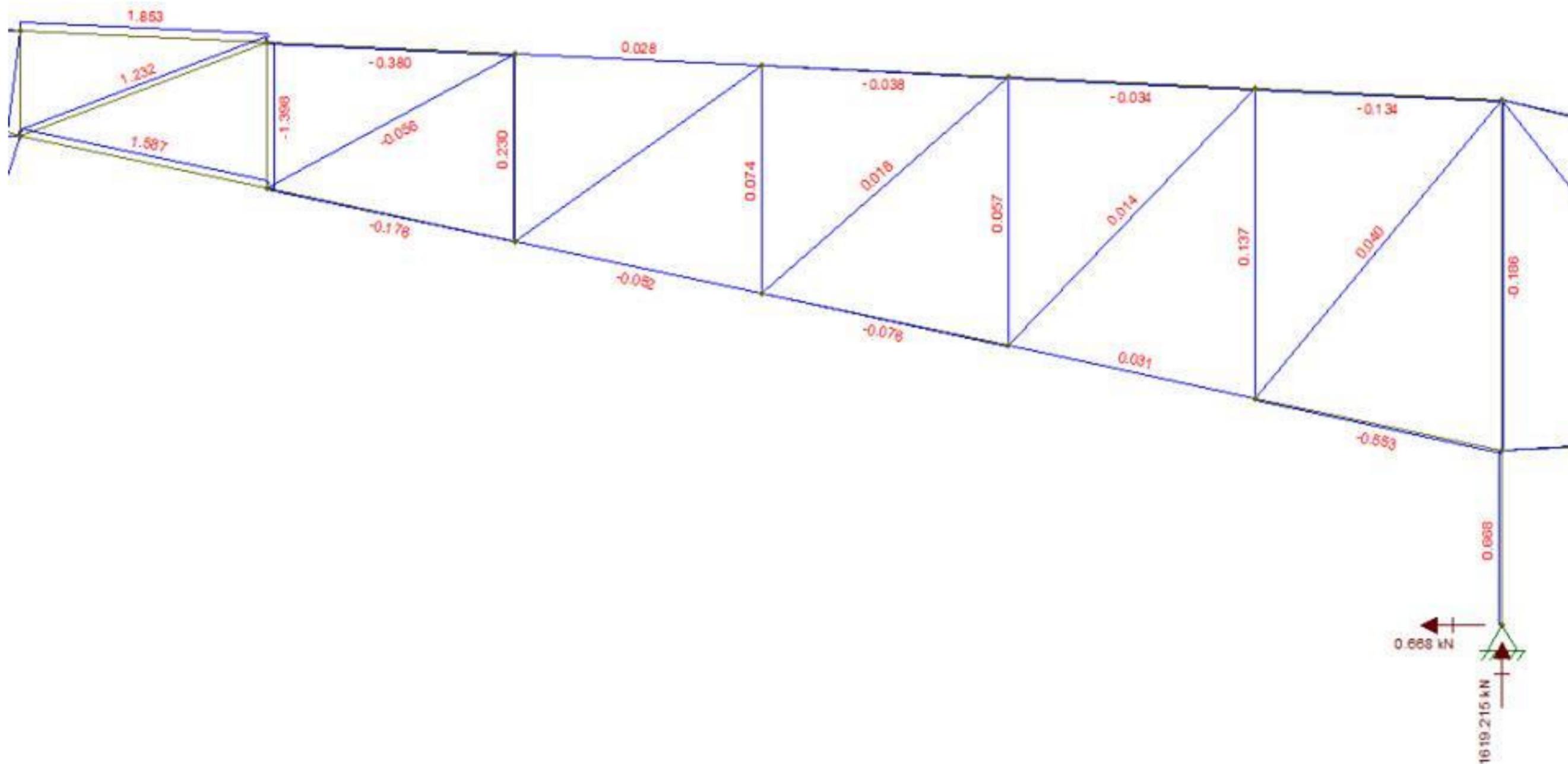


Figura 18: detalhe 2 do diagrama dos momentos

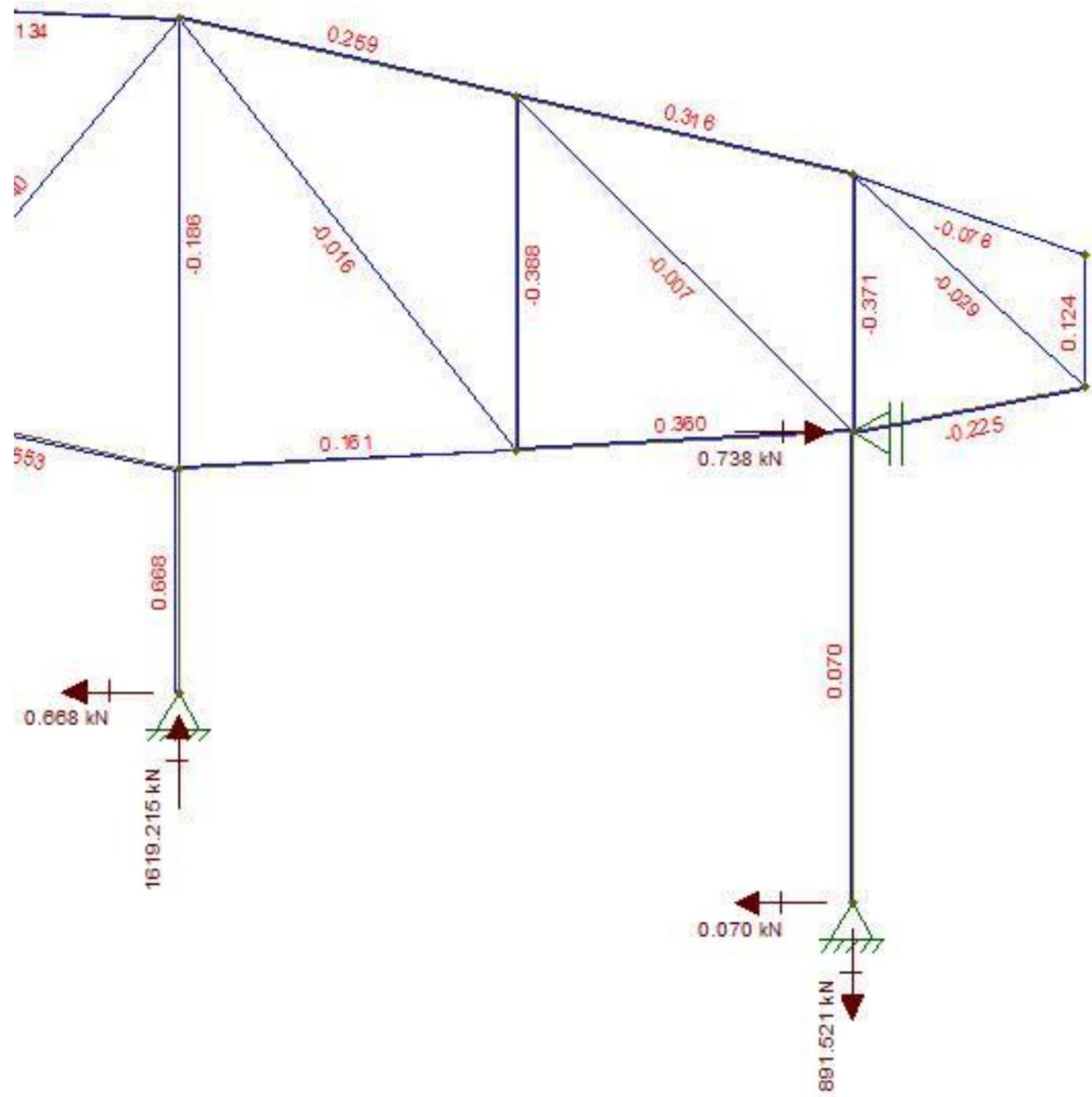


Figura 19: detalhe 3 do diagrama dos momentos

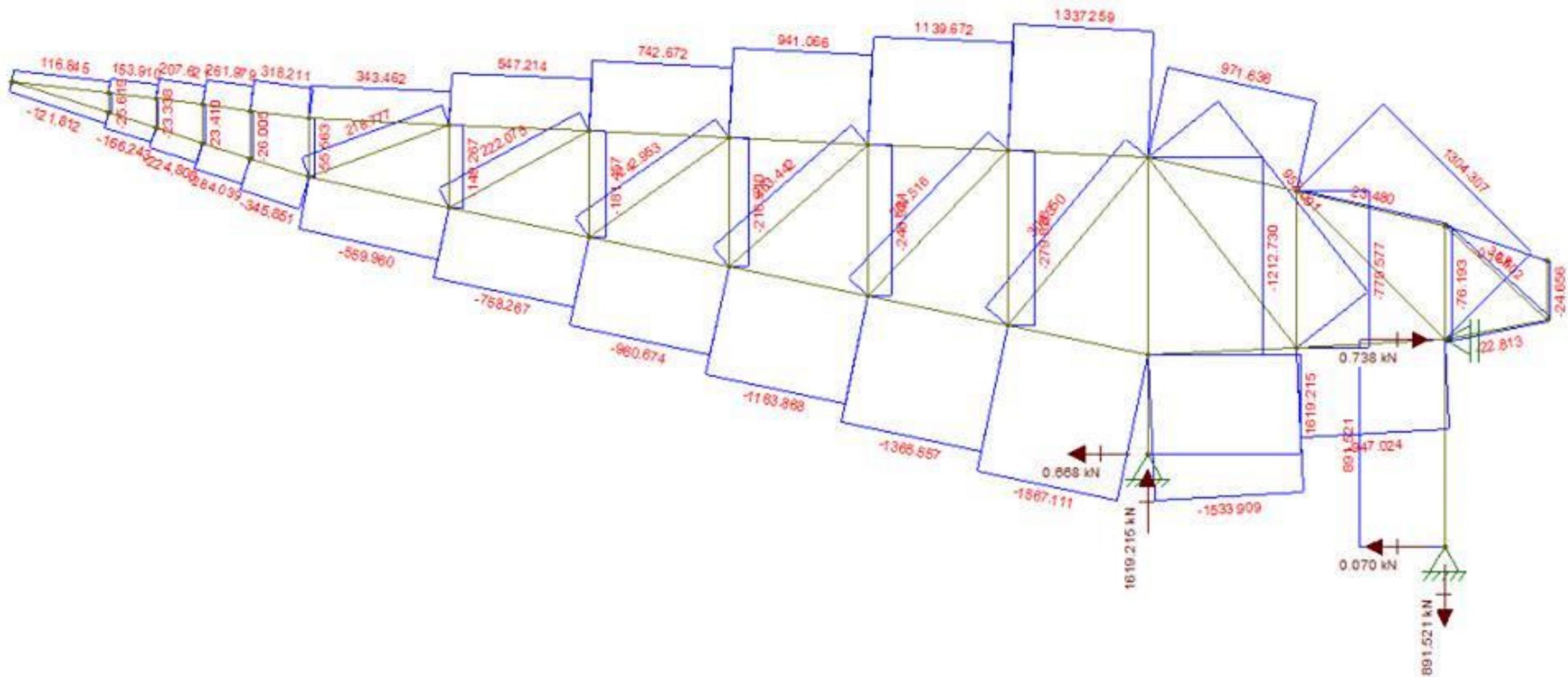


Figura 20: diagrama das forças normais

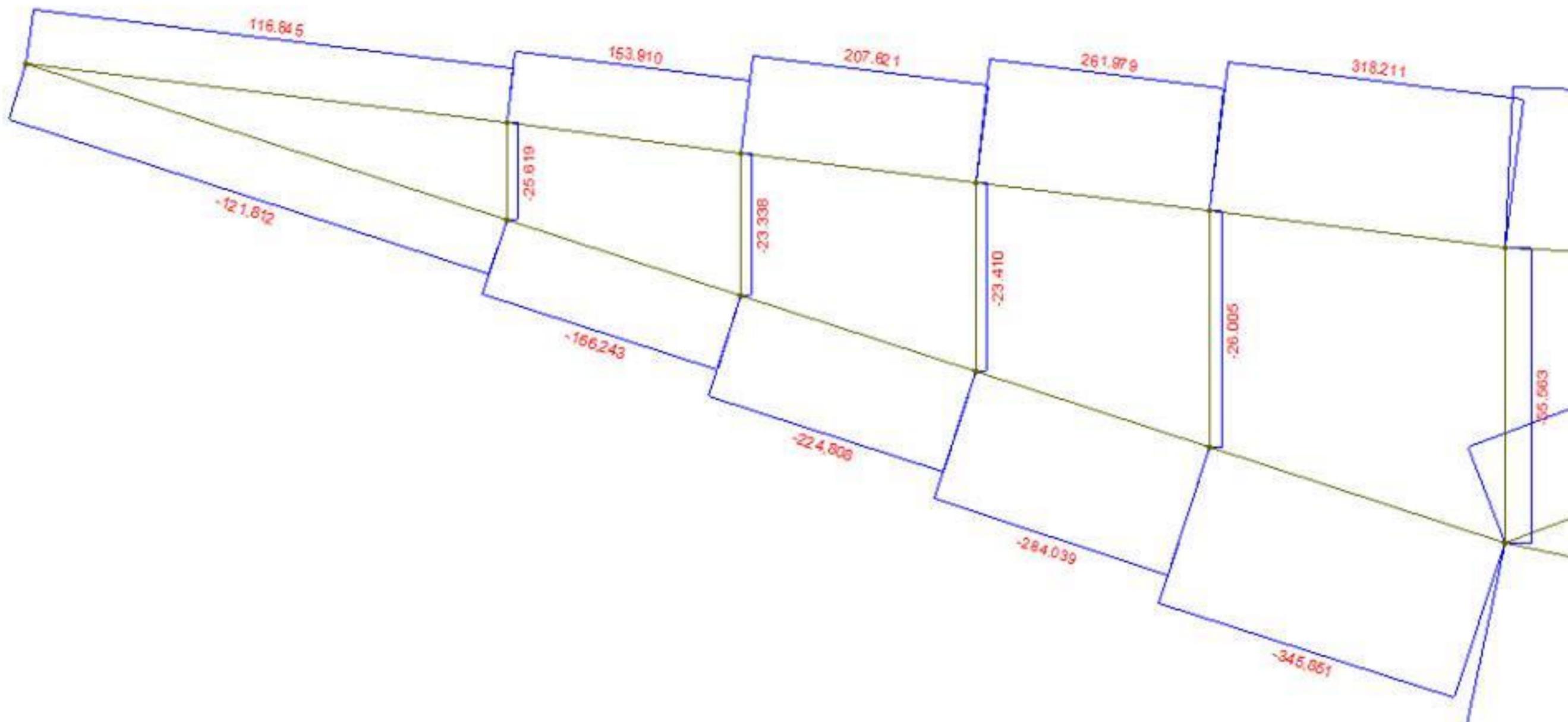


Figura 21: detalhe 1 das forças normais

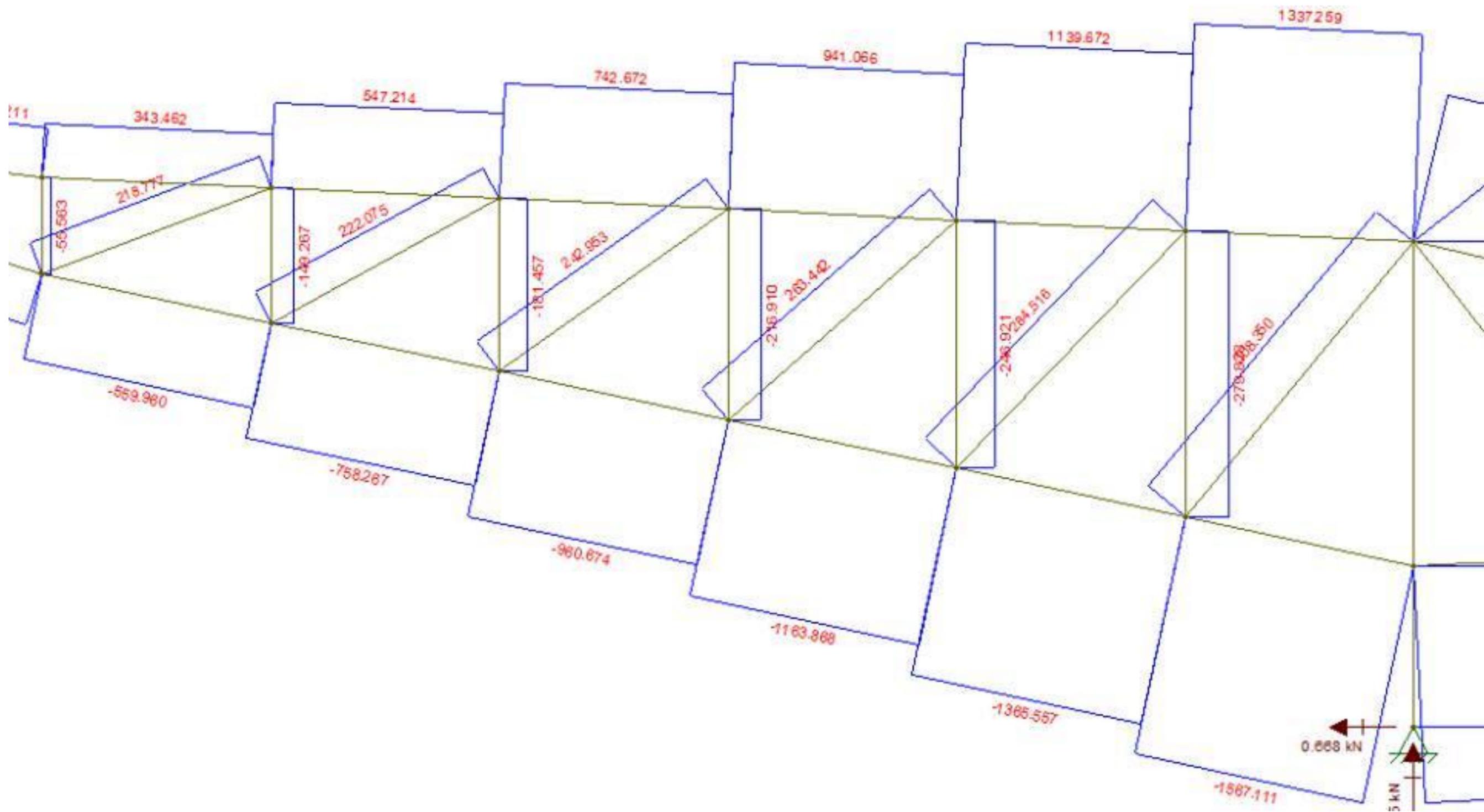


Figura 22: detalhe 2 das forças normais

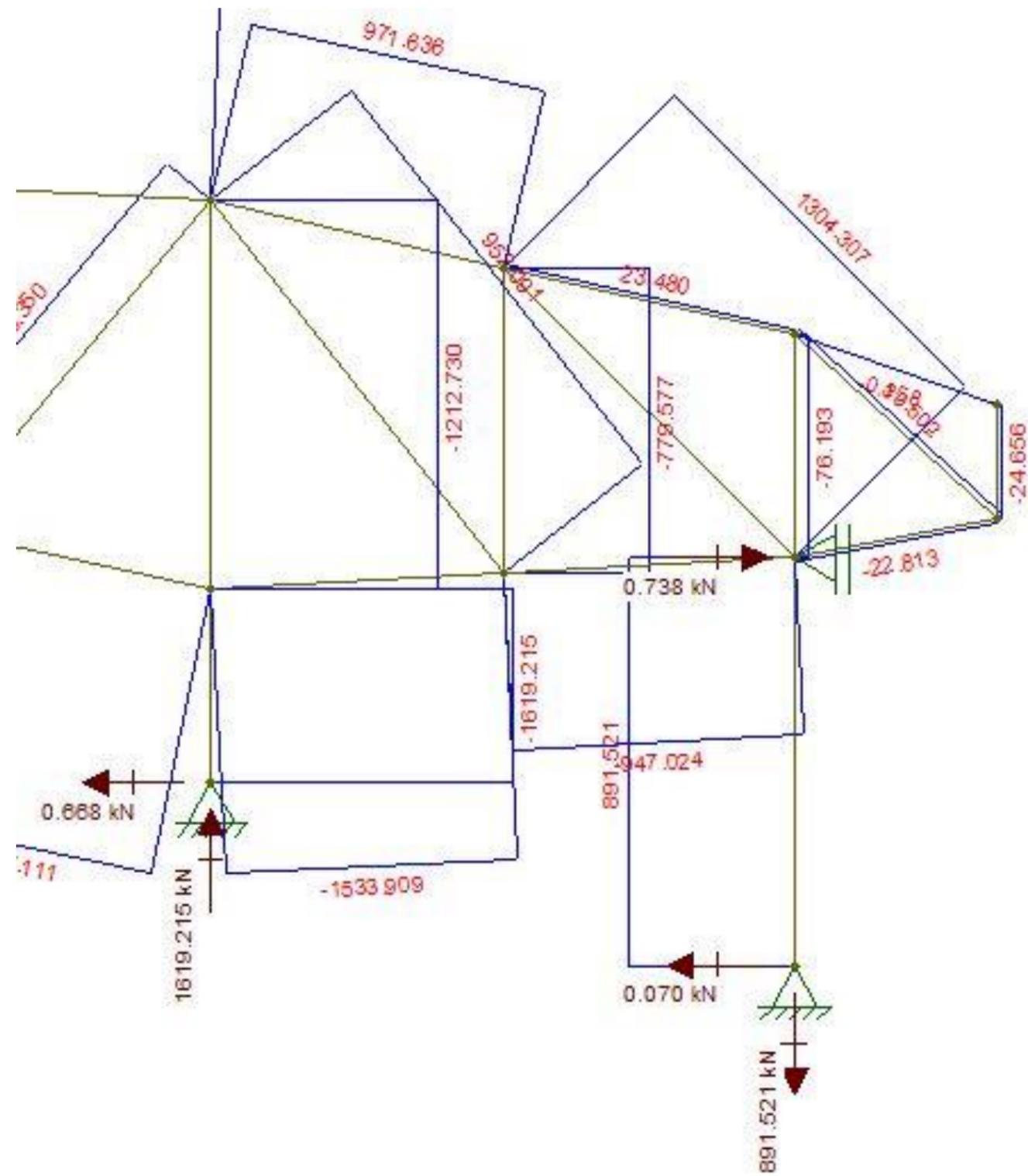


Figura 23: detalhe 3 das forças normais

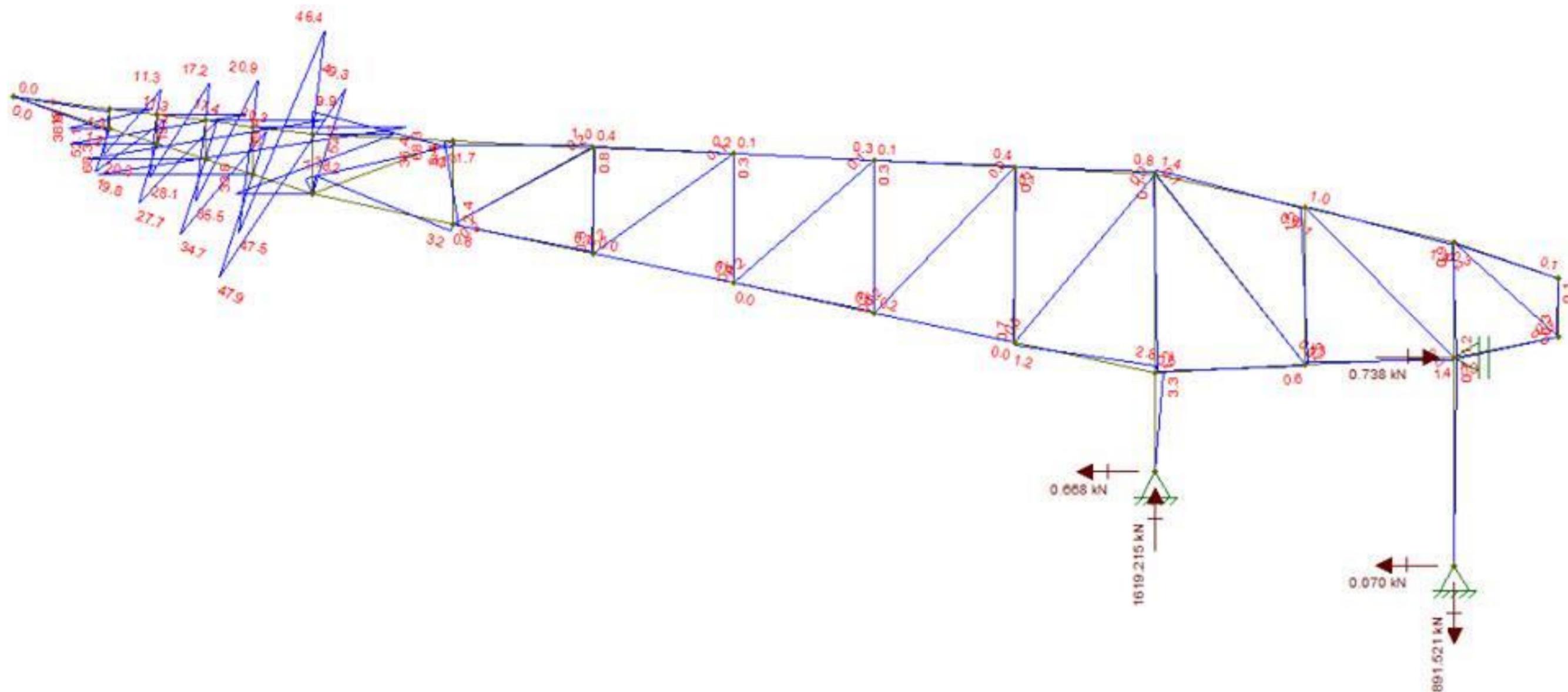


Figura 24: diagrama das forças cortantes

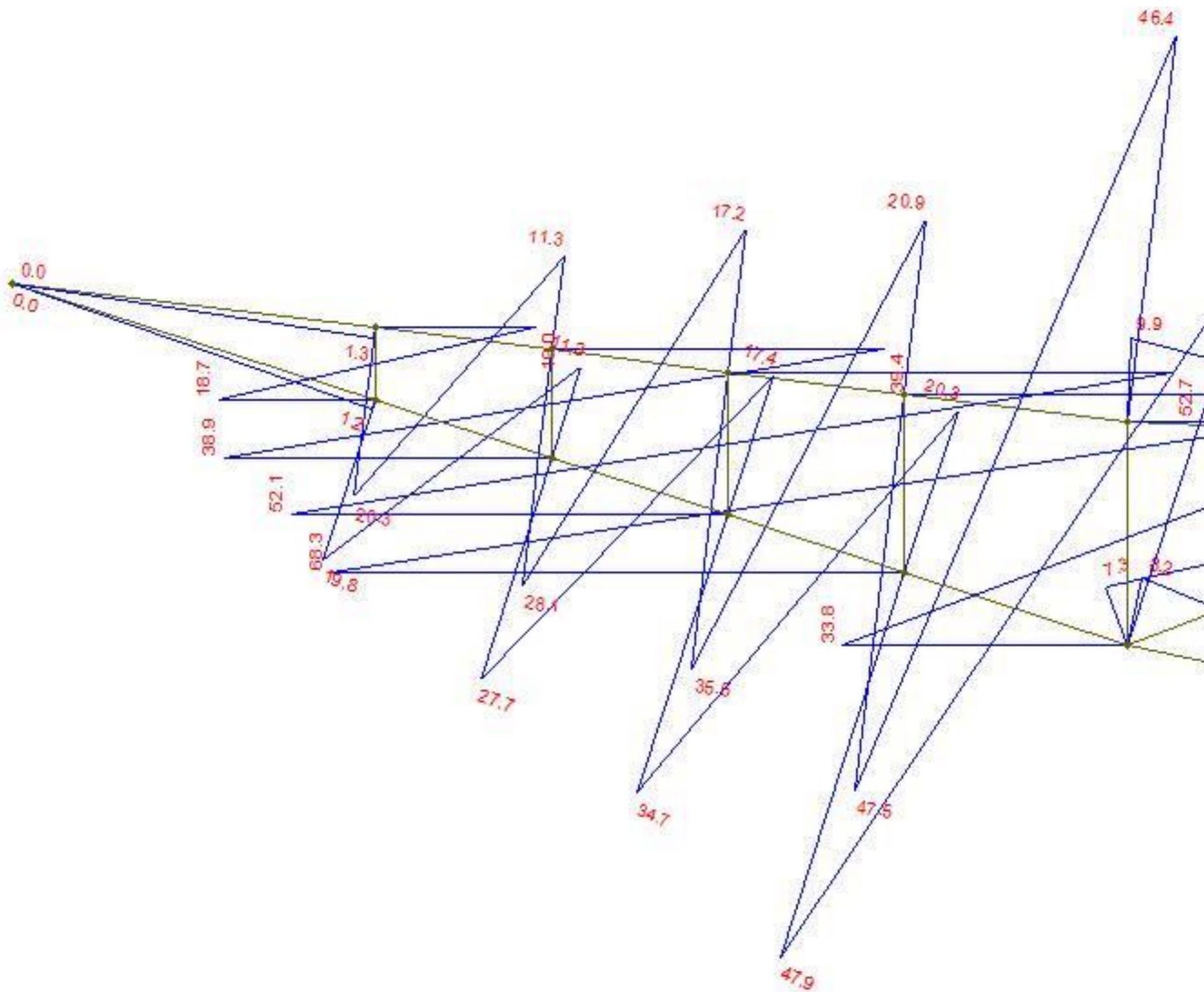


Figura 25: detalhe 1 do diagrama das forças cortantes

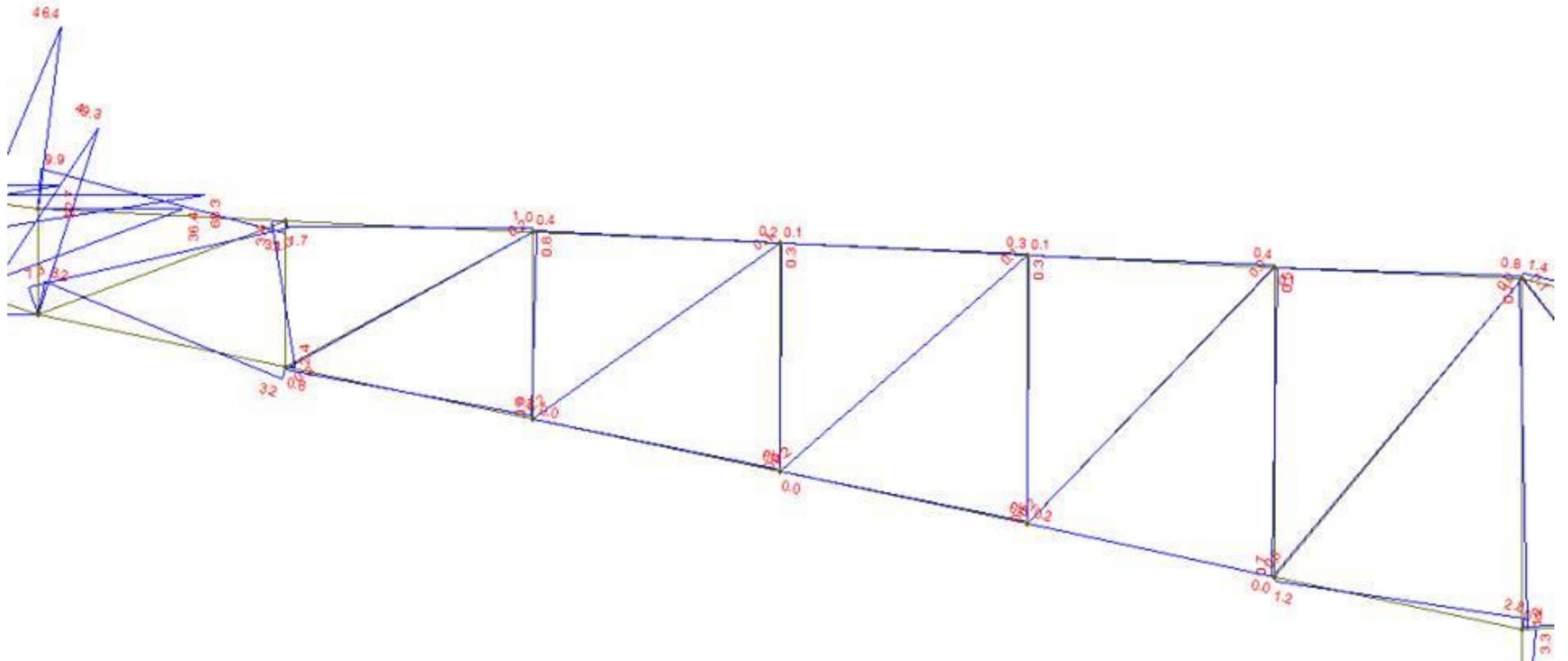


Figura 26: detalhe 2 das forças cortantes

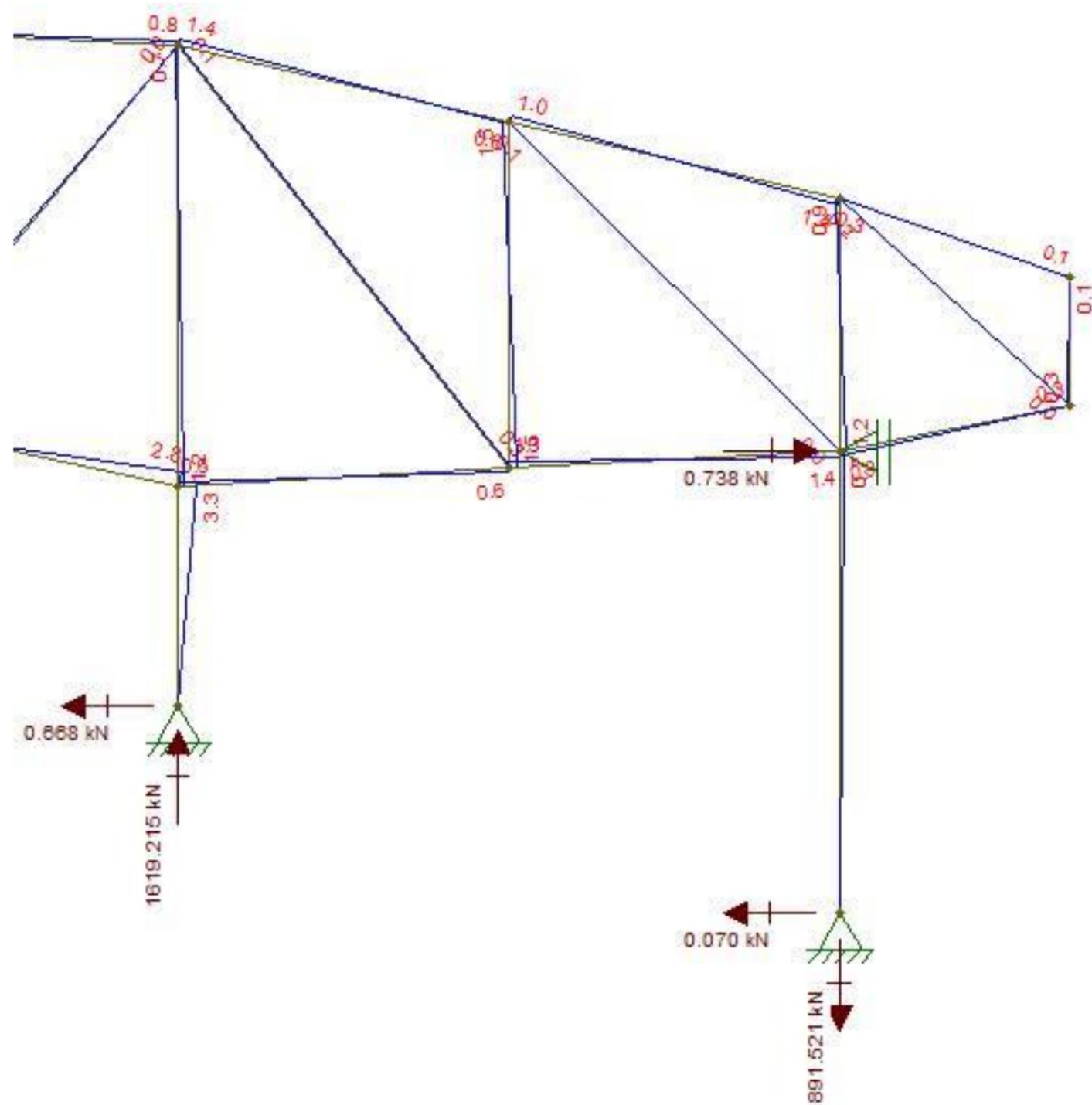


Figura 27: detalhe 3 das forças cortantes

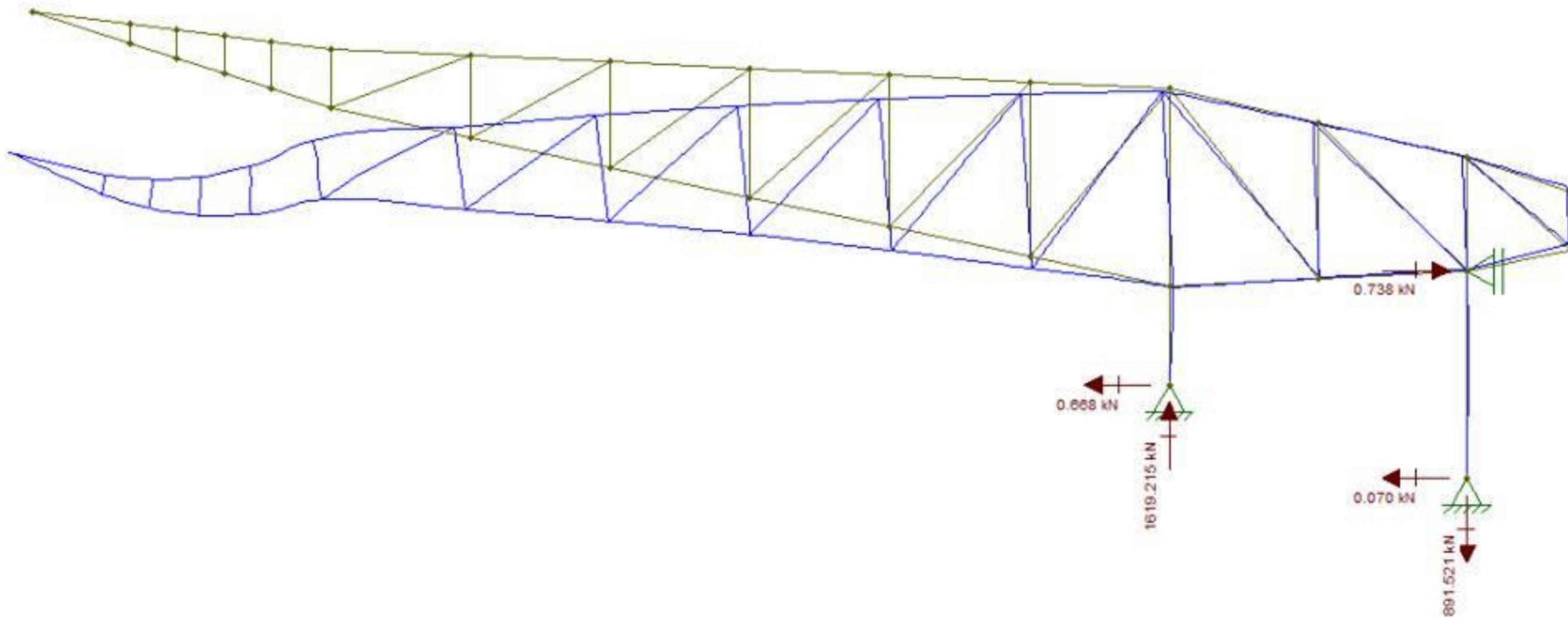


Figura 28: deformação da estrutura

## 10. Análise da estrutura

Por meio dos cálculos manuais e do programa Ftool, foi possível saber quais barras sofriam tração e compressão. Constatou-se que a barra suscetível à maior força de compressão foi a barra 42, enquanto a barra 45 foi a que sofreu maior força de tração.

Levando em conta a atuação das forças normais, ao longo do estudo foi observado um fato interessante. Em especial, ao ocorrido no trecho da viga Vierendeel. Notou-se que, embora grande parte das forças atuantes nesse trecho seja menor em relação aos outros nós, com exceção dos nós B e F, ela foi a que sofreu maior deformação (considerando a simulação para ausência de articulações). Isso porque, no caso da treliça sem articulações, esse trecho não possui as barras diagonais.

Também foi observado que as deformações calculadas foram pequenas, em comparação com seu tamanho. Por conta disso, entende-se como o projeto da cobertura atende à expectativa de ser uma estrutura ousada, mas ao mesmo tempo firme. Fato que também se deve ao material com o qual a treliça é feita.

Através das duas simulações no Ftool, foi possível compreender como a presença e a ausência das articulações afetariam a cobertura. No caso da presença de articulações, a estrutura se comporta como uma grande treliça, ou seja, a estrutura é uma treliça por inteiro. Isso implica que as cargas são consideradas aplicadas somente nos nós e as articulações tem momento igual a zero. Por isso, os diagramas de força cortante e de momento fletor são nulos. No caso da ausência das articulações, a estrutura não é uma treliça por definição, justamente por não possuir articulações. Portanto, foram apresentados os diagramas das forças cortantes e do momento. Quanto às deformações, pôde-se perceber que no caso com articulações, a presença das diagonais no trecho Vierendeel permitiu um enrijecimento desse trecho fazendo com que sua deformada permanecesse menos intensa que no caso sem articulações. Essas duas comparações foram bastante ilustrativas para o entendimento do funcionamento das treliças.

## 11. Conclusão

O presente trabalho foi uma forma de colocar em prática aquilo que foi estudado em aula. Embora muitas das informações necessárias para os cálculos não constassem no enunciado, a utilização de artigos e outras fontes de pesquisa, permitiram a efetivação do mesmo. Por conta disso, alguns resultados, provavelmente, não serão condizentes com a realidade, e sim, aproximações. Mas, ainda assim, foi

possível fazer uma análise do comportamento estrutural de parte da cobertura da Arena Corinthians.

Pode-se afirmar que o objetivo desse estudo foi alcançado, no momento em que os cálculos manuais muito se assemelham ao que foi obtido através do programa Ftool, apresentando uma margem de diferença mínima e, conseqüentemente, possibilitando a determinação dos perfis comerciais adequados e o peso da estrutura.

Entende-se que um bom projeto de estrutura de treliças preza pela eficiência, característica fundamental quando se quer inovar sem oferecer riscos à segurança dos usuários, sem mencionar a busca por uma noção detalhada do orçamento do projeto.

## 12. Bibliografia

### Sites consultados

- <[http://pt.wikipedia.org/wiki/Arena\\_Corinthians](http://pt.wikipedia.org/wiki/Arena_Corinthians)> (último acesso 08/10/2014)
- <<http://esportes.estadao.com.br/noticias/futebol,itaqueroa-tem-a-menor-capacidade-dos-estadios-de-abertura-de-copa,1506351>> (último acesso 08/10/2014)
- <<http://www.cbca-acobrasil.org.br/site/construcao-em-aco-acos-estruturais.php>> (último acesso em 08/09/2014)
- <[http://www.cimm.com.br/portal/material\\_didatico/6340-acos-de-alta-resistencia-e-baixa-liga#.VAb7aWRdV94](http://www.cimm.com.br/portal/material_didatico/6340-acos-de-alta-resistencia-e-baixa-liga#.VAb7aWRdV94)> (último acesso em 08/09/2014)
- <<http://www.infomet.com.br/site/acos-e-ligas-conteudo-ler.php?codConteudo=199>> (último acesso em 08/09/2014)
- <<http://issuu.com/prodweb/docs/aa37-site>> (último acesso em 08/09/2014)
- <<http://www.denversa.com.br/site/files/produtos/ba34aa7ebb8e04f694a76c816ce0afc.pdf>> (último acesso em 08/09/2014)
- <[http://www.sindusconsp.com.br/envios/2013/eventos/15estruturas/Apresentacao\\_FredericoBarbosa.pdf](http://www.sindusconsp.com.br/envios/2013/eventos/15estruturas/Apresentacao_FredericoBarbosa.pdf)> (último acesso em 08/09/2014)
- <<http://www.atcp.com.br/pt/produtos/caracterizacao-materiais/propriedades-materiais/tabelas-propriedades/metlicos-ferrosos.html>> (último acesso 19/09/14)
- <[http://blogdaengenharia.com/wp-content/uploads/2012/03/cap\\_3.pdf](http://blogdaengenharia.com/wp-content/uploads/2012/03/cap_3.pdf)> (último acesso 19/09/14)
- <<http://estruturasarquitectonicas.blogspot.com.br/2012/03/tomo-ii-capitulo-xvii-sistemas.html>> (último acesso 20/09/2014)

### Catálogos utilizados

- < PERFIS MSH DE SEÇÕES CIRCULARES, QUADRADAS E RETANGULARES. Dimensões, valores estáticos, materiais. Vallourec & Mannesmann tubes, Minas Gerais, p. 1-52.
- < ABNT NBR 8800. Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. Segunda edição 25.08.2008, válida a partir de 25.09.2008