

Capítulo 1

Uma breve introdução aos sistemas de controle

1.1 Introdução

Este capítulo tem por objetivo introduzir os conceitos fundamentais de sistemas de controle em malha fechada, tentando enfatizar sua importância e suas principais consequências.

1.2 Sistemas de controle - uma definição

Um sistema de controle é uma interconexão de vários componentes resultando numa configuração que fornece um desempenho desejado.

A descrição do sistema se refere à relação causal entre a entrada e a saída do sistema, em geral, descrita matematicamente através de equações diferenciais, equações de diferença, funções de transferência, etc.

Um sistema ou processo a ser controlado pode ser representado como um diagrama de blocos como o da Figura 1.1. Onde $U(s)$ é a transformada de Laplace do sinal de entrada $u(t)$, $Y(s)$ é a transformada de Laplace do sinal de saída $y(t)$ e $G(s)$ é a transformada de Laplace da resposta impulsiva do sistema $g(t)$. Desta forma:

$$G(s) = \mathcal{L}[g(t)] = \frac{Y(s)}{U(s)}. \quad (1.1)$$

Usualmente $G(s)$ é denominada planta do processo.

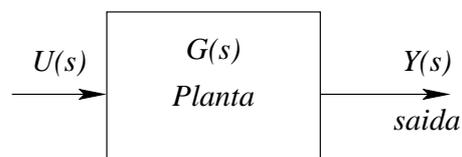


Figura 1.1. Representação de um sistema ou processo a ser controlado.

1.2.1 Sistema de controle em malha aberta (open loop)

Um sistema de controle em malha aberta utiliza um dispositivo atuador para controlar o processo diretamente sem a utilização de realimentação (feedback). Um diagrama de blocos representando um sistema de controle em malha aberta está ilustrado na Figura 1.2. Onde $R(s)$ é a transformada de Laplace do sinal de referência e $H(s)$ é a transformada de Laplace da resposta impulsiva do controlador $h(t)$.

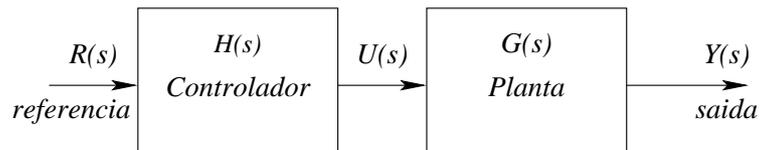


Figura 1.2. Representação de um sistema de controle em malha aberta.

Exemplos de sistemas de controle em malha aberta:

- **Controle do sistema de marcha lenta de um automóvel:** O sistema convencional de injeção de combustível num automóvel, utilizando um carburador, utiliza um sistema de controle de malha aberta para o controle da marcha lenta do motor de combustão.

O objetivo do sistema de controle é manter o motor numa velocidade relativamente baixa (para economia de combustível) independentemente da carga aplicada (transmissão, direção hidráulica, etc.). Sem a utilização de um sistema de controle de marcha lenta em malha fechada qualquer mudança repentina na carga aplicada pode provocar uma mudança no valor da velocidade do motor. Neste caso, as variáveis de entrada do sistema são o ângulo de abertura da válvula de combustível α e o torque aplicado T_L e a saída do sistema é a velocidade do motor ω (Figura 1.3).

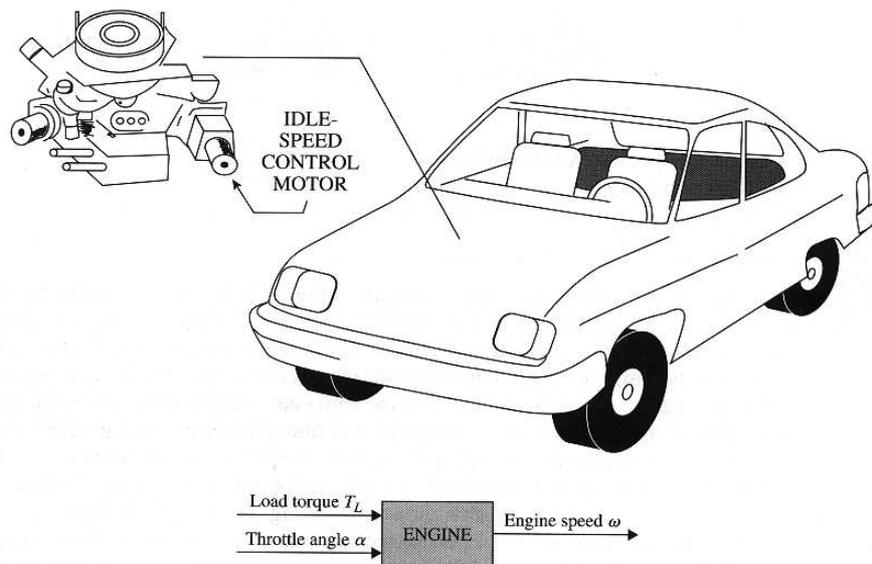


Figura 1.3. Sistema de controle para a marcha lenta do motor.

- **Máquina de lavar roupas:** Numa máquina de lavar roupa todos os ciclos do processo (lavar, enxaguar, etc.) são controlados através do tempo de duração de cada tarefa. Nenhuma variável é medida para controlar a qualidade do processo.

1.2.2 Sistema de controle em malha fechada

Um sistema de controle em malha fechada usa uma medida da saída e uma realimentação deste sinal para uma comparação com a saída (resposta) desejada (referência). A Figura 1.4 ilustra um diagrama de blocos para um sistema de controle em malha fechada.

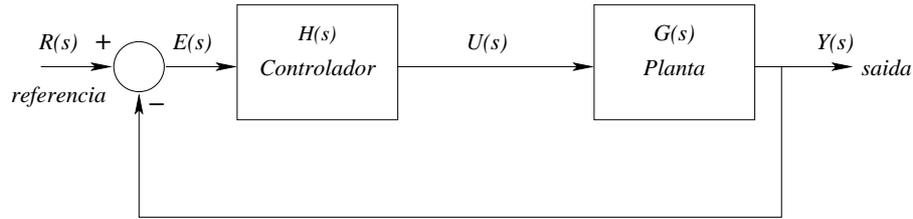


Figura 1.4. Representação de um sistema de controle em malha fechada.

Alguns exemplos:

- Robôs Industriais: neste caso, em geral, deseja-se deslocar a ferramenta do robô (por exemplo: um sistema de soldagem) com trajetória e orientação precisas no espaço 3D. Desta forma, são necessários seis graus de liberdade (3 para posição e 3 para orientação). A Figura 1.5 ilustra um robô e o seu espaço de trabalho.

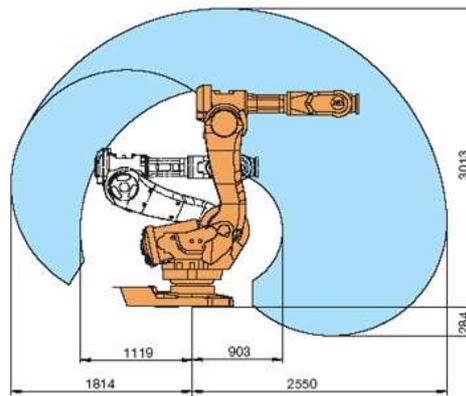


Figura 1.5. Robô KUKA e seu espaço de trabalho.

- Aviões: os sistemas de controle de trajetórias de aviões são denominados sistemas de controle de atitude. A Figura 1.6 ilustra o avião AMX da EMBRAER.

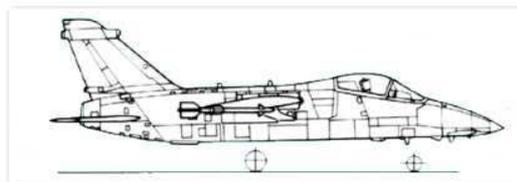


Figura 1.6. Ilustração do avião AMX da EMBRAER.

- Sistema de leitura de discos rígidos: para discos rígidos é necessário o posicionamento da cabeça de leitura com bastante precisão (Veja Figura 1.7).

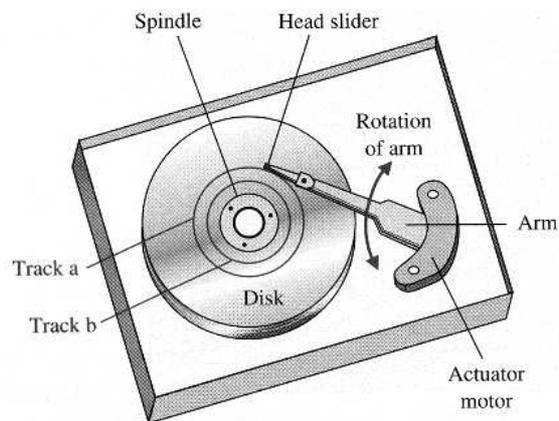


Figura 1.7. Sistema de leitura para discos rígidos.

- Controle manual: algumas vezes a malha fechada pode ser executada através de um operador, como pode ser observado na Figura 1.8, onde um operador controla o nível d'água de um tanque.

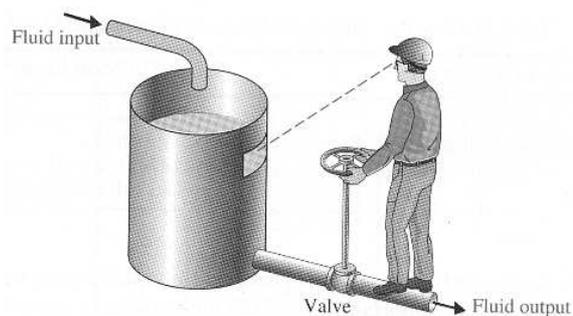


Figura 1.8. Controle de nível d'água realizado manualmente.

- Direção de um automóvel: uma das operações manuais mais sofisticadas realizadas pelo homem é a direção de um automóvel, onde a informação de realimentação são imagens que são realimentadas através do sistema de visão humanos (Veja Figura 1.9).

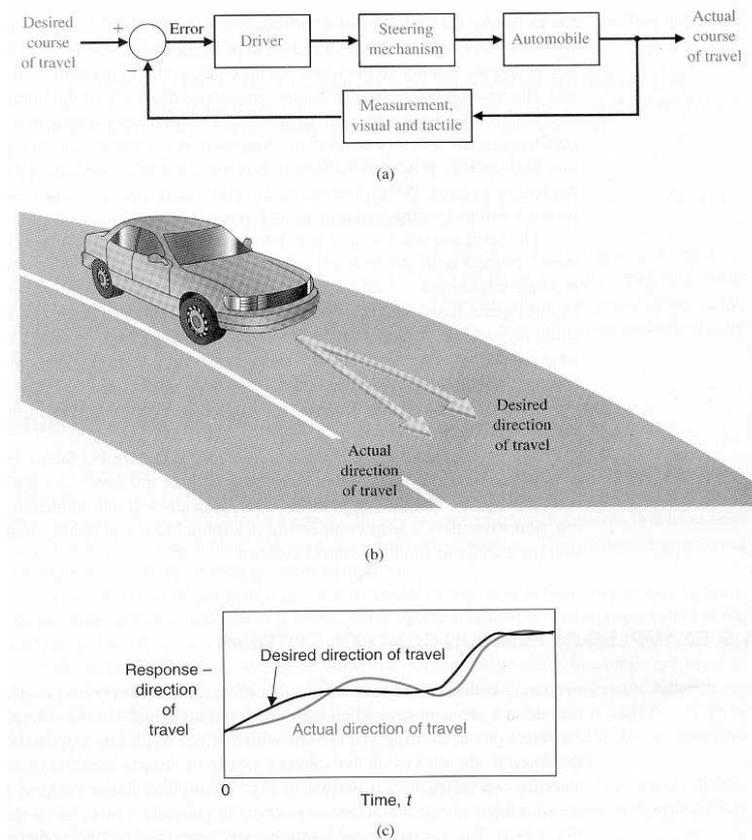


Figura 1.9. *Direção de um automóvel.*

1.3 Alguns fatos históricos

- (300-1AC) Primeiras aplicações de controle na Grécia:
 - Ktesibios desenvolve um relógio d'água que utiliza um regulador flutuante.
 - (250AC) Philon desenvolve uma lamparina a óleo que utiliza um regulador flutuante para manter o nível de óleo constante.
 - (1DC) Heron de Alexandria publica um livro denominado Pneumatica que contém várias formas de utilização de reguladores flutuantes para controlar o nível d'água.

- (1769) O sistema de controle de velocidade para uma máquina a vapor desenvolvido por James Watt é considerada a primeira aplicação industrial (Veja Figura 1.10).

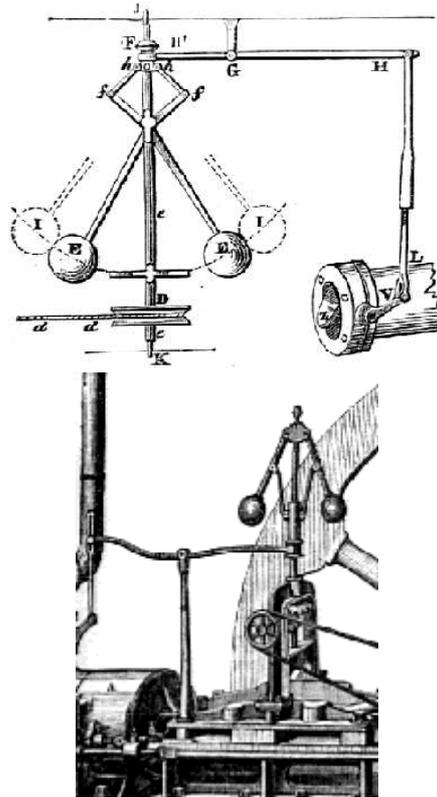


Figura 1.10. Sistema de controle de velocidade para máquina a vapor.

- (1868) J.C. Maxwell formula um modelo para o regulador de velocidade da máquina a vapor.
- (1927) H.W. Bode analisa amplificadores realimentados.
- (1932) H. Nyquist desenvolve um método para analisar a estabilidade de sistemas.
- (1952) Máquinas CNC desenvolvidas no MIT.
- (1954) George Devol desenvolve o primeiro robô industrial.
- (1970) Modelos de variáveis de estado e controle ótimo são desenvolvidos.
- (1980) Controle robusto é desenvolvido.

1.4 Uma análise do conceito de malha fechada

As características de um sistema no domínio do tempo e frequência podem ser descritos através de equações diferenciais (domínio do tempo) ou funções de transferência (domínio da frequência). Uma função de transferência $G_1(s)$ de um sistema pode ser escrita genericamente como:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = G_1(s) = \frac{b_0^o s^{m_1} + b_1^o s^{m_1-1} + \dots + b_{m_1}^o}{s^{n_1} + a_1^o s^{n_1-1} + \dots + a_{n_1}^o}, \quad n_1 > m_1. \quad (1.2)$$

Onde $b_k^o, k = 0, \dots, m_1$ são os coeficientes do polinômio do numerador e $a_i^o, i = 1 \dots, n_1$ são os coeficientes do denominador, e o índice 'o' é utilizado para indicar uma configuração de malha aberta (open loop).

Obviamente, a função de transferência pode ser decomposta numa representação de pólos e zeros explícita:

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = G_1(s) = \frac{(s - z_0^o)(s - z_1^o) \dots (s - z_{m_1-1}^o)}{(s - p_0^o)(s - p_1^o) \dots (s - p_{n_1-1}^o)} \quad (1.3)$$

Onde $z_k^o, k = 0, 1, \dots, m_1 - 1$ são os zeros do sistema e $p_i^o, i = 0, 1, \dots, n_1 - 1$ são os pólos do sistema.

A introdução do controlador $H(s)$ no caminho direto, além de uma realimentação negativa permitem construir um novo sistema, obviamente descrito por uma nova equação diferencial (ou função de transferência). A função de transferência em malha fechada pode agora ser escrita como:

$$\frac{Y(s)}{R(s)} = G_2(s) = \frac{G_1(s)H(s)}{1 + G_1(s)H(s)} = \frac{b_0^c s^{m_2} + b_1^c s^{m_2-1} + \dots + b_{m_2}^c}{s^{n_2} + a_1^c s^{n_2-1} + \dots + a_{n_2}^c}, \quad (1.4)$$

$$= \frac{(s - z_0^c)(s - z_1^c) \dots (s - z_{m_2-1}^c)}{(s - p_0^c)(s - p_1^c) \dots (s - p_{n_2-1}^c)}, \quad n_2 > m_2. \quad (1.5)$$

Onde o índice 'c' é utilizado para indicar a configuração de malha fechada (closed loop). A Figura 1.4 ilustra o diagrama de blocos do sistema em malha aberta e em malha fechada após a introdução do controlador $H(s)$.

Em última instância, a idéia fundamental do projeto de sistemas de controle é alterar as características do sistema no domínio do tempo (e conseqüentemente no domínio da frequência) através da introdução do controlador dado por $H(s)$. A interação entre $H(s)$ e $G(s)$ em malha fechada permite realocar os pólos e zeros do sistema de tal forma a tentar satisfazer os requisitos desejados.

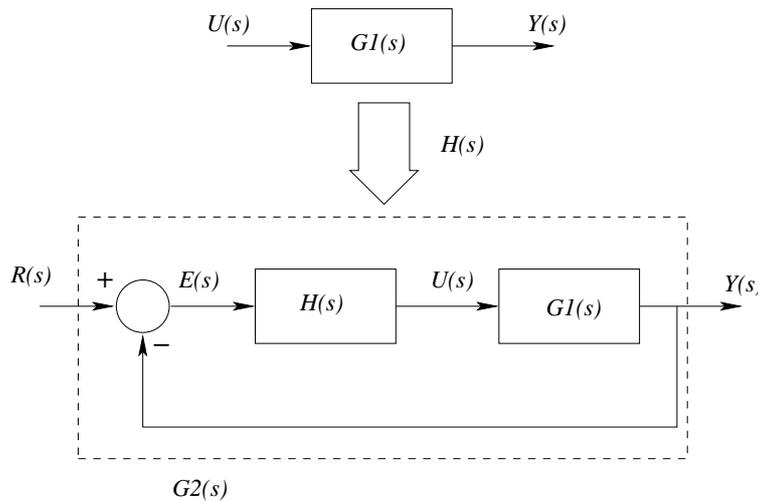


Figura 1.11. Introdução do controlador $H(s)$ em malha fechada.

O objetivo primordial de sistemas de controle é a imposição de determinados objetivos de desempenho para a operação do sistema. Em última instância, os objetivos de desempenho de um sistema podem ser traduzidos através da imposição dos seus pólos e zeros.

Mas afinal, quais seriam os objetivos de desempenho ? Usualmente, os objetivos de desempenho são representados através de suas características no domínio do tempo (Veja Figura 1.12):

- Erro estático (e_{ss}): $e_{ss} = \lim_{t \rightarrow \infty} e(t)$ para uma entrada padronizada (degrau, rampa, etc.).
- Tempo de subida (t_r): tempo que a saída do sistema $y(t)$ demora entre 0 e 100% do valor final $y(\infty)$.

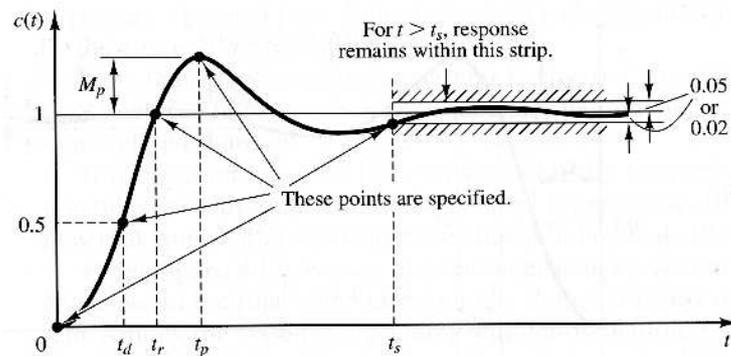


Figura 1.12. Resposta a degrau de um sistema evidenciando suas características no domínio do tempo.

- Tempo de assentamento (t_s): O tempo de assentamento t_s é definido como o instante de tempo tal que o sinal de erro $e(t)$ passa a ser menor que um determinado valor percentual, em geral, definido como 2% ou 5%.
- Máximo sobresinal (M_p): O máximo sobresinal é o maior erro percentual em relação ao valor final $y(\infty)$. O maior valor de $y(t)$ é denominado $y(t_p)$ onde t_p é o instante de ocorrência do valor de pico. O máximo sobresinal é definido da seguinte forma:

$$M_p = \frac{y(t_p) - y(\infty)}{y(\infty)} \times 100\%$$

A vida não é tão simples ! Em princípio poderíamos imaginar que seja possível através da introdução de $H(s)$ alterar os pólos e zeros para qualquer número e valor que desejarmos. Entretanto, várias limitações teóricas e físicas não permitem tal flexibilidade.

Muitos fatores podem contribuir para não ser possível se alcançar os objetivos de desempenho:

1. Complexidade do controlador:

A complexidade do controlador se refere a topologia da estrutura de controle e ao grau dos polinômios utilizados para implementar o controlador. A utilização de estruturas de controle com complexidade polinomial pré-definida pode ser uma restrição para se atingir os objetivos de desempenho.

Além disso, é sabido que a estrutura de controle linear mais geral possível é representada pelo controlador de dois graus de liberdade apresentado na Figura 1. Entretanto, usualmente se utiliza o controlador de 1 grau de liberdade por ser de projeto mais simples.

2. Não linearidades em atuadores:

Os atuadores (por exemplo: válvulas pneumáticas, válvulas hidráulicas, amplificadores, motores elétricos, etc.) possuem sempre algum comportamento não linear, principalmente saturação e histerese.

3. Sinais de distúrbio na entrada da planta:

Usualmente, sistemas de controle sofrem a ação de distúrbios, tais como atrito e folgas por exemplo. Tais distúrbios podem ser representados como sinais de entrada no sistema que afetam diretamente a planta a ser controlada.

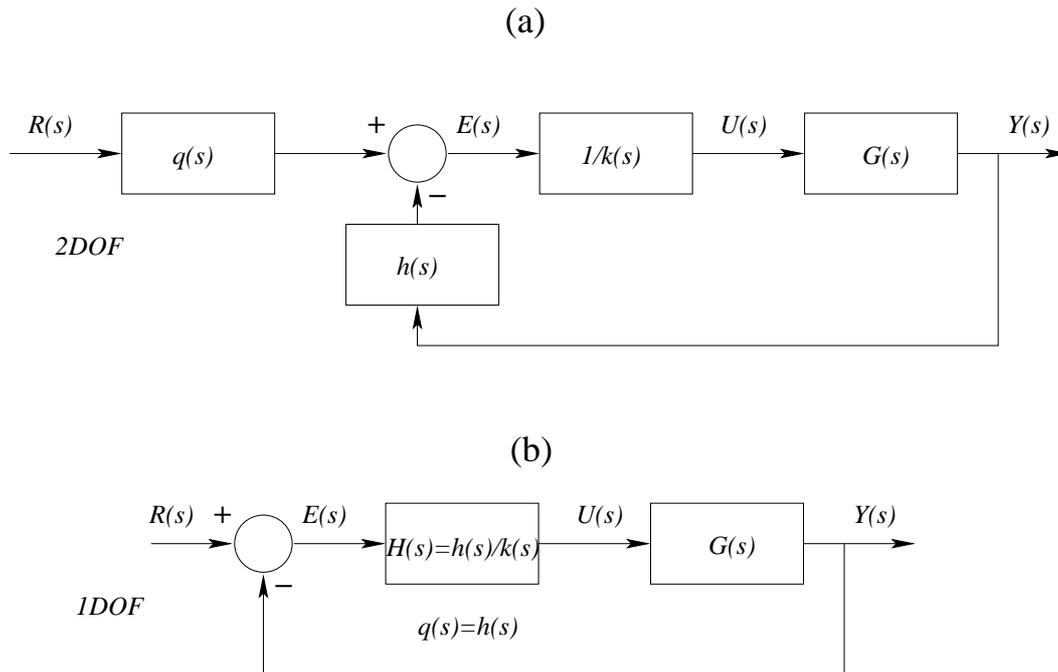


Figura 1.13. (a) Controlador de dois graus de liberdade (2DOF) - (b) controlador de 1 grau de liberdade (1DOF).

4. Erros de modelagem:

Os modelos de planta utilizados para o projeto de sistemas de controle são apenas aproximações da planta real. Erros de modelagem estão sempre presentes. Obviamente, quanto mais perfeito for o modelo, melhor será a possibilidade de se projetar um sistema de controle que atenda aos requisitos desejados.

Os modelos utilizados são em geral os mais simples possíveis, optando-se com frequência por modelos lineares invariantes no tempo representados por funções de transferência com polinômios de baixa ordem. Além disso, despreza-se comportamentos não lineares e parâmetros variantes no tempo quando estes não são significativos.

5. Ruídos de medida:

Processos de medida utilizando sensores usualmente geram ruídos de alta frequência no sistema.

1.5 O problema de controle redefinido

Como pode ser observado, o projeto de sistemas de controle deve procurar atender aos objetivos de desempenho pré-estabelecidos. Entretanto, muitos fatores contribuem para que tais objetivos não sejam facilmente alcançáveis.

O projeto de sistemas de controle deve portanto incorporar os conceitos de *estabilidade robusta* e *desempenho robusto*. Ou seja, o projeto deve ser realizado de tal forma a manter a estabilidade e os objetivos de desempenho, mesmo sob condições adversas. Para tal, uma análise no domínio da frequência através do ganho em malha aberta $G(s)H(s)$ deve ser realizada.

1.5.1 Uma análise mais detalhada da malha fechada

Uma representação mais realista de um sistema de controle seria a apresentada através do diagrama de blocos da Figura 1.14 abaixo:

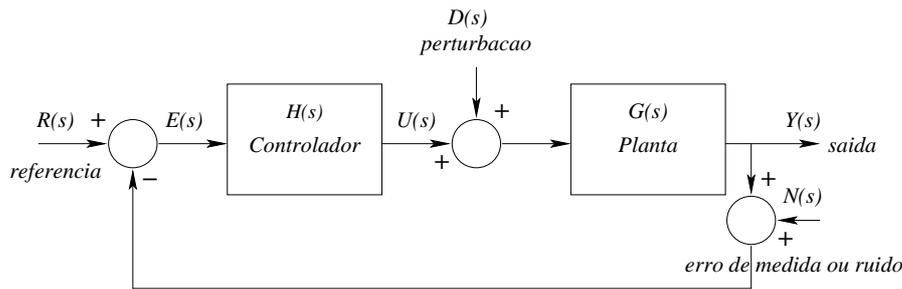


Figura 1.14. Sistema de controle em malha fechada.

Onde:

- $R(s)$ - sinal de referência,
- $E(s)$ - sinal de erro,
- $U(s)$ - sinal de controle,
- $D(s)$ - sinal de distúrbio,
- $Y(s)$ - sinal de saída,
- $N(s)$ - sinal de erro (ruído) de medida.

A utilização de um sistema de controle em malha fechada não apenas reduz o erro do sistema mas também provoca mudanças importantes em outras propriedades como: o ganho do sistema, a estabilidade, a sensibilidade a variações da planta, a sensibilidade a distúrbios externos e a ruídos de medida, etc.

Para o sistema de controle acima, a função de transferência agora com três entradas pode ser escrito como:

$$Y(s) = \frac{G(s)H(s)}{1 + G(s)H(s)}R(s) + \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}D(s) - \frac{G(s)H(s)}{1 + G(s)H(s)}N(s). \quad (1.6)$$

Note que agora temos três funções de transferência distintas correspondentes a cada uma das entradas.

Vamos examinar agora como um sistema de controle em malha fechada pode influenciar algumas das propriedades que são consideradas importantes para o projeto de sistemas de controle.

Ganho do sistema O sistema de controle em malha fechada afeta o ganho do sistema $G(s)$ ¹ de um fator,

$$\frac{H(s)}{1 + G(s)H(s)}. \quad (1.7)$$

Estabilidade Como já observado, o sistema de controle em malha fechada modifica os pólos e zeros que representam o sistema. Desta forma, a condição de estabilidade do sistema pode ser modificada. Um sistema pode passar de estável a instável e vice-versa.

Através da análise de $G(s)H(s)$ é possível analisar a margem de estabilidade do sistema, ou seja, a distância que o sistema se encontra do limiar da instabilidade.

¹muitas vezes a função de transferência $G(s)$ é denominada de ganho do sistema, já que em regime permanente senoidal para cada frequência ω o sistema assume um ganho distinto.

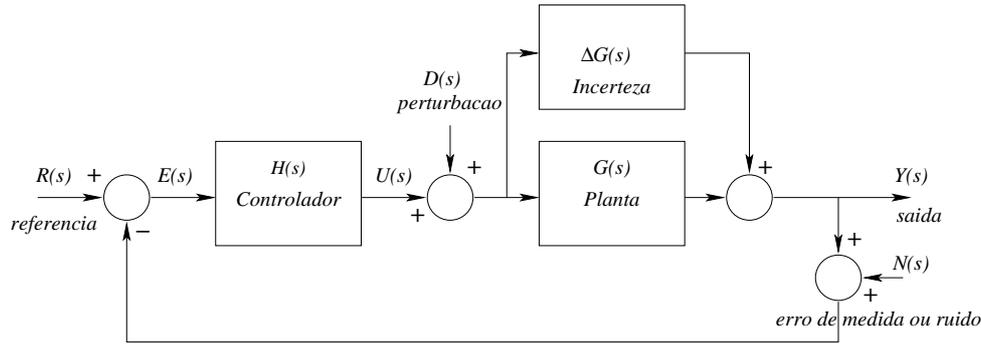


Figura 1.15. Representação do sistema de controle considerando a incerteza $\Delta G(s)$.

Acompanhamento do sinal de referência Considerando apenas a contribuição de $R(s)$ para o sinal de erro $E(s)$ temos:

$$E(s) = \frac{1}{1 + G(s)H(s)} R(s). \quad (1.8)$$

Desta forma, se for desejado que o erro $E(s) \cong 0$ é necessário fazer com que $|G(s)H(s)| \gg 1$

Sensibilidade a variações da planta Um sistema de controle adequado requer que o mesmo seja insensível a variações da planta ao mesmo tempo que seja sensível ao sinal de referência $R(s)$.

Inicialmente, verifiquemos o efeito da variação de $G(s)$ sobre a saída $Y(s)$. Vamos considerar que a variação de $G(s)$ seja representada por $\Delta G(s)$. Aqui $\Delta G(s)$ pode ser entendido como um termo aditivo que representa a incerteza no modelo da planta. Ou seja, a planta real está no intervalo entre $G(s)$ e $G(s) + \Delta G(s)$. Neste caso, poderíamos representar a planta do sistema como ilustrado na Figura 1.15

A função de malha fechada, neste caso, pode ser escrita como:

$$Y(s) + \Delta Y(s) = \frac{(G(s) + \Delta G(s))H(s)}{1 + (G(s) + \Delta G(s))H(s)} R(s) \quad (1.9)$$

$$= \frac{G(s)H(s)}{1 + (G(s) + \Delta G(s))H(s)} R(s) + \frac{\Delta G(s)H(s)}{1 + (G(s) + \Delta G(s))H(s)} R(s). \quad (1.10)$$

Utilizando a equação correspondente a malha fechada com o valor nominal de $G(s)$:

$$Y(s) = \frac{G(s)H(s)}{1 + G(s)H(s)} R(s), \quad (1.11)$$

obtemos:

$$\Delta Y = \frac{\Delta G(s)H(s)}{(1 + G(s)H(s) + \Delta G(s)H(s))(1 + G(s)H(s))} R(s). \quad (1.12)$$

Como em geral, $G(s)H(s) \gg \Delta G(s)H(s)$ então:

$$\Delta Y(s) = \frac{\Delta G(s)H(s)}{(1 + G(s)H(s))^2} R(s). \quad (1.13)$$

Dividindo a Equação 1.13 pela Equação 1.11 obtemos:

$$\frac{\Delta Y(s)}{Y(s)} = \frac{1}{1 + G(s)H(s)} \frac{\Delta G(s)}{G(s)}. \quad (1.14)$$

Ou seja, a variação relativa do sinal de saída $\Delta Y(s)/Y(s)$ devido a variação relativa da planta $\Delta G(s)/G(s)$ é diminuída pelo fator $1 + G(s)H(s)$. Desta forma, se fizermos $|G(s)H(s)| \gg 1$, podemos diminuir o efeito da variação relativa da planta sobre a saída do sistema.

Sinais de distúrbios na entrada da planta A parcela de contribuição do sinal de distúrbio na entrada da planta pode ser escrita como:

$$Y(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)}D(s), \quad (1.15)$$

Admitindo que, $|G(s)H(s)| \gg 1$, então podemos escrever:

$$Y(s) = \frac{1}{H(s)}D(s). \quad (1.16)$$

Para que a contribuição de $D(s)$ para $Y(s)$ seja reduzida o ganho de $H(s)$ deve ser grande para valores de s onde $D(s)$ possui valores significativos.

Rejeição de ruído A parcela de contribuição do ruído $N(s)$ pode ser escrita como:

$$Y(s) = -\frac{G(s)H(s)}{1 + G(s)H(s)}N(s). \quad (1.17)$$

Admitindo que $|G(s)H(s)| \ll 1$ então $|1 + G(s)H(s)| \cong 1$ e neste caso $Y(s) \cong 0$. Ou seja, o ganho de malha $G(s)H(s)$ deve ser pequeno para os valores de s onde o erro de medida é grande.

Alguns comentários importantes Nesta seção, foram analisados com mais detalhes como a utilização de um sistema de controle de malha fechada pode afetar algumas grandezas importantes que estão relacionadas com o desempenho dos sistemas de controle.

Como pode ser observado, o ganho da malha direta $G(s)H(s)$ é a principal grandeza a ser analisada para a análise de desempenho do sistema em malha fechada.

É muito importante notar que os requisitos de acompanhamento do sinal de referência, rejeição de perturbações e insensibilidade a variações da planta exigem que $G(s)H(s)$ seja *grande*, enquanto que o requisito de rejeição do erro de medida requer que $G(s)H(s)$ seja *pequeno*.

Esta situação de conflito, em geral, pode ser evitada, pois os sinais de referência, as perturbações e as variações da planta se referem a regiões de baixa frequência (*s pequeno*) enquanto que os ruídos de medida se referem a regiões de alta frequência (*s grande*).

O controlador ideal é aquele onde o ganho de malha aberta $G(s)H(s)$ é projetado como ilustrado na Figura 1.16.

O projeto de sistemas de controle consiste em definir a *forma* de $G(s)H(s)$ o que só pode ser através da escolha do controlador $H(s)$.

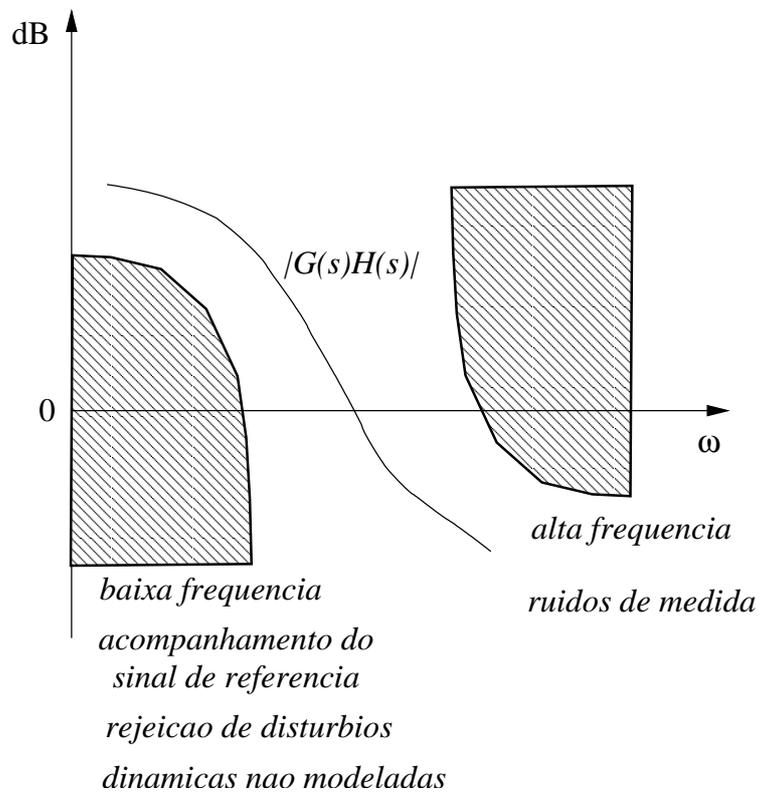


Figura 1.16. Projeto do ganho de malha aberta $G(s)H(s)$ para desempenho robusto.