Fisica I - IO

Cinemática Vetorial
Movimento Retilíneo

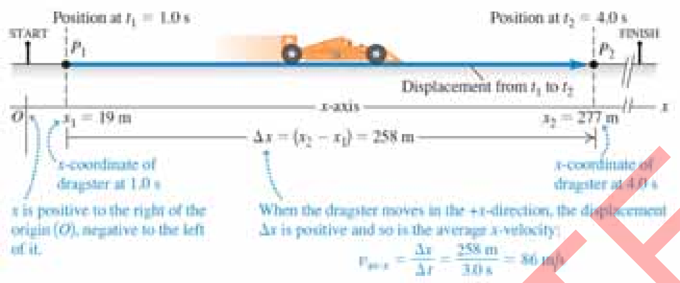
Prof. Cristiano Oliveira
Ed. Basilio Jafet – sala 202
crislpo@if.usp.br

Movimento

Mecânica : relaciona força, matéria e movimento

- **Cinemática** : Parte da mecânica que descreve o movimento, sem se preocupar com as causas do mesmo. Os corpos são tratados como *pontos materiais (partículas)*
- **Dinâmica** : Parte da mecânica que relaciona o movimento às suas causas. Os corpos podem ser partículas ou não.

Movimento Retilíneo:
Deslocamento, Tempo e Velocidade Média



Velocidade -> variação da posição com o tempo

$\Delta x \rightarrow deslocamento$

$\Delta t \rightarrow intervalo\ de\ tempo$

$$v_{av\text{-}x} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

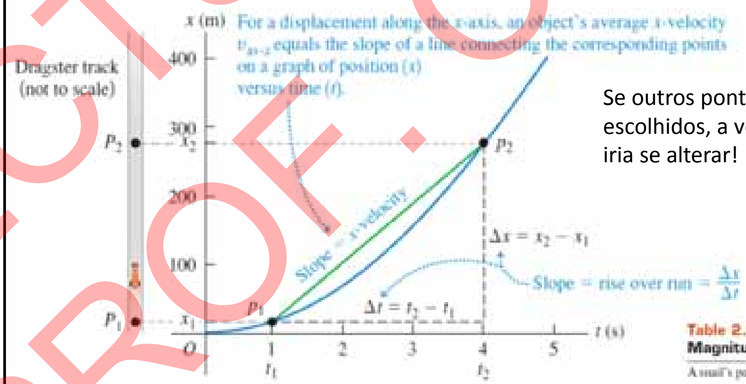
Velocidade média, movimento retilineo

$x_1 = 19$ m, $x_2 = 277$ m
$t_1 = 1.0$ s, $t_2 = 4.0$ s

$$\Rightarrow v_{av\text{-}x} = \frac{277\ \text{m} - 19\ \text{m}}{4.0\ \text{s} - 1.0\ \text{s}} = \frac{258\ \text{m}}{3.0\ \text{s}} = 86\ \text{m/s}$$

Velocidade média no percurso: depende do deslocamento ocorrido no intervalo de tempo, e não dos detalhes do que ocorreu no percurso !

Velocidade média



Se outros pontos fossem escolhidos, a velocidade média iria se alterar!

Table 2.2 Typical Velocity Magnitudes

A snail's pace	10^{-3} m/s
A brisk walk	2 m/s
Fastest human	11 m/s
Freeway speeds	30 m/s
Fastest car	341 m/s
Random motion of air molecules	500 m/s
Fastest airplane	1000 m/s
Orbiting communications satellite	3000 m/s
Electron orbiting in a hydrogen atom	2×10^6 m/s
Light traveling in a vacuum	3×10^8 m/s

Unidades:
- SI –> **m/s** (metros por segundo)

Outras possiveis unidades:
- **km/h** (kilometros por hora)
- **ft/s** (pés por segundo)
- **mi/h**(milhas por hora)
- **nós** (1milha náutica/h = 6080ft/h)

Velocidade Instantânea

A velocidade média não fornece a informação de quão rápido ou em qual direção a particula estava se movimentando .

Para saber isso é necessário ter-se conhecimento da velocidade instantânea, ou seja, a velocidade em um instante de tempo específico ou em um ponto específico ao longo do caminho

Para determinar-se a velocidade instantânea é necessário tomar-se intervalos de deslocamento Δx e tempo Δt cada vez menores. Note que apesar de Δx e Δt serem cada vez menores, a razão $\Delta x/\Delta t$ pode ter qualquer valor!

Utilizando linguagem matemática, o limite de $\Delta x/\Delta t$ quando Δt tende a zero é denominado derivada de x com respeito a t e é escrito como *dx/dt:*

$$v_x = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

Velocidade instantânea na direção x, movimento retilíneo

velocidade escalar vs. velocidade vetorial

velocidade média/instantânea *(velocity)* -> é um ***vetor***, ou seja, possui módulo direção e sentido. Ate agora focamos no movimento unidimensional mas os conceitos podem ser generalizados para movimentos em 3 dimensões.

velocidade escalar (*speed*) -> é apenas um número indicando o valor da distancia percorrida dividido pelo tempo, seja em termos de velocidade média ou instantanea. Por exemplo, o velocímetro de um carro indica a velocidade escalar instantânea do veiculo.

Um leopardo africano esta de tocaia a 20m da leste de um jipe blindado de observação. No instante t=0 o leopardo começa a perseguir o antílope situado a 50m a leste do observador. O leopardo corre ao longo de uma linha reta. A análise posterior de um vídeo mostra que durante 20s iniciais do ataque a coordenada do leopardo varia com o tempo de acordo com a equação x=20m + (5m/s²) t².

(a) ache o deslocamento do leopardo durante o intervalo entre t_1=1,0s e t_2=2,0s.

(b) Ache a velocidade média durante o mesmo intervalo

(c) Ache a velocidade instantânea no tempo t_1=1,0s, considerando Δt=0.1, Δt=0.01s e Δt=0.001s

(d) Deduza a expressão geral para a velocidade instantânea em função do tempo e, a partir dela, calcule a velocidade para t=1,0s e t=2,0s

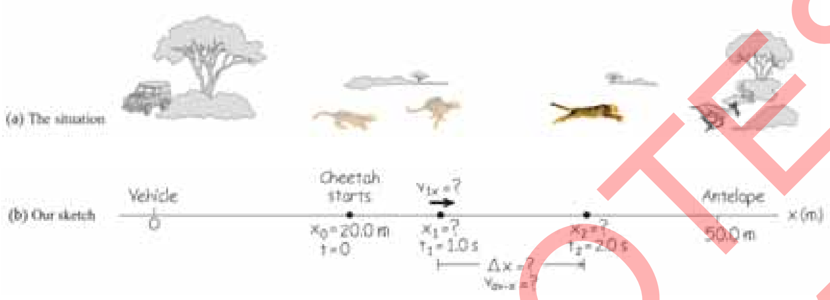
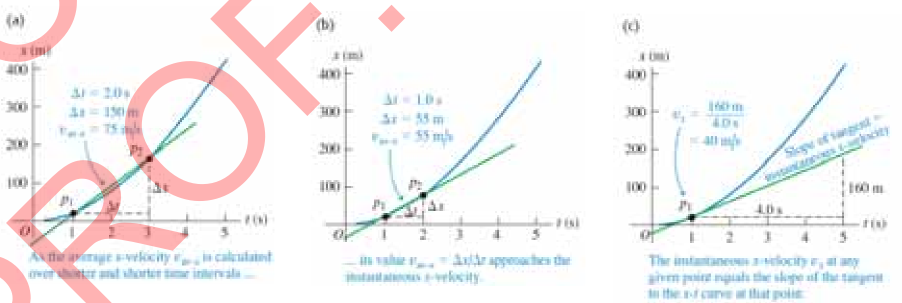
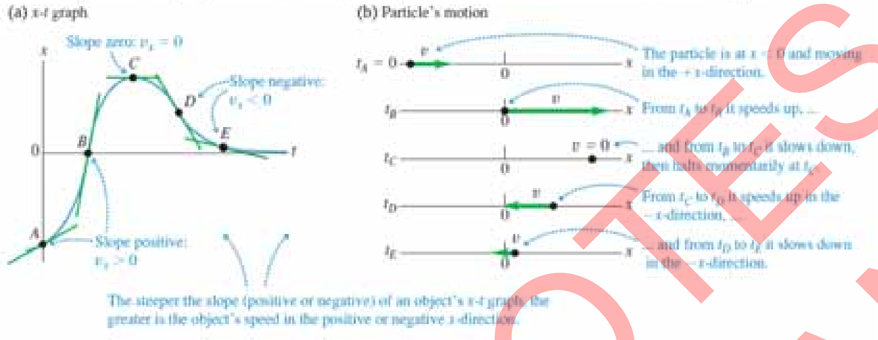


Gráfico da velocidade usando um Gráfico



Δx e Δt cada vez menores

2.8 (a) The x-t graph of the motion of a particular particle. The slope of the tangent at any point equals the velocity at that point. (b) A motion diagram showing the position and velocity of the particle at each of the times labeled on the x-t graph.



Aceleração Média e Aceleração Instantânea

Aceleração -> variação da velocidade com o tempo

Aceleração Média

$$a_{av\text{-}x} = \frac{v_{2x} - v_{1x}}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v_x}{\Delta t}$$

Aceleração média, movimento retilineo

Example 2.2 Average acceleration

An astronaut has left an orbiting spacecraft to test a new personal maneuvering unit. As she moves along a straight line, her partner on the spacecraft measures her velocity every 2.0 s, starting at time $t = 1.0$ s:

t	v_x	t	v_x
1.0 s	0.8 m/s	9.0 s	−0.4 m/s
3.0 s	1.2 m/s	11.0 s	−1.0 m/s
5.0 s	1.6 m/s	13.0 s	−1.6 m/s
7.0 s	1.2 m/s	15.0 s	−0.8 m/s

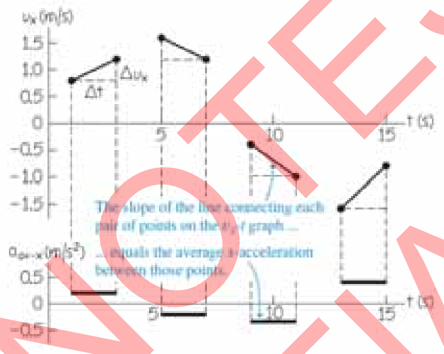
Find the average x-acceleration, and state whether the speed of the astronaut increases or decreases over each of these 2.0-s time intervals: (a) $t_1 = 1.0$ s to $t_2 = 3.0$ s; (b) $t_1 = 5.0$ s to $t_2 = 7.0$ s; (c) $t_1 = 9.0$ s to $t_2 = 11.0$ s; (d) $t_1 = 13.0$ s to $t_2 = 15.0$ s.

(a) $a_{av\text{-}x} = (1.2\ \text{m/s} - 0.8\ \text{m/s})/(3.0\ \text{s} - 1.0\ \text{s}) = 0.2\ \text{m/s}^2$. The speed (magnitude of instantaneous x-velocity) increases from 0.8 m/s to 1.2 m/s.

(b) $a_{av\text{-}x} = (1.2\ \text{m/s} - 1.6\ \text{m/s})/(7.0\ \text{s} - 5.0\ \text{s}) = -0.2\ \text{m/s}^2$. The speed decreases from 1.6 m/s to 1.2 m/s.

(c) $a_{av\text{-}x} = [-1.0\ \text{m/s} - (-0.4\ \text{m/s})]/(11.0\ \text{s} - 9.0\ \text{s}) = -0.3\ \text{m/s}^2$. The speed increases from 0.4 m/s to 1.0 m/s.

(d) $a_{av\text{-}x} = [-0.8\ \text{m/s} - (-1.6\ \text{m/s})]/(15.0\ \text{s} - 13.0\ \text{s}) = 0.4\ \text{m/s}^2$. The speed decreases from 1.6 m/s to 0.8 m/s.



Aceleração Instantânea

Aceleração -> variação da velocidade com o tempo

Aceleração instantânea

$$a_x = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v_x}{\Delta t} = \frac{dv_x}{dt}$$

Aceleração Instantânea, movimento retilineo

Suppose the x-velocity v_x of the car in Fig. 2.11 at any time t is given by the equation

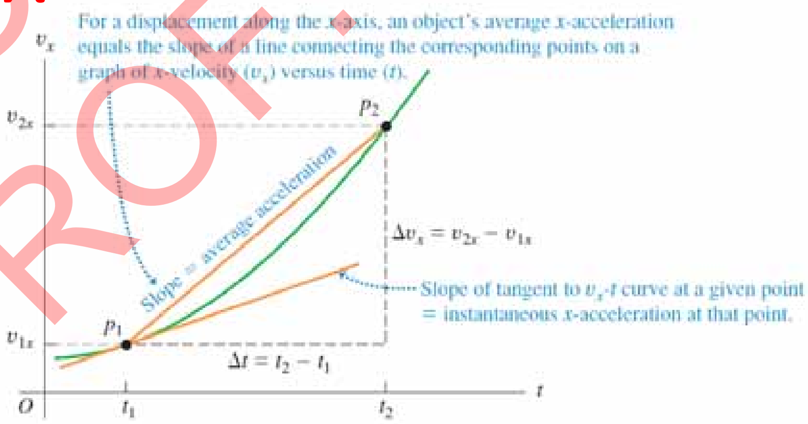
$$v_x = 60\ \text{m/s} + (0.50\ \text{m/s}^3)t^2$$

(a) Find the change in x-velocity of the car in the time interval $t_1 = 1.0$ s to $t_2 = 3.0$ s. (b) Find the average x-acceleration in this time interval. (c) Find the instantaneous x-acceleration at time $t_1 = 1.0$ s by taking Δt to be first 0.1 s, then 0.01 s, then 0.001 s. (d) Derive an expression for the instantaneous x-acceleration as a function of time, and use it to find a_x at $t = 1.0$ s and $t = 3.0$ s.

2.11 A Grand Prix car at two points on the straightaway.

Gráficos v-t e x-t

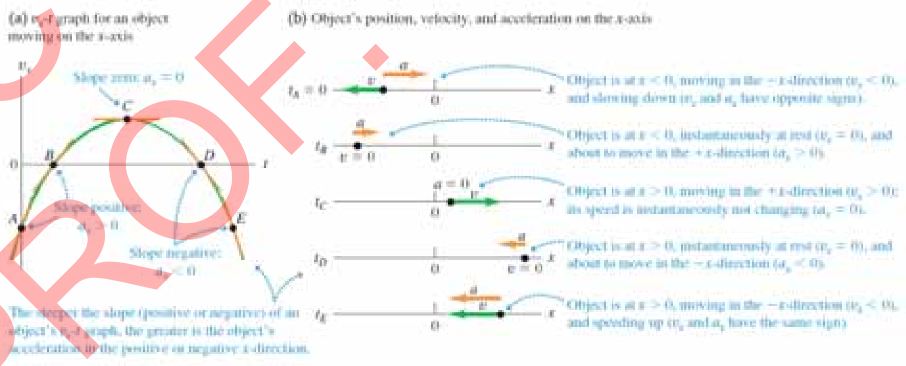
v-t

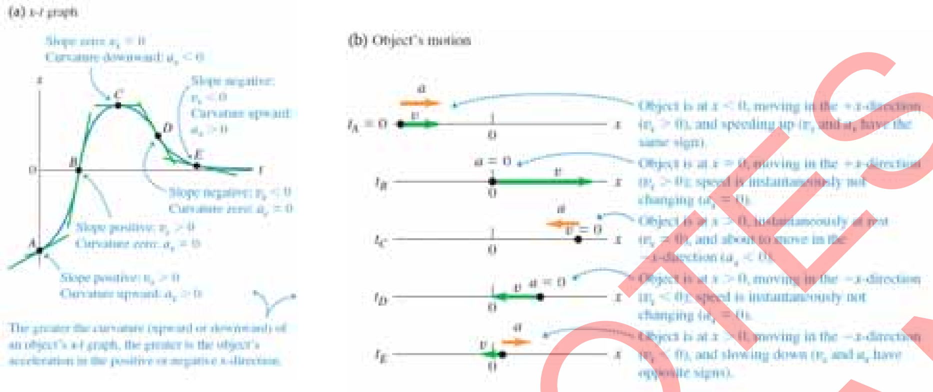


Aceleração e posição

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right) = \frac{d^2x}{dt^2}$$

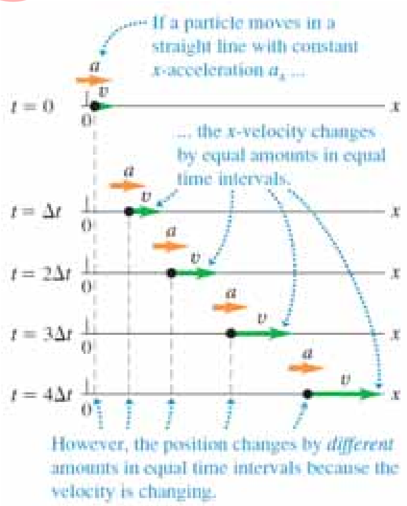
Definição matemática da aceleração





Movimento com aceleração constante

O tipo mais simples de movimento acelerado em linha reta ocorre com *aceleração constante*. Neste caso a velocidade varia pela mesma taxa ao longo do movimento.
Por exemplo, um corpo em queda livre possui aceleração constante caso os efeitos do ar possam ser desprezados. O mesmo ocorre para um corpo deslizando em um plano inclinado ou um avião sendo arremessado de um porta-aviões por um puxador especial.



Movimento com aceleração constante

Quando a aceleração é constante, tem-se que a aceleração média para qualquer intervalo de tempo possui o mesmo valor da aceleração instantânea. Com isso é simples de obter equações para a posição e velocidade em função do tempo:

$$a_x = \frac{v_{2x} - v_{1x}}{t_2 - t_1}$$

Fazemos t1=0, e t2 ser qualquer tempo t posterior. Vamos denominar v_{0x} como sendo a velocidade inicial no tempo t=0 e denominar a velocidade para qualquer ponto posterior como v_x. Assim,

$$a_x = \frac{v_x - v_{0x}}{t - 0}$$

Deste modo,

$$v_x = v_{0x} + a_x t \qquad \text{(constant } x\text{-acceleration only)}$$

x-t para movimento com aceleração constante

Vamos obter a relação entre posição e tempo para movimento retilíneo com aceleração constante ainda sem utilizar conceitos de derivada e integral. Para isso inicialmente utilizamos o conceito de velocidade média:

$$v_{av-x} = \frac{x_1 - x_2}{t_2 - t_1}$$

Note que esta definição é valida independente da aceleração ser constante ou não. Por simplicidade tomamos o tempo inicial como 0 e a posição inicial como sendo x_0. Além disso, para um tempo posterior t a posição será x, assim

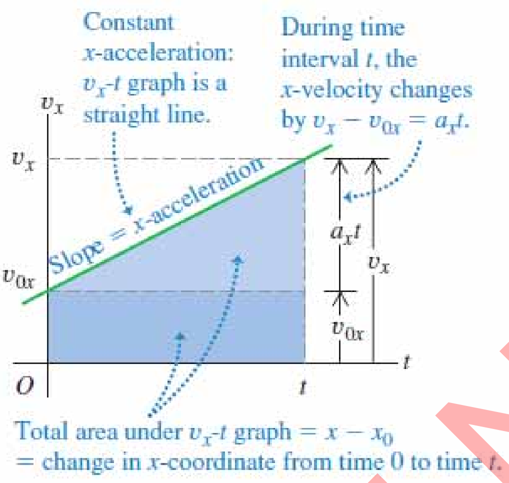
$$v_{\text{av-}x} = \frac{x - x_0}{t}$$

Vamos obter uma expressão valida para a velocidade média que é valida somente para o caso de aceleração constante. Usando

$$v_x = v_{0x} + a_x t$$

x-t para movimento com aceleração constante

Vamos obter uma expressão valida para a velocidade média que é valida somente para o caso de aceleração constante. Como o deslocamento total é a área sob o gráfico v-t,



$$v_{av\text{-}x} = \frac{v_{0x} + v_x}{2}$$

Somente para aceleração constante!

x-t para movimento com aceleração constante

$$v_{av-x} = \frac{1}{2}(v_{0x} + v_x)$$

$$v_x = v_{0x} + a_x t$$

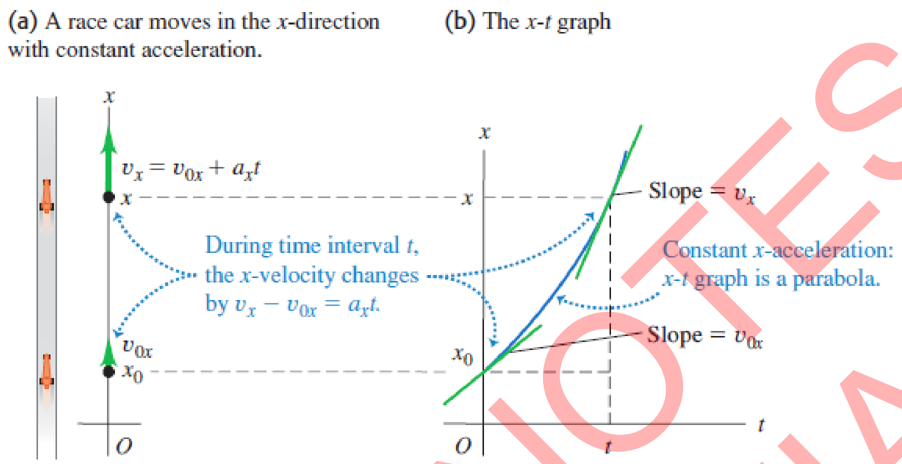
$$v_{av-x} = \frac{1}{2}(v_{0x} + v_{0x} + a_x t)$$

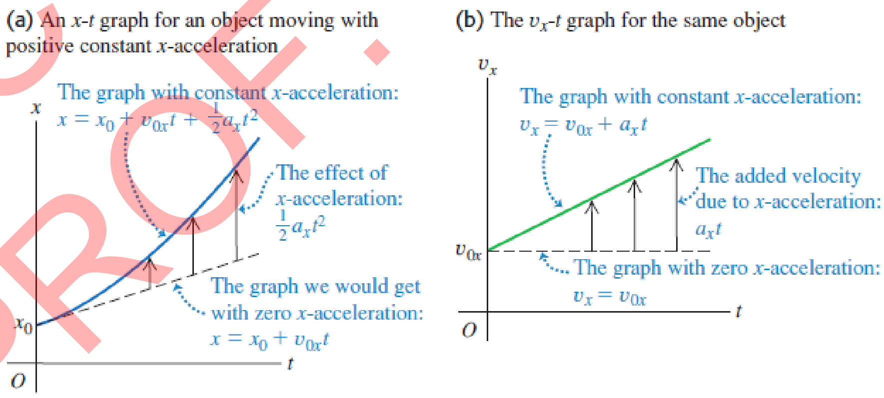
$$v_{av-x} = v_{0x} + \frac{1}{2}a_x t$$

$$v_{0x} + \frac{1}{2}a_x t = \frac{x - x_0}{t}$$

$$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2$$

Somente para aceleração constante!


(a) A race car moves in the x-direction with constant acceleration.
(b) The x-t graph
$v_x = v_{0x} + a_x t$
During time interval t, the x-velocity changes by $v_x - v_{0x} = a_x t$.
Slope = v_x
Constant x-acceleration: x-t graph is a parabola.
Slope = v_{0x}
v_{0x}
x_0
x
O
t


(a) An x-t graph for an object moving with positive constant x-acceleration
The graph with constant x-acceleration: $x = x_0 + v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2$
The effect of x-acceleration: $\frac{1}{2}a_x t^2$
The graph we would get with zero x-acceleration: $x = x_0 + v_{0x}t$
(b) The v_x-t graph for the same object
The graph with constant x-acceleration: $v_x = v_{0x} + a_x t$
The added velocity due to x-acceleration: $a_x t$
The graph with zero x-acceleration: $v_x = v_{0x}$
v_x
v_{0x}
x_0
x
O
t

Relações uteis

$$t = \frac{v_x - v_{0x}}{a_x}$$

$$x = x_0 + v_{0x}\left(\frac{v_x - v_{0x}}{a_x}\right) + \frac{1}{2}a_x\left(\frac{v_x - v_{0x}}{a_x}\right)^2$$

$$2a_x(x - x_0) = 2v_{0x}v_x - 2v_{0x}^2 + v_x^2 - 2v_{0x}v_x + v_{0x}^2$$

$$v_x^2 = v_{0x}^2 + 2a_x(x - x_0)$$

$$v_{av\text{-}x} = \frac{x - x_0}{t}$$

$$v_{av\text{-}x} = \frac{v_{0x} + v_x}{2}$$

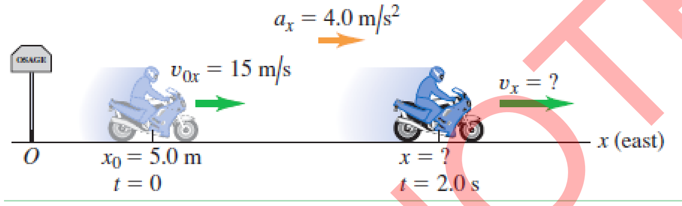
$$x - x_0 = \left(\frac{v_{0x} + v_x}{2}\right)t$$

Somente para aceleracao constante!

Equation		Includes Quantities			
$v_x = v_{0x} + a_x t$	(2.8)	t		v_x	a_x
$x = x_0 + v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2$	(2.12)	t	x		a_x
$v_x^2 = v_{0x}^2 + 2a_x(x - x_0)$	(2.13)		x	v_x	a_x
$x - x_0 = \left(\frac{v_{0x} + v_x}{2}\right)t$	(2.14)	t	x	v_x	

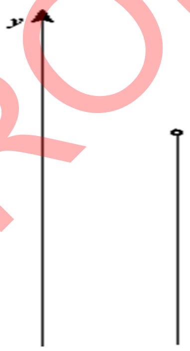
Example 2.4 **Constant-acceleration calculations**

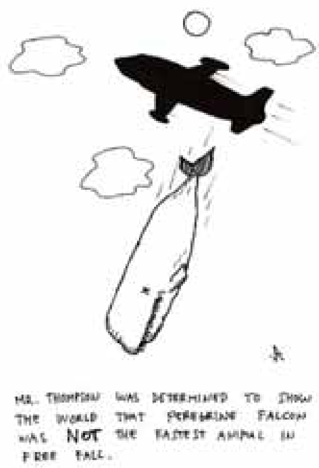
A motorcyclist heading east through a small town accelerates at a constant 4.0 m/s^2 after he leaves the city limits (Fig. 2.20). At time $t = 0$ he is 5.0 m east of the city-limits signpost, moving east at 15 m/s. (a) Find his position and velocity at $t = 2.0$ s. (b) Where is he when his velocity is 25 m/s?



Queda livre

- *Como resultado da ação da atração gravitacional entre corpos, um corpo a ser solto na superfície da terra sofre uma ação de uma força, denominada força peso.*





Corpos em Queda Livre

O exemplo mais familiar de movimento com velocidade (quase) constante são corpos que caem sob a influencia da atração gravitacional da terra.

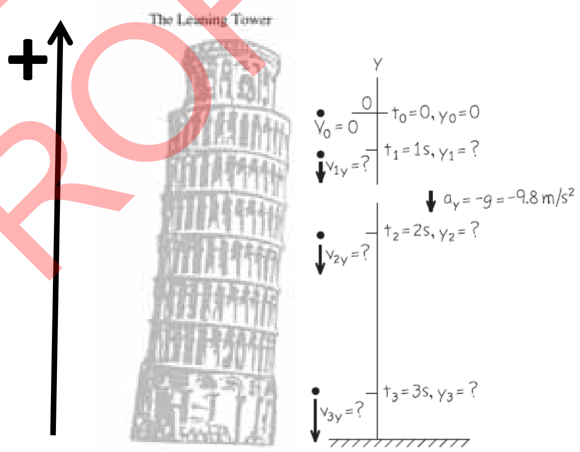
A aceleração constante de um corpo em queda livre é chamada aceleração gravitacional e denominamos sua magnitude pela letra *g*.

Usaremos o valor de *g* próximo da superfície como sendo

$$g = 9.8 \text{ m/s}^2 = 980 \text{ cm/s}^2 = 32 \text{ ft/s}^2$$

Moeda caindo do repouso

Uma moeda de 1 euro é solta da Torre de Pisa e cai livremente a partir do repouso. Qual é sua posição e velocidade depois de 1.0s, 2.0s e 3.0s ?



Subida e descida em queda livre

Uma bola é jogada para cima a partir do telhado de um prédio alto. A bola deixa sua mão com velocidade vertical para cima de 15m/s; a partir dai a bola esta em queda livre.

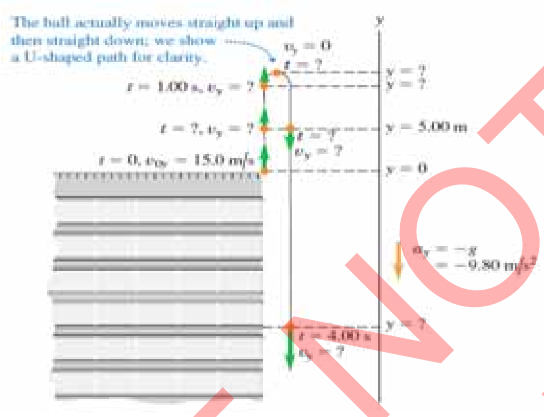
Encontre:

(a) a posição da bola e sua velocidade em 1.0s e 4.0s depois de ter deixado sua mão

(b) a velocidade da bola quando está a 5m acima do ponto inicial

(c) a máxima altura atingida

(d) a aceleracao da bola quando atinge máxima altura



Utilizando derivadas e integrais

Da definição de velocidade instantânea,

$$v_x = \frac{dx}{dt} \Rightarrow dx = v_x dt$$

$$\int_{x_0}^{x} dx = \int_{t_0=0}^{t} v_x dt$$

Se assumimos velocidade **constante**,

$$x\Big|_{x_0}^{x} = v_x \int_0^t dt = v_x t\Big|_0^t$$

$$x - x_0 = v_x t \Rightarrow \boxed{x = x_0 + v_x t}$$

Formula para movimento retilíneo uniforme, isto é, com velocidade constante

Utilizando derivadas e integrais

Da definição de aceleração instantânea,

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} \Rightarrow dv_x = a_x dt$$

$$\int_{v_0}^{v} dv_x = \int_{t_0=0}^{t} a_x dt$$

Se assumimos aceleração **constante**,

$$v_x\Big|_{v_{0x}}^{v_x} = a_x \int_0^t dt = a_x t\Big|_0^t$$

$$v_x - v_{0x} = a_x t \Rightarrow \boxed{v_x = v_{0x} + a_x t}$$

Formula para movimento retilíneo uniformemente acelerado, isto é, com aceleração constante

Utilizando derivadas e integrais

Da definicao de velocidade instantânea,

$$v_x = \frac{dx}{dt} \Rightarrow dx = v_x dt$$

$$\int_{x_0}^{x} dx = \int_{t_0=0}^{t} v_x dt$$

Do resultado anterior, $v_x = v_{0x} + a_x t$

$$x - x_0 = v_{0x}\int_0^t dt + a_x \int_0^t t dt$$

$$x - x_0 = v_{0x} t + a_x \frac{t^2}{2} \quad \boxed{\Rightarrow x = x_0 + v_{0x} t + \frac{1}{2} a_x t^2}$$

Formula para movimento retilíneo uniformemente acelerado, isto é, com aceleração constante

Utilizando derivadas e integrais

Poderíamos ter obtido o resultado anterior a partir de

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d}{dt}\left(\frac{dx}{dt}\right)$$

$$\int_{\left.\frac{dx}{dt}\right|_0}^{\frac{dx}{dt}} d(dx/dt) = \int_0^t a_x dt$$

$$\frac{dx}{dt} - \left.\frac{dx}{dt}\right|_0 = a_x t$$

$$\frac{dx}{dt} = v_{0x} + a_x t$$

$$dx = v_{0x}dt + (a_x t)dt$$

$$\boxed{\Rightarrow x = x_0 + v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2}$$

Formula para movimento retilíneo uniformemente acelerado, isto é, com aceleração constante

Vantagem da abordagem com derivadas : parte de definições gerais e pode ser utilizado em qualquer caso, mesmo que a aceleração não seja constante!