CLAUDIO BARBIERI DA CUNHA

CONTRIBUIÇÃO À MODELAGEM DE PROBLEMAS EM LOGÍSTICA E TRANSPORTES

Texto de sistematização crítica de parte da obra do candidato, apresentado à Escola Politécnica da Universidade de São Paulo para o Concurso de Livre Docência na especialidade "Logística e Sistemas de Transporte" do Departamento de Engenharia de Transportes.

São Paulo
2006

C a p í t u l o

4

ROTEIRIZAÇÃO E PROGRAMAÇÃO DE VEÍCULOS

4.1 CARACTERIZAÇÃO DO PROBLEMA

O problema de *roteamento* (ou *roteirização*) de veículos (do inglês americano "*routing*" ou britânico "*routeing*") consiste em determinar o(s) roteiro(s) para atendimento de um conjunto de pontos, buscando minimizar o custo total e assegurando que cada ponto seja visitado exatamente uma vez e a demanda em qualquer roteiro não exceda a capacidade do respectivo veículo. Em outras palavras, quais atendimentos (coletas, entregas, ou visitas de serviço) devem ser alocados a cada veículo de uma frota disponível, e qual o roteiro (ou seqüência de paradas) de cada veículo, de forma a minimizar o custo total do serviço, geralmente composto da soma ponderada dos custos fixos e dos custos proporcionais à distância percorrida pelos veículos e ao tempo de viagem. Em poucas palavras, um problema simples de ser enunciado, embora muito difícil de ser resolvido até a otimalidade; uma das histórias de maior sucesso da Pesquisa Operacional, tendo em vista o impressionante número de artigos publicados na literatura científica ao longo de mais de quatro décadas (Assad, 1988).

Quando a definição dos roteiros também envolve aspectos temporais, tais como restrições de horários de atendimento (conhecidas como janelas de tempo, do inglês "*time windows*") ou de duração máxima de roteiros, o problema é então denominado *roteirização e programação de veículos* (do inglês "*vehicle routing and scheduling*").

Já o problema de *programação de veículos* pode ser visto como um caso particular do problema de roteirização e programação de veículos no qual os roteiros (ou seqüências de viagem) são conhecidos a priori; nesse caso, busca-se determinar a alocação (ou programação) dos veículos que minimize a frota necessária para a realização dos serviços, tendo como um possível segundo objetivo a minimização da distância ou do tempo ocioso. Por exemplo, na programação de veículos no transporte coletivo por ônibus busca-se determinar o número mínimo de veículos necessários para realizar um dado conjunto de viagens programadas de uma ou mais linhas (para as quais são definidos a priori, os horários, os trajetos e os pontos extremos das viagens), assim como também definir a seqüência (ou programação) de viagens a ser executada por cada veículo da frota mínima, tal que o custo da operação, composto do custo da frota necessária mais o custo dos deslocamentos improdutivos, seja minimizado (Bodin *et al*., 1983).

O primeiro problema dessa classe a ser estudado foi o Problema do Caixeiro Viajante (PCV), do inglês "*traveling salesman problem*" (ou TSP), que consiste em encontrar o roteiro ou seqüência de cidades a serem visitadas por um caixeiro viajante, sendo que cada cidade deve ser visitada exatamente uma vez e a distância total percorrida pelo caixeiro viajante seja minimizada; em outras palavras, determinar o itinerário de viagem, em termos da sequência de cidades a ser visitada, de mínima distância (ou custo). Do ponto de vista matemático, isso equivale encontrar o ciclo hamiltoniano (i.e., ciclo passando por todos os vértices) de mínima distância total.

Segundo Cook (2005), as origens do PCV não estão bem definidas. Na década de 20, o problema foi introduzido pelo matemático e economista Karl Menger aos seus colegas em Viena. Nos anos 30, o problema reapareceu nos círculos matemáticos de Princeton; já nos anos 40, foi estudado por diversos autores, motivados por aplicações em agricultura, ganhando notoriedade como o protótipo de um problema complexo de otimização combinatória, uma vez que era impossível enumerar e examinar os possíveis roteiros um a um, dado o elevado número de possíveis combinações; nenhuma outra idéia de solução podia ser vislumbrada. Em 1962, a empresa americana *Proctor and Gamble* (P&G) do setor de higiene e limpeza, promoveu um desafio público que envolvia resolver um problema de caixeiro viajante para um conjunto de 33 cidades do território norte-americano e iniciando em Chicago, cujo pôster é reproduzido na Figura 4.1.

Figura 4.1: Pôster anunciando o desafio proposto pela P&G relacionado a um Problema de Caixeiro Viajante com 33 cidades

Fonte: Cook (2005)

Desde então, só tem aumentado o interesse em resolver esse problema e suas inúmeras variantes nos círculos acadêmicos de matemática, computação, engenharia e administração. Novos problemas e formulações vem sendo propostos, cada vez mais complexos, através da incorporação de novas restrições, incluindo capacidades dos veículos, horários de atendimento, duração máxima das rotas (tempo ou distância), tamanho e composição da frota, tipos de veículos que podem atender determinados clientes, precedência entre clientes, entre outros.

Assim, em linhas gerais, problemas de roteirização de veículos podem ser genericamente vistos como problemas de múltiplos caixeiros viajantes, em que se consideram restrições adicionais de capacidade, de horários de atendimento, de duração de roteiros, de precedência entre atendimentos, dependendo de cada aplicação. Ocorrem em um sem número de situações que envolvem a entrega ou a coleta de mercadorias e pessoas, serviços de atendimento, etc.

Problemas do tipo caixeiro viajante também são encontrados em outras aplicações que não transporte, coleta, distribuição, tais como em linhas de montagem de componentes eletrônicos, onde se busca encontrar, por exemplo, o roteiro de mínima distância para um equipamento cuja tarefa é soldar todos os componentes de uma placa eletrônica. O menor percurso total do equipamento para percorrer todos os pontos da placa está diretamente associado ao desempenho da linha (Souza, 1993).

Na sua forma padrão (clássica), os problemas de roteirização são formulados a partir de um grafo $G = (N, A)$, onde $N = \{1, 2,..., n\}$ representa o conjunto de nós (ou vértices) dos pontos a serem atendidos e da(s) base(s) onde se localiza(m) os veículos, enquanto A representa o conjunto dos arcos (ou arestas) com as ligações válidas (i, j) entre nós $i, j \in N$; o custo (ou distância) em cada arco $(i, j) \in A$ é dado por c_{ij}. A sua solução compreende a separação dos nós em subconjuntos alocados a cada um dos veículos e, para cada subconjunto, a determinação do ciclo hamiltoniano (i.e., a ordenação dos vértices de tal forma que cada vértice seja visitado exatamente uma vez) de mínimo custo.

A formulação matemática do problema do caixeiro viajante é simples e compacta. Seja $x_{ij} = 1$ se o trecho (ou arco) (i, j) entre as cidades i e j pertence ao roteiro, 0 caso contrário. O nó $i = 1$ representa a cidade de onde parte e para onde retorna o caixeiro.

$$\text{Minimizar} \sum_{(i,j)\in A} c_{ij} x_{ij} \tag{4.1}$$

sujeito a

$$\sum_{(i,j)\in A} x_{ij} = 1 \qquad j \in N \tag{4.2}$$

$$\sum_{(i,j)\in A} x_{ij} = 1 \qquad i \in N \tag{4.3}$$

$$X = (x_{ij}) \in S \qquad i, j \in N \tag{4.4}$$

$$x_{ij} \in \{0,1\} \qquad i, j \in N \tag{4.5}$$

A função objetivo (4.1) corresponde à minimização do custo (ou distância) total. As restrições (4.2) e (4.3) impõem que cada ponto seja visitado exatamente uma vez, embora não impeçam a ocorrência de "*subtours*", o que é assegurado pela restrição (4.4). Possíveis escolhas para o conjunto *S* podem incluir:

$$S = \left\{ (x_{ij}) : \sum_{i \in Q} \sum_{j \notin Q} x_{ij} \geq 1 \right\} \text{ para todo subconjunto não vazio } Q \subset N \tag{4.6}$$

$$S = \left\{ (x_{ij}) : \sum_{i \in R} \sum_{j \in R} x_{ij} \leq |R| - 1 \right\} \text{ para todo subconjunto } R \subset \{2,3,...,n\} \tag{4.7}$$

$$S = \{(x_{ij}) : y_i - y_j + n x_{ij} \leq n - 1\} \text{ para } 2 \leq i \neq j \leq n \text{ para alguns números reais } y_i \tag{4.8}$$

Deve-se notar que *S* contém aproximadamente 2^n restrições para eliminação de "*subtours*" em (4.6) e (4.7), mas somente $n^2 - 3n + 2$ restrições na formulação (4.8).

A título de ilustração, considere-se a solução para o problema de caixeiro viajante com 6 nós mostrada na Figura 4.2; essa solução é inviável, pois existem dois roteiros desconexos (1-2-3) e (4-5-6), embora satisfaça as restrições (4.2), (4.3) e (4.5), mas não (4.4). Na representação de *S* dada pela expressão (4.6), a violação ocorre para *Q* = {1, 2, 3}, uma vez que não há ligação entre Q e os demais pontos; já na representação de *S* dada por (4.7) a violação ocorre para *R* = {4, 5, 6}, uma vez que contém $|R|$ arcos e não no máximo $|R| - 1 = 2$. Já na representação de *S* dada por (4.7), se considerarmos os arcos (4,5), (5,6) e (6,4) obtemos $3n \leq 3(n-1)$, uma contradição.

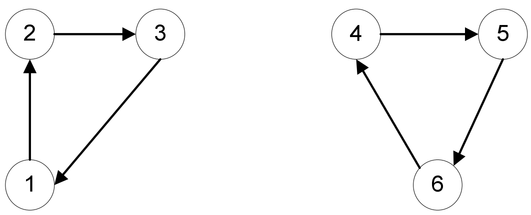

Figura 4.2: Dois "*subtours*"para o PCV com 6 cidades

Fonte: Bodin *et al.* (1983)

Uma formulação ligeiramente diferente para a eliminação de "*subtours*" foi proposta por Gavish e Graves (1978) apud Bodin *et al*. (1983). Sejam y_{ij} variáveis de fluxo para os arcos (i, j) que fazem parte do roteiro, considerando-se que $(n-1)$ unidades de fluxo são fornecidas a partir da origem (o nó 1, inicial do roteiro) e cada outro nó {2, 3, ... n} demanda uma unidade. Assim, em torno de cada nó exceto a *base*, somadas as variáveis de fluxo y_{ij} que saem de cada nó e subtraídas as que chegam em cada nó (isto é $y_{ij} - y_{ji}$ para o nó i), o resultado do balanço deve ser igual a −1. Deve-se impor ainda que $y_{ij} \leq (n-1)x_{ij}$ para todos os arcos $(i, j) \in A$. Assim, no caso da Figura 4.2 não há continuidade de fluxo para os arcos ligando os nós 4, 5 e 6.

Uma outra categoria distinta de problemas corresponde àqueles em que as demandas a serem atendidas estão localizadas ao longo dos arcos $(i, j) \in A$ do grafo G (ao invés de concentradas dos nós), derivados do chamado Problema do Carteiro Chinês (do inglês "*Chinese Postman Problem*" ou CPP). Uma curiosidade pouco conhecida é que a denominação exótica desse problema decorre do fato de ter sido no periódico *Chinese Mathematics*, em 1952, a primeira vez que esse problema foi abordado. Nessa classe de problemas, busca-se encontrar o(s) roteiro(s) de menor distância (ou custo), de modo a passar pelo menos uma vez em cada arco (i, j) do conjunto A. Matematicamente, isso corresponde a encontrar o ciclo euleriano, isto é o caminho que atravessa cada arco (ou aresta) do grafo exatamente uma vez, de mínimo custo.

A condição para a existência de um ciclo euleriano em grafos direcionados e não direcionados foi formulada pela primeira vez por Euler em 1736, motivado pelo famoso problema das pontes de Konigsberg (Bodin *et al*., 1983). Euler provou que existe um ciclo euleriano em um grafo não direcionado se e somente se o grau (número de arcos incidentes) de cada nó for um número par; ou seja, se um grafo contiver nós com grau impar, alguns arcos devem ser percorridos mais de uma vez para formar um ciclo que passe por todos os arcos.

Para a modelagem matemática do Problema do Carteiro Chinês não direcionado define-se x_{ij} igual ao número de vezes que o arco (i, j) é percorrido. A formulação matemática é dada por:

$$\text{Minimizar } \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_{ij} \tag{4.9}$$

sujeito a

$$\sum_{k=1}^{n} x_{ki} - \sum_{k=1}^{n} x_{ik} = 0 \qquad i = \{1, 2, ..., n\} \tag{4.10}$$

$$x_{ij} - x_{ji} \geq 1 \quad \text{para todo } (i, j) \in A \tag{4.11}$$

$$x_{ij} \geq 0 \text{ e inteiro} \tag{4.12}$$

A função objetivo (4.9) busca minimizar a distância total percorrida. A restrição (4.10) assegura que o número de arcos entrando em um nó *i* seja igual ao número de arcos saindo do nó *i* (grau par), enquanto que a restrição (4.11) assegura que o roteiro passe por todos os arcos pelo menos uma vez.

Uma analogia interessante do Problema do Carteiro Chinês é o desafio dado às crianças de desenhar uma figura sem levantar o lápis do papel e sem repetir o mesmo traço.

Problemas de roteirização derivados do carteiro chinês podem ser encontrados na coleta de resíduos domiciliares, de entrega domiciliar de gás e de varrição de ruas, podendo considerar restrições de capacidade dos veículos, de duração máxima da jornada e de janelas de tempo associadas aos horários de circulação em certas vias.

4.1.1 Taxonomia dos Problemas de Roteirização

Uma das primeiras taxonomias para os problemas de roteirização de veículos foi proposta por Bodin *et al*. (1983), envolvendo condicionantes e aspectos operacionais tais como:

(i) tamanho da frota (um ou múltiplos veículos), sua composição (homogênea ou heterogênea), sua localização (uma ou múltiplas bases) e a existência de capacidade dos veículos;

(ii) natureza da demanda (determinística, estocástica, ou com permissão de atendimento parcial), sua localização (nos nós, nos arcos, ou em ambos);

(iii) restrições temporais de atendimento dos clientes (janelas de tempo rígidas ou flexíveis com penalidade) e de duração dos roteiros (tempo, distância, ambos);

(iv) tipo de operação (coletas, entregas, ambos);

(v) tipo de grafo (direcionado ou não direcionado); distâncias euclideanas baseadas em coordenadas em que se assume a simetria triangular, isto é, $d_{ik} \leq d_{ij} + d_{jk}$;

(vi) custos considerados (fixos, variáveis, de violação de restrições e de penalidades por não atendimento das demandas) e função objetivo a ser minimizada (distância ou duração total, número de veículos, custo total).

Já Ronen (1988) propôs uma classificação com foco no tipo de serviço oferecido: (i) transporte de passageiros, incluindo sistemas de transporte de idosos e deficientes (conhecidos como "*dial-a-ride*"), de transporte de escolares por ônibus, etc.; (ii) de serviços públicos (coleta de lixo, entrega postal, varrição de ruas, leitura de parquímetros) e de atendimento (equipes de reparos e instalação); de transporte de carga (coleta e distribuição).

Dentro de uma hierarquia de decisões, ou níveis de planejamento logístico, os problemas de roteirização são geralmente caracterizados como pertencentes ao nível operacional, ou seja, fazem parte das tarefas rotineiras de programação da frota, realizadas regularmente com periodicidade de curto prazo, em geral diária ou semanal. Além destes, são também encontrados na literatura problemas de roteirização de natureza mais tática ou estratégica do que operacional, tais como: problemas integrados de localização e roteirização; problemas integrados de estoque e roteirização, nos quais a programação dos atendimentos deve levar em consideração não só aspectos espaciais e os custos dos roteiros, como também questões como o nível de estoque; problemas de faturamento e roteirização, nos quais é preciso definir simultaneamente quem vai ser atendido a cada dia de um período de tempo pré-determinado; entre outros.

4.1.2 Principais Estratégias de Solução

Sob a ótica de otimização, os problemas de roteirização de veículos (incluindo o caso particular do caixeiro viajante) pertencem à categoria conhecida como NP-difícil (do inglês "*NP-hard*"), ou seja, possuem ordem de complexidade exponencial. Em outras palavras, o esforço computacional de solução cresce exponencialmente com o tamanho do problema (dado pelo número de pontos a serem atendidos). Em termos práticos, isto significa que não é possível resolver até a otimalidade problemas reais pertencentes à classe NP-difícil. Conseqüentemente, a quase totalidade dos artigos encontrados na literatura descreve métodos de solução heurísticos.

Conforme visto no capítulo anterior, uma característica importante das heurísticas é que as mesmas apóiam-se em alguma abordagem intuitiva, na qual a estrutura particular do problema possa ser considerada e explorada de forma inteligente, para a obtenção de uma solução adequada (Cunha, 1997). Conseqüentemente, na maioria dos casos, as heurísticas propostas são bastante específicas e particulares, e carecem de robustez, isto é, não conseguem obter boas soluções para problemas com características, condicionantes ou restrições às vezes um pouco diferentes daquelas para as quais foram desenvolvidas. Em outras palavras, roteirização de veículos é uma área onde uma solução para um determinado tipo de problema (e dados) pode não ser adequada para outro problema similar, conforme apontado por Hall e Partyka (1997). Daí, em muitos casos, a necessidade de buscar soluções customizadas para cada problema.

Dada a diversidade de problemas de roteirização, bem como o grande interesse de pesquisa torna-se praticamente impossível abordar todas as estratégias de solução encontradas na literatura especializada. Assim, serão sucintamente descritas aqui as principais abordagens encontradas na literatura.

Bodin *et al*. (1983) apresentaram o primeiro trabalho abrangente que retratava o estado-da-arte da modelagem e dos algoritmos para problemas de roteirização e programação de veículos e tripulações. Ainda hoje é considerada uma das importantes referências sobre o assunto, pois são considerados inúmeros tipos de problemas e os principais algoritmos de solução. Segundo os autores, as estratégias de solução para problemas de roteirização de veículos podem ser classificadas como um dos seguintes tipos: (i) agrupa e roteiriza ("*cluster first-route second*"); (ii) roteiriza e agrupa ("*route first- cluster second*"); (iii) economias/inserção; (iv) melhorias/trocas; (v) baseados em programação matemática; (vi) procedimentos exatos.

Mais recentemente, Laporte *et al*. (2000) fizeram uma revisão dos principais métodos heurísticos para problemas de roteirização de veículos, incluindo as chamadas heurísticas clássicas tais como o método de economias de Clarke e Wright (1964), nas versões paralela e seqüencial; o método de varredura ("*sweep*") de Gillet e Muller (1974) e suas extensões denominadas algoritmos petais; o método de atribuição generalizada ("*generalized assignment*") de Fisher e Jaikumar (1981); e as heurísticas de melhorias através de busca local. Experimentos computacionais realizados pelos autores para as 14 instâncias de problemas propostos por Christofides *et al.* (1979) indicam que boas soluções podem ser obtidas em tempos de processamento reduzidos através dos métodos de economias e varredura. Entretanto, mesmo com melhorias algorítmicas para aprimorar o seu desempenho, os autores destacam que as heurísticas clássicas não conseguem superar as estratégias de solução baseadas em busca tabu, destacando-se: (i) o método *Taburoute* de Gendreau *et al*. (1994) que contém inovações na estrutura de vizinhança explorada e admite soluções inviáveis devidamente penalizadas; (ii) o algoritmo de Taillard (1993), que considera algumas características do Taburoute, em particular durações tabu randômicas e diversificação, além de envolver uma decomposição espacial do problema; (iii) o método proposto por Xu e Kelly (1996), que incorpora uma estrutura de vizinhança mais sofisticada; (iv) o algoritmo de Rego e Roucairol (1996) que utiliza cadeias de ejeção para se mover de uma solução para a outra; (v) uma estrutura de tabu baseada em memória adaptativa proposta por Rochat e Taillard (1995), em que se mantém um conjunto de soluções de elite que são combinadas para gerar novas soluções de alta qualidade; (vi) o tabu granular proposto por Toth e Vigo (1998). Experimentos computacionais reportados pelos autores indicam que as estratégias baseadas em busca tabu permitem obter a solução ótima ou muito próxima da ótima para problemas de tamanho médio.

Já para o problema de roteirização de veículos com janelas de tempo existem inúmeras heurísticas específicas, podendo-se citar as de Solomon (1987), de Potvin e Rousseau (1995) e de Ioannou *et al*. (2001), sendo esta última superior às outras duas em termos de qualidade das soluções, entretanto os tempos de processamento são maiores. Heurísticas baseadas em busca tabu foram propostas por Rochat e Taillard (1995), Potvin *et al*. (1996), Chiang e Russel (1997), Taillard *et al*. (1997), Cordeau *et al*. (2001). Já estratégias baseadas em algoritmos genéticos foram propostas por Potvin e Bengio (1996) e Tan *et al*. (2001). Já Homberger e Gehringh (1999) propuseram uma heurística evolucionária paralela inspirada em algoritmos genéticos com busca local. Bent e Hentenryck (2004) propuseram uma heurística híbrida, baseada em "*simulated annealing*" e busca local em vizinhança de grande porte para o problema de roteirização de veículos com janelas de tempo em que se busca primeiramente minimizar o número de veículos necessários e posteriormente a distância total percorrida, tendo sido obtidos os melhores resultados da literatura. Já Russel e Chiang (2004) desenvolveram uma heurística baseada em *scatter search* que também utiliza busca tabu para a melhoria de soluções obtidas.

Apresentam-se nas seções a seguir diversos problemas que envolvem a roteirização e a programação de veículos:

- Dimensionamento e roteirização de uma frota heterogênea de veículos, utiizando heurísticas de economias;
- Roteirização e programação do transporte de pessoas com deficiências, com restrições de janela de tempo, precedência e múltiplas garagens de onde partem os veículos;

- Roteirização de veículos com carga completa e janelas de tempo, utilizando busca tabu para a sua resolução;
- Roteirização de caminhões-tanque para entrega de combustíveis, utilizando heurística inspirada em GRASP;
- Programação de veículos de coleta de resíduos para a geração de energia através de algoritmos genéticos

Estes problemas selecionados, e que foram objeto das pesquisas desenvolvidas pelo autor, cobrem diversos aspectos, incluindo transporte de carga e passageiros, frota homogênea e heterogênea, um e múltiplos depósitos de onde partem os veículos, janelas de tempo. Englobam ainda diferentes estratégias de solução, tais como heurísticas de inserção e melhoria, busca tabu, algoritmos genéticos, GRASP, etc.