

# Física para Farmácia

## 1º Experimento Medidas, Erros e Incertezas

Instituto de Física, Universidade de São Paulo  
São Paulo, 2010

### Introdução

A presente prática experimental envolve essencialmente três experimentos a serem desenvolvidos na primeira aula. Esses três experimentos são: (1) o pêndulo simples; (2) a leitura de termômetros; e (3) medidas de alturas e construção de um histograma. De maneira geral, espera-se que essa aula laboratorial introdutória seja responsável pela apresentação da disciplina no que concerne seus aspectos experimentais e que os estudantes se familiarizem com o laboratório. Adicionalmente, diversos objetivos estão relacionados aos três diferentes experimentos, como descrito abaixo.

### Experimento do Pendulo Simples

#### Objetivos Específicos

1. Introduzir ao estudante uma postura laboratorial. Isso consiste em discutir atitudes e comportamentos esperados de investigadores em um laboratório de física. Este experimento é particularmente importante no treinamento de observações físicas e medidas que requerem habilidade de resposta. A prática também é útil no sentido de proporcionar ao investigador/experimentador ocasiões para a discussão e implantação de critérios para a aquisição de bons resultados experimentais. Adicionalmente, a prática prevê a iniciação do experimentador na avaliação imediata dos dados obtidos via estimativas das grandezas de interesse;
2. Determinar experimentalmente quais fatores ou parâmetros afetam o tempo de oscilação (chamado de período) de uma massa compacta presa a uma corda (pêndulo simples). Resumindo, espera-se que o experimentador investigue como, por exemplo, a variação do comprimento de um pêndulo simples pode afetar o tempo necessário para uma oscilação completa (período);
3. Comparar quantidades, cada uma com suas próprias incertezas, e decidir quando as diferenças observadas podem ser consideradas “significantes” ou não. Em outras palavras, decidir quando duas ou mais quantidades medidas podem ser consideradas “iguais” e/ou diferentes;

4. Usar o pêndulo simples de maneira apropriada para demonstrar a validade de relações conhecidas e estabelecidas e verificação de leis físicas. Isso também envolve a determinação da aceleração da gravidade  $g$ .

## Pêndulo Simples

Um pêndulo simples consiste de uma massa (ou objeto), de dimensão pequena, que é presa ao final de uma corda fixa a um dado ponto. Sendo assim, o movimento periódico dessa massa pode ser avaliado na chamada aproximação de um ponto de massa. Para massas com dimensões apreciáveis, o movimento rotacional do objeto deve ser considerado na análise dos resultados para um perfeito acordo entre previsões teóricas e resultados experimentais. De maneira geral, procura-se uma forma de avaliar o período de oscilação da massa sob circunstâncias específicas e relacioná-lo com grandezas, a priori, conhecidas.

## O Aparato Experimental

Apresentamos alguns aspectos do pêndulo que podem influenciar o período de oscilação. Alguns podemos mudar facilmente (o comprimento, por exemplo), outros são difícil de mudar (a gravidade ou a resistência do ar). Veja alguns destes *variáveis*:

### Comprimento $L$

O comprimento  $L$  do pêndulo, como mostrado na Figura 1, tem um efeito muito pronunciado no tempo necessário para uma oscilação completa ou período. O aumento do comprimento  $L$  de um pêndulo resulta em um tempo maior para uma oscilação completa.

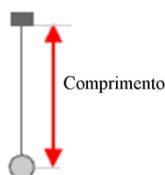


Figura 1. O comprimento de um pêndulo simples.

### Amplitude de Oscilação

A Figura 2, mostrada abaixo, mostra a definição da amplitude de oscilação de um pêndulo simples. De forma até surpreendente, espera-se que o tamanho da oscilação não tenha muito efeito no tempo de oscilação de um pêndulo simples. Isso será discutido a seguir.

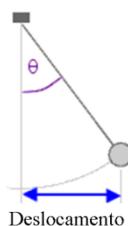


Figura 2. O deslocamento do pêndulo, ou amplitude de oscilação, é função do ângulo  $\theta$ .

### Massa

A massa (ou objeto) utilizada no pêndulo simples é esperada não alterar o movimento pendular (veja em baixo). Isso é válido quando utilizamos massas muito pequenas onde, por exemplo, seu movimento rotacional pode ser desprezado.

## Resistência do Ar

Em pêndulos onde as massas da corda e do objeto (massa) são pequenas, efeitos relacionados à resistência do ar são muito pequenos e devem ser desprezados. Isso pode ser facilmente observado devido ao fato de que intervalos de tempo muito grandes são obtidos para que o pêndulo, uma vez excitado, retorne ao seu estado de equilíbrio. Isso quer dizer que uma quantidade muito pequena de energia é perdida em cada oscilação.

Por outro lado, o movimento de pêndulos construídos com objetos de grande massa assim como cordas grossas deveria ser afetado de forma apreciável devido à resistência do ar. Situações como essas resultam em alterações significativas das previstas no movimento pendular simples.

## Gravidade

O pêndulo é movido pela força da gravidade. Na lua, por exemplo, onde a força gravitacional é muito menor em magnitude, é esperado que o tempo (ou período) de cada oscilação seja muito mais longo, observado que a mesma configuração do pêndulo seja utilizada aqui na terra.

## Abordagem Teórica

O pêndulo simples é muitas vezes utilizado como exemplo de movimento harmônico simples (MHS) uma vez que seu movimento é periódico. Ele também preenche os critérios de que a velocidade da massa (ou objeto) é máxima quando passa pelo ponto de equilíbrio e sua aceleração é mínima nos pontos de retorno, como mostrado na Figura 3. Porém, uma compreensão mais profunda do movimento pendular certamente indicará que o pêndulo simples não preenche *todos* os requisitos para ser classificado como um MHS real.

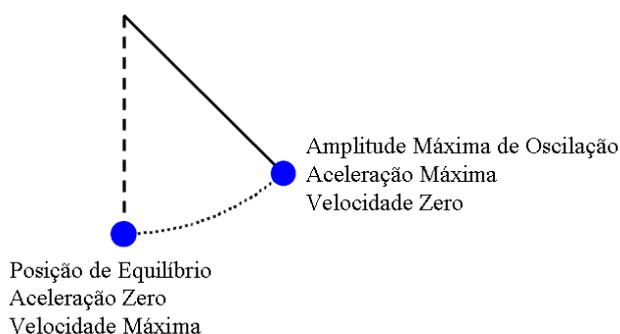


Figura 3. Um pouco da cinemática do movimento de um pêndulo simples.

Para iniciar nossa análise, vamos olhar para a força e a aceleração de um pêndulo simples via um diagrama de forças mostrado na Figura 4. Essa figura é de um corpo (a massa) livre, mas representa exatamente a situação física desejada.

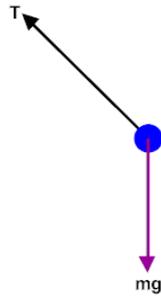


Figura 4. Forças atuando na massa (ou objeto) em um movimento pendular simples. A aceleração da gravidade é  $g$  e  $m$  a massa do objeto pendular.

Quando o pêndulo oscila, ele é acelerado por duas componentes que podem ser claramente identificadas: (1) a centrípeta, que atua na direção do ponto de suspensão e é mostrada na figura como a força  $T$ ; e (2) a aceleração tangencial, que atua na direção do ponto de equilíbrio. É a aceleração tangencial que conecta o pêndulo simples com o movimento harmônico simples, como pode ser visto na Figura 5.

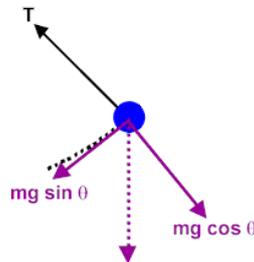


Figura 5- Diagrama esquemático das forças atuando na massa de um pêndulo simples.

A componente do peso,  $mg \sin\theta$ , acelera a massa na direção da posição de equilíbrio ao longo do arco do círculo, como mostrado na Figura 6. Essa componente é chamada de força restauradora do pêndulo e pode ser descrita como:

$$F_{\text{rest}} = ma_{\text{tang}}$$

$$mg \sin\theta = ma_{\text{tang}}$$

No sentido de classificar o movimento harmônico simples (MHS) a força restauradora  $mg \sin\theta$  deveria ser diretamente proporcional ao deslocamento linear da massa de sua posição de equilíbrio e ao longo da corda, como mostrado na Figura 6. Isso não ocorre e, devido a essa pequena diferença, o movimento do pêndulo simples não pode ser classificado como um MHS real.

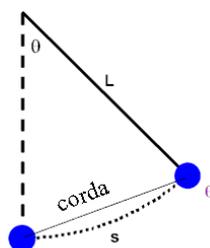


Figura 6- Movimento pendular mostrando a trajetória real e o comprimento da corda referente ao arco  $S$ .

Sob o ponto de vista geométrico, o comprimento de arco,  $S$ , é diretamente proporcional à magnitude do ângulo central,  $\theta$ , de acordo com a relação  $S = r\theta$ . No nosso diagrama da Figura 6, o raio do círculo  $r$  é igual ao comprimento do pêndulo  $L$ . Sendo assim,  $S = L\theta$ , onde  $\theta$  é **medido em radianos**. Substituindo nas equações acima e assumindo um MHS real com força restauradora (tipo lei de Hooke  $F_{\text{rest}} = -kx$ , ou  $-kS$ )

$$F_{\text{rest}} = -kS, \text{ ou ainda, } mg \sin\theta = -k(L\theta).$$

Resolvendo a “constante de mola”  $k$  para o sistema de pêndulo simples

$$mg \sin\theta = k(L\theta), \text{ ou seja, } k = mg \sin\theta / L\theta \text{ ou } k = (mg/L) (\sin\theta/\theta).$$

É importante notar que o valor de  $\sin\theta$  aproxima-se do valor de  $\theta$  para pequenas amplitudes. Isso ocorre pois

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

ou, equivalentemente (assumindo que  $x = \theta$ )

$$\sin x = x - \frac{x^3}{3!} + \frac{x^5}{5!} - \frac{x^7}{7!} + \dots$$

A utilização dessa relação resulta em uma boa aproximação para nossa expressão que descreve o movimento pendular no limite de pequenas oscilações, ou seja, a nossa “constante de mola” do pêndulo se reduz a

$$k = mg / L.$$

Substituindo esse valor de  $k$  na equação do tipo MHS que relaciona o período de oscilação de um sistema massa-mola [ $T = 2\pi (m/k)^{1/2}$ ] com a descrita acima, resulta em

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{mg/L}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

A expressão/fórmula acima é aquela que você está familiarizado na descrição do período de oscilação de um pêndulo simples. Note que esse é o resultado de uma aproximação. Sendo assim, antes de avançarmos na análise, vamos examinar o erro a que estaremos sujeitos na nossa previsão do período do pêndulo simples quando, por exemplo, ele for acionado de um ângulo  $\theta$  (ou  $x$ ) de  $10^\circ$ . Primeiramente, é conhecido que  $\pi$  (em radianos) =  $180^\circ$ . Isso quer dizer que  $3,1415$  é igual a  $180^\circ$ , ou ainda,  $10^\circ = 0,1745$  radianos e  $\sin(0,1745) = 0,1736$ . Desta forma,

$$\frac{\sin(0,1745)}{0,1745} = 0,9948$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{mg \sin(x) / Lx}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{1}{\frac{g}{L} \left( \frac{\sin(x)}{x} \right)}}$$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{1}{\frac{g}{L} (0,9948)}}$$

$$T = 1,0026 \left( 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \right)$$

O valor calculado do período será então maior que o esperado na aproximação do MHS de um montante de 0,25%. Erros desta magnitude são aceitáveis principalmente se você levar em conta que está utilizando uma expressão ou fórmula muito menos complicada para a descrição do período  $T$ . Acerca desse ponto, é mostrado na Figura 7 o erro (em porcentagem) versus o ângulo (em graus) utilizando a mesma aproximação descrita cima. Nota-se que o erro porcentual é relativamente pequeno no limite de baixos ângulos. Por exemplo, um valor de 2,33% é observado para ângulos da ordem de  $30^\circ$ , valor esse também aceitável dentro das aproximações consideradas.

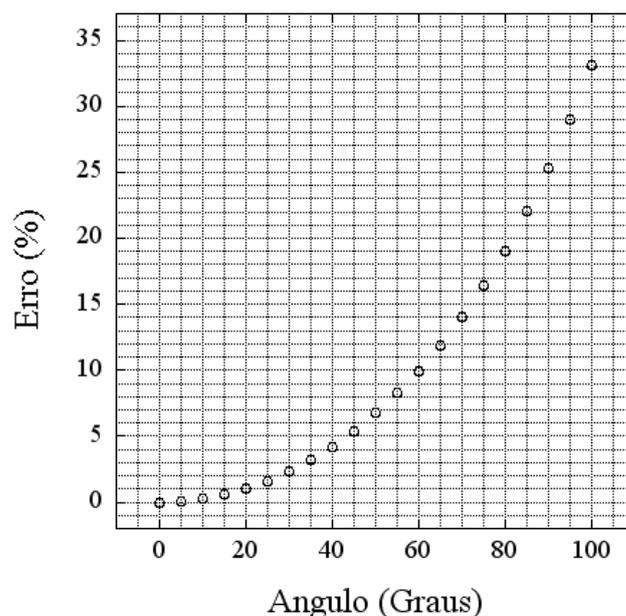


Figura 7- Dependência do erro obtido no período pendular devido à aproximação de MHS como função do ângulo com a posição de equilíbrio.

### Procedimento Experimental – Uma Breve Discussão

O experimento do pêndulo simples foi concebido para ser realizado por um grupo de aproximadamente quatro (04) estudantes. Sendo assim, espera-se que exista harmonia entre os membros do grupo no sentido de que tanto a tomada de dados como a discussão de critérios para a obtenção de bons dados sejam coroadas de sucesso. Esse é um experimento que não envolve risco a saúde nem possíveis perigos físicos.

Os materiais e equipamentos a serem utilizados no experimento são:

- uma haste longa onde o cordão (barbante) é afixado;
- na ponta do cordão (barbante) existe uma massa (objeto);
- dois cronômetros para a tomada de tempo dos períodos de oscilação do pêndulo;
- uma trena para a medição das grandezas de comprimento a serem medidas.

Dentro do contexto acima mencionado e dos materiais disponíveis, o procedimento experimental a ser feito em sala de aula envolve algumas etapas a serem cumpridas, as quais são descritas abaixo:

- Primeiramente certifique-se de que você tem alguma familiaridade com os equipamentos e materiais. Isso quer dizer que, por exemplo, você

saiba como utilizar uma trena, acionar e parar o cronômetro etc. Caso tenha alguma dúvida, você deve perguntar ao professor;

- Discuta e crie com os componentes do seu grupo a estratégia a ser usada durante o experimento. Isso quer dizer que o grupo deve criar critérios para acionar o pêndulo e quem será o responsável por esta tarefa. Aqui é importante saber de onde o pêndulo será acionado (ângulo etc) e de qual posição do movimento pendular serão tomados os dados do período. Outro ponto de interesse é qual componente deverá garantir que a oscilação cumpra os requisitos necessários para a boa tomada de períodos, ou seja, se o pêndulo oscila dentro de um plano bem definido e perpendicularmente aos cronometristas. Discuta qual o número de períodos a ser tomado. Critérios para o posicionamento dos cronometristas assim como eles irão acionar/travar os cronômetros devem ser discutidos com base em sólidos argumentos científicos;
- Procure avaliar dentro do seu grupo os componentes que apresentem uma maior habilidade experimental para as tomadas de dados. Por outro lado, certifique-se que todos os integrantes participem ativamente do experimento;
- O cronômetro que você usa no experimento mede até centésimos de segundos (0,01 s) mas, de maneira geral, o erro envolvido nessas medidas não corresponde a esse valor. A reação humana em acionar e parar o cronômetro deveria, a priori, cancelar qualquer fonte de erro na medida do tempo de um evento. Por outro lado, esse é um ponto a ser avaliado pelos componentes do grupo. Ainda acerca de possíveis erros, é importante salientar que eles podem ser relacionados a qualquer tipo de variabilidade em relação à reação ao acionamento/travamento do cronômetro;

**Anote todos os resultados e critérios no seu *caderno de anotações*. Uma cópia dos relatos dessas atividades será entregue ao professor no final da aula.**

O procedimento experimental a ser executado no laboratório será apresentado e discutido antes do início do experimento.

## **Leitura de Termômetros**

Este experimento compreende a avaliação de diversos termômetros que foram confeccionados em companhias diferentes. Alguns desses termômetros apresentam como elemento dilatador o mercúrio (Hg) ou a substância álcool. A prática experimental consiste em avaliar as temperaturas desses termômetros em duas situações: na temperatura do gelo fundente (0 °C) e na temperatura ambiente. O objetivo aqui é de ampliar os conceitos de exatidão e precisão.

Os materiais e equipamentos a serem utilizados no experimento são:

- Duas caixas de isopor: uma na temperatura do gelo fundente e outra à temperatura ambiente (contém H<sub>2</sub>O);
- Cada uma das caixas contém onze (11) termômetros. Um deles (o maior em comprimento), é de Hg e será denominado de termômetro padrão.

Os outros dez (10) termômetros de cada caixa (cinco (05) de Hg e cinco (05) de álcool) serão aqueles a serem avaliados pelo grupo;

- Uma lupa para efetuar as medidas de temperatura dos termômetros.

Solicita-se cuidado durante as medidas de temperatura, evitando erros clássicos como os de paralaxe. Anote cuidadosamente as temperaturas referentes a cada termômetro, acompanhadas de suas incertezas. Detalhes acerca do experimento e das discussões a serem feitas no relatório serão apresentadas e discutidas no laboratório.

## **Histograma de Alturas**

O objetivo aqui é utilizar as medidas das alturas dos alunos de uma turma do laboratório para confeccionar um histograma. Enquanto detalhes adicionais acerca do experimento serão dados em sala de aula, todo o procedimento e critérios para a construção de um histograma são dados na apostila “Relatórios, Gráficos, Análise de Incertezas”, entregue no início da disciplina

## **Anexos**

### **Atividade pre-laboratório**

Para se assegurar que começa o laboratório bem preparado, faça a atividade avaliativa referente ao laboratório da semana no ambiente online em apoio a esta disciplina. Todos os alunos devem entrar no ambiente e fazer a atividade.

Se não fez ainda, cadastre-se no Stoa (<http://stoa.usp.br/cadastro/>) e em seguida entre no Moodle do Stoa (<http://moodle.stoa.usp.br>). Localize a disciplina “Física para Farmácia” e faça a atividade referente ao laboratório da semana, neste caso: “Medidas e Incertezas”.

Estas atividades não deve tomar mais do que 5 ou 10 minutos do seu tempo.

### **Material a ser trazido todas as aulas experimentais**

As práticas laboratoriais necessitam de alguns materiais que devem acompanhar um grupo de estudantes. Esses materiais são:

- Caderno de Anotações de Laboratório;
- Calculadora;
- Régua milimetrada;
- Folhas avulsas;
- Gráficos de papel milimetrado, mono-log e di-log (pode comprar na Livraria da Física)

Outro ponto importante é que todos os dados obtidos durante a aula, estimativas e eventuais comentários deverão ser entregues, ao final de cada experimento, ao professor da disciplina. Isso é chamado de folha de dados e cada grupo deverá entregar sua folha de dados, acompanhada dos nomes dos integrantes do grupo que participaram da prática, ao final de cada aula.

## **Relatório das Atividades laboratoriais**

[Veja também a apostila “Relatórios, Gráficos, Análise de Incertezas”, entregue no início da disciplina.]

Os relatórios referentes às experiências efetuadas devem seguir o estilo de um artigo científico com o vínculo de que seja acessível a outros estudantes e de pessoas não familiarizadas com ciência. Cada relatório deve conter os itens descritos abaixo:

- (1) uma pequena introdução que forneça um pouco de história e da motivação das medidas a serem feitas, ou seja, da grandeza a ser avaliada;
- (2) uma breve discussão do fenômeno físico em questão;
- (3) uma apresentação do procedimento experimental utilizado e dos resultados experimentais obtidos (a utilização de figuras, tabelas e representação gráfica é fortemente incentivada);
- (4) uma análise dos resultados obtidos e das medidas relevantes para a grandeza física;
- (5) uma discussão dos erros sistemáticos e estatísticos;
- (6) uma conclusão que inclua comparações, expectativas e eventuais limitações/virtudes de todo o procedimento feito e dos resultados obtidos.

Note que detalhes acerca de pontos específicos a serem solicitados nos relatórios serão apresentados e discutidos em sala de aula. Estas solicitações dependem do experimento a ser executado pelos estudantes.

## **Importância da pontualidade**

As aulas começam as 14h e 19h10 (diurno e noturno resp.) *em ponto*. É importante não atrasar. No início de cada aula é preciso dar um conjunto de orientações. *Todos* devem se inteirar destes orientações para poder dar seguência a aula. É portanto essencial que *todos* estejam em sala de aula no horário combinado. Seria um desrespeito com os seus colegas deixar todo mundo esperar.