# Capítulo 12

## RADIAÇÃO TÉRMICA:

## *Processos e Propriedades*

PME2360 - TRANSFERÊNCIA DE CALOR

PROF. DR. GUENTHER CARLOS KRIEGER FILHO

guenther@usp.br

***Site LETE***

http://www.lete.poli.usp.br/PME2360.html

# 12.1 Fundamentos

- ***Radiação:*** Energia liberada como resultado de oscilação ou transição de elétrons da matéria.

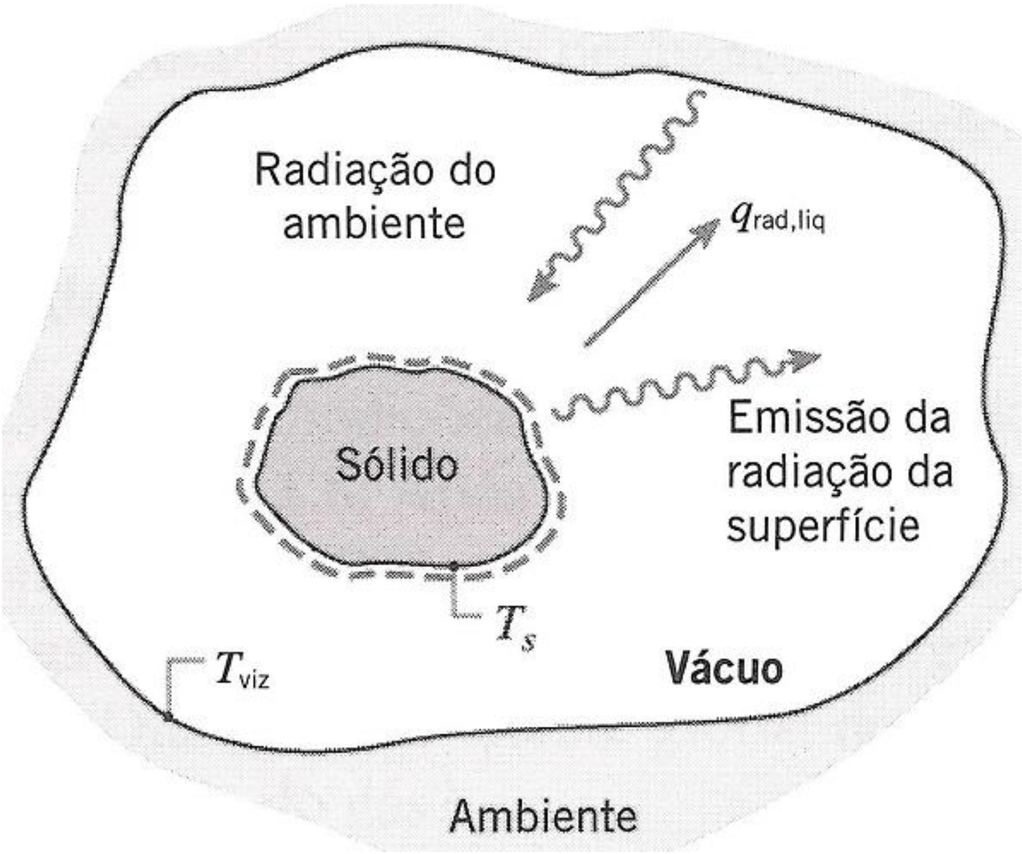


***Figura 12.1:*** Resfriamento por radiação de um sólido aquecido

# 12.1 Fundamentos - Radiação

- Energia interna sustenta oscilação ou transição de elétrons - Toda matéria emite radiação.

- Fluxo líquido de radiação entre superfícies.

- Gases e Sólidos semi-transparentes - fenômeno volumétrico

- Sólidos e líquidos - fenômeno de superfície $(1 \mu m)$.

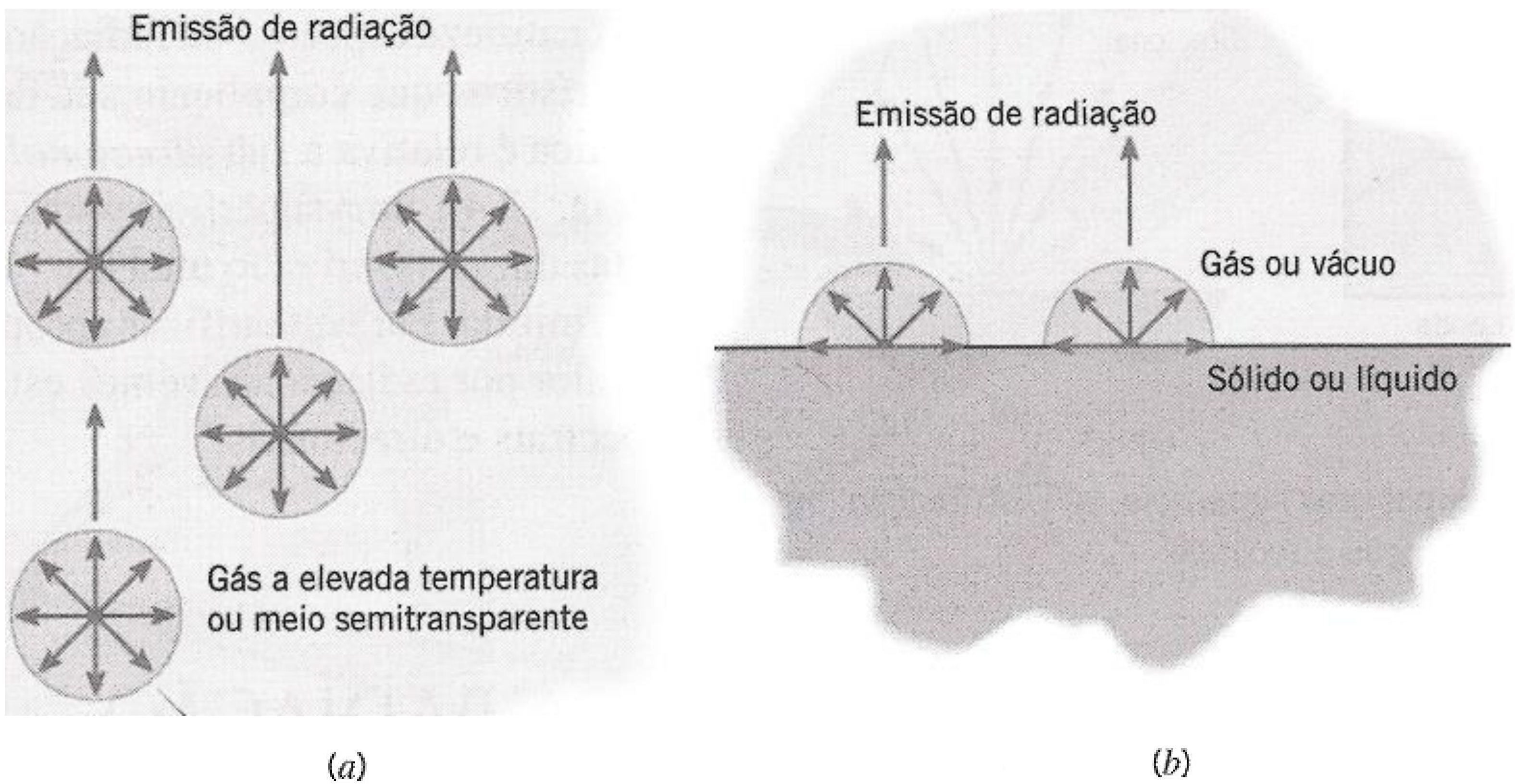


***Figura 12.2:*** Emissão em a) gases; b) sólidos e líquidos

- Natureza do Transporte:
  - Emissão de partículas fóton ou quanta;
  - Ondas eletromagnéticas.
    - Propriedades: frequência $\nu$ e comprimento de onda ($\lambda$)

$$\lambda = \frac{c}{\nu} \tag{12.1}$$

# ESPECTRO ELETROMAGNÉTICO

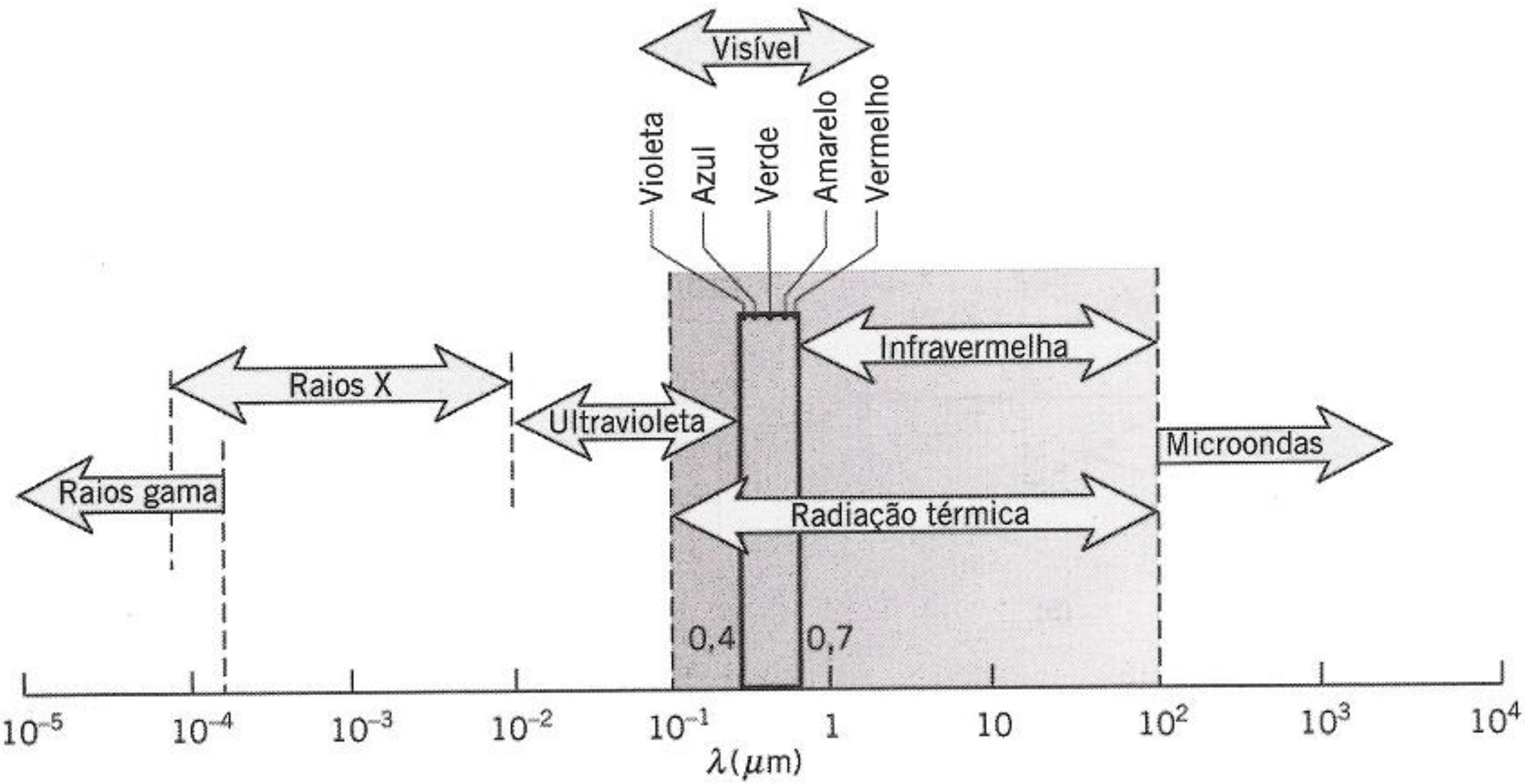


***Figura 12.3:*** Espectro de Radiação Eletromagnética

- ***Radiação Térmica*:** $10^{-1} - 10^{2}$

  **0.4 a 0.7** $\mu m$ **- visível**

  **Função da Temperatura - CALOR**

- Magnitude depende: a) Direção e b) Comprimento de onda (espectral)

# 12.2 Intensidade de Radiação

- Radiação se propaga em todas direções.

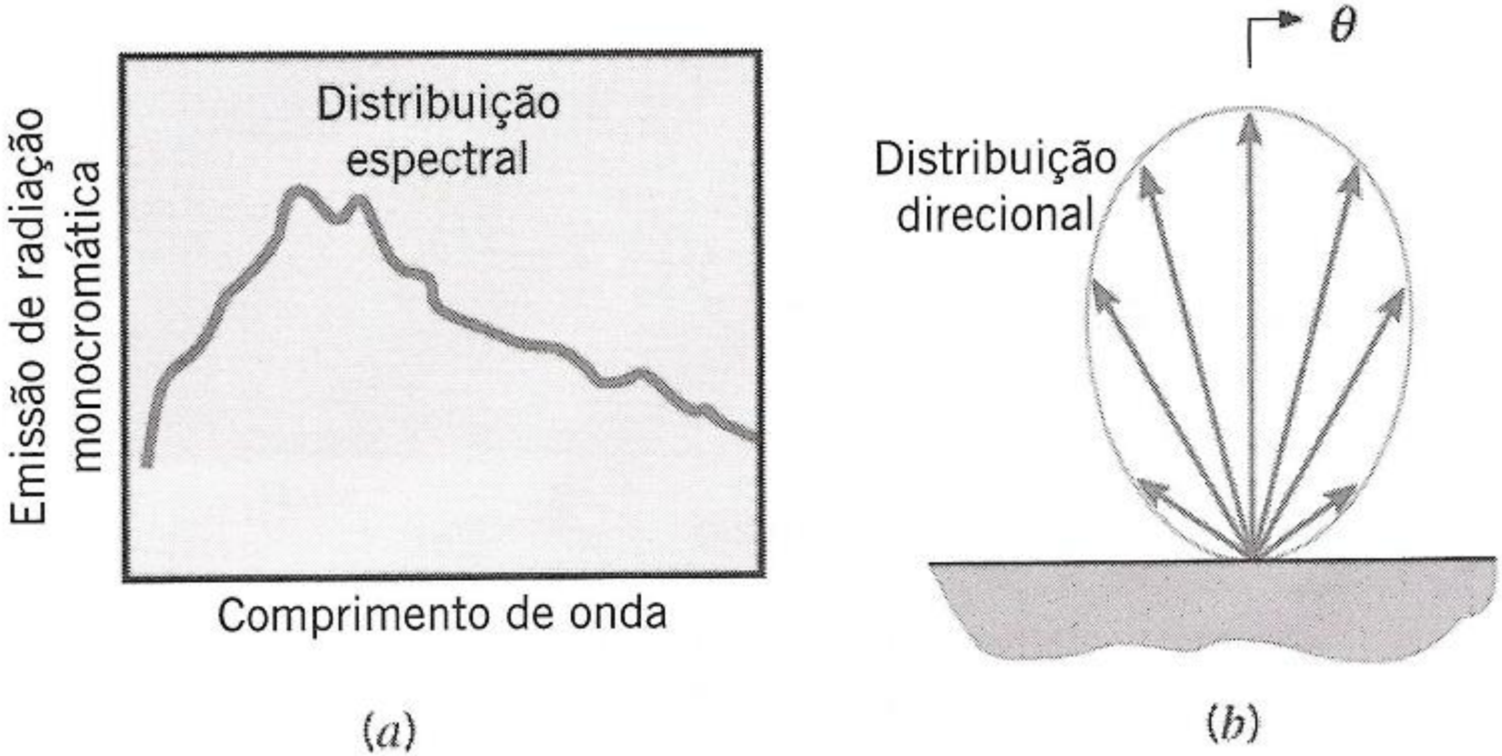


***Figura 12.4:*** Distribuição espectral e direcional da radiação emitida

## 12.2.1 Definições

- Considere a radiação emitida pela área infinitesimal $dA_1$, na direção fixada por zênite $\theta$ e azimutal $\phi$, que cruza a área infinitesimal $dA_n$.

- O ângulo sólido da direção $(\theta, \phi)$ é definido por:

$$d\omega \equiv \frac{dA_n}{r^2} \tag{12.2}$$

- A área normal à direção $(\theta, \phi)$ é:

$$dA_n = r^2 \sin\theta d\theta d\phi \tag{12.3}$$

então o ângulo sólido é dado por:

$$d\omega = \sin\theta d\theta d\phi \tag{12.4}$$

em esteroradianos (sr).

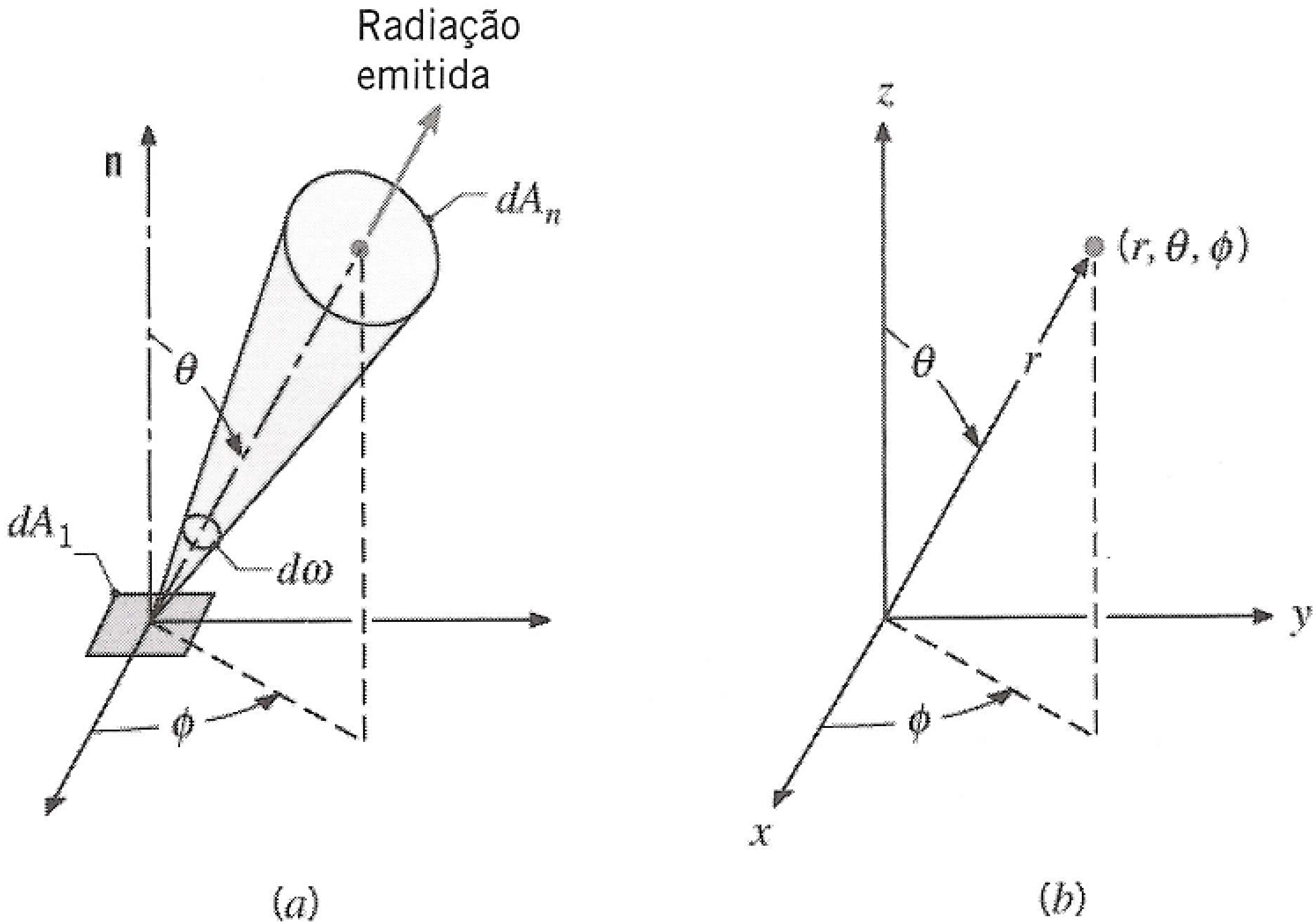


***Figura 12.5:*** Natureza direcional da radiação emitida por $dA_1$ e que cruza $dA_n$

- Qual é a taxa de emissão de $dA_1$ que passa por $dA_n$ ?

- Definição de *Intensidade Espectral* $I_{\lambda,e}$:

  – "Taxa de energia radiante emitida com comprimento de onda $\lambda$, na direção $(\theta, \phi)$, por unidade de área da superfície emissora normal a essa direção, por unidade de ângulo sólido $d\omega$ no entorno dessa direção e por unidade de intervalo de comprimento de onda $d\lambda$ no entorno de $\lambda$ ":

$$I_{\lambda,e}(\lambda, \theta, \phi) = \frac{dq}{dA_1 \cos\theta d\omega d\lambda} \qquad (12.5)$$

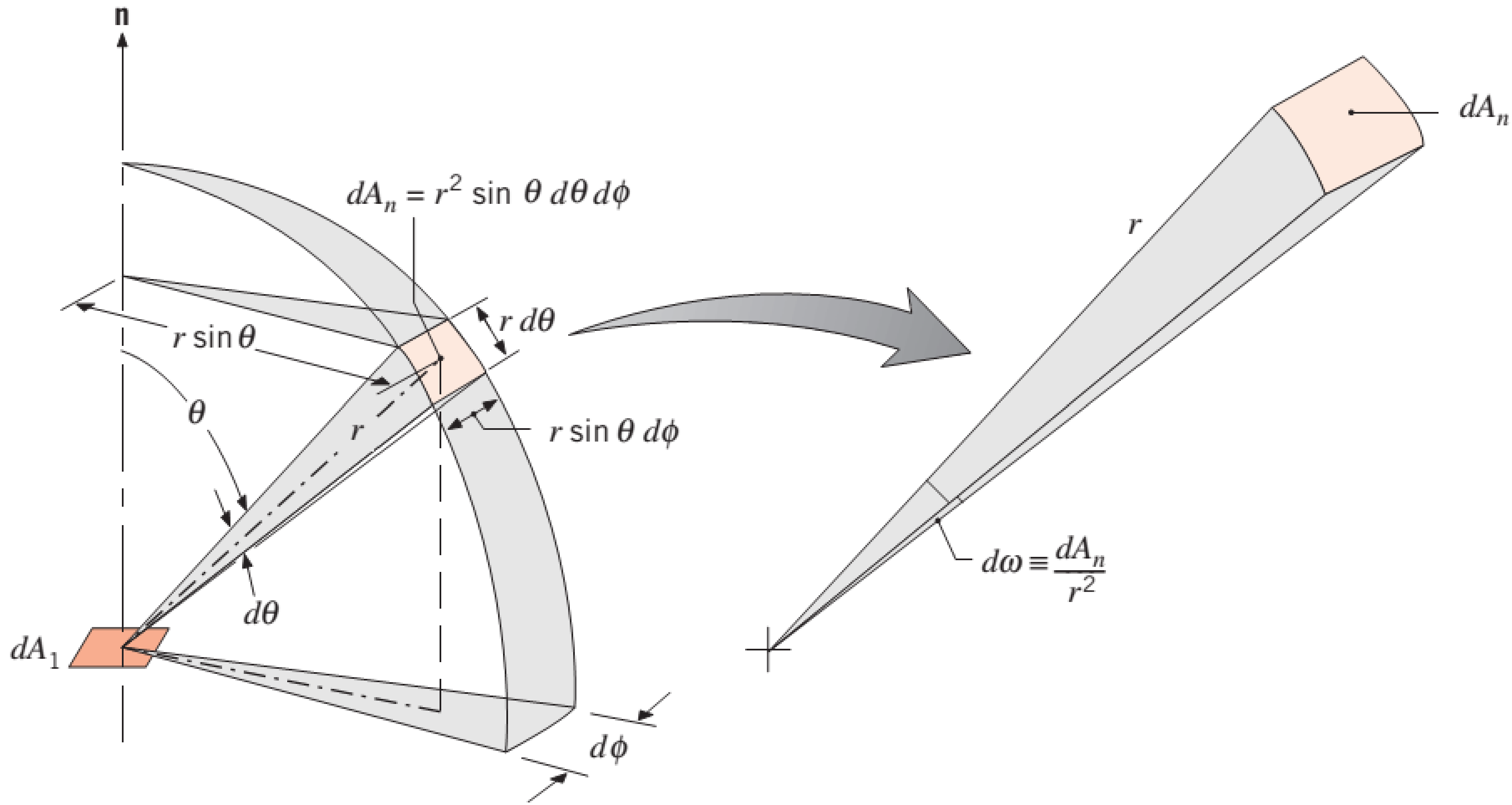


***Figura 12.6:*** Ângulo sólido em um ponto sobre $dA_1$ subentendido por $dA_n$ em coordenadas esféricas

então a Taxa na qual a radiação emitida em $dA_1$ chega em $dA_n$ é:

$$dq_\lambda = I_\lambda(\lambda, \theta, \phi) dA_1 \cos\theta d\omega \qquad (12.6)$$

re-rescrevendo a taxa por unidade de área da superfície emissora e utilizando a expressão do ângulo sólido (12.4) chega-se a:

$$dq_\lambda'' = I_{\lambda,e}(\lambda, \theta, \phi) \cos\theta \sin\theta d\theta d\phi \qquad (12.7)$$

- Conhecida a distribuição espectral e direcional $I_{\lambda,e}$ pode-se calcular o fluxo térmico de radiação numa determinada direção.

- Considere uma superfície hemisférica hipotética acima da área infinitesimal $dA_1$

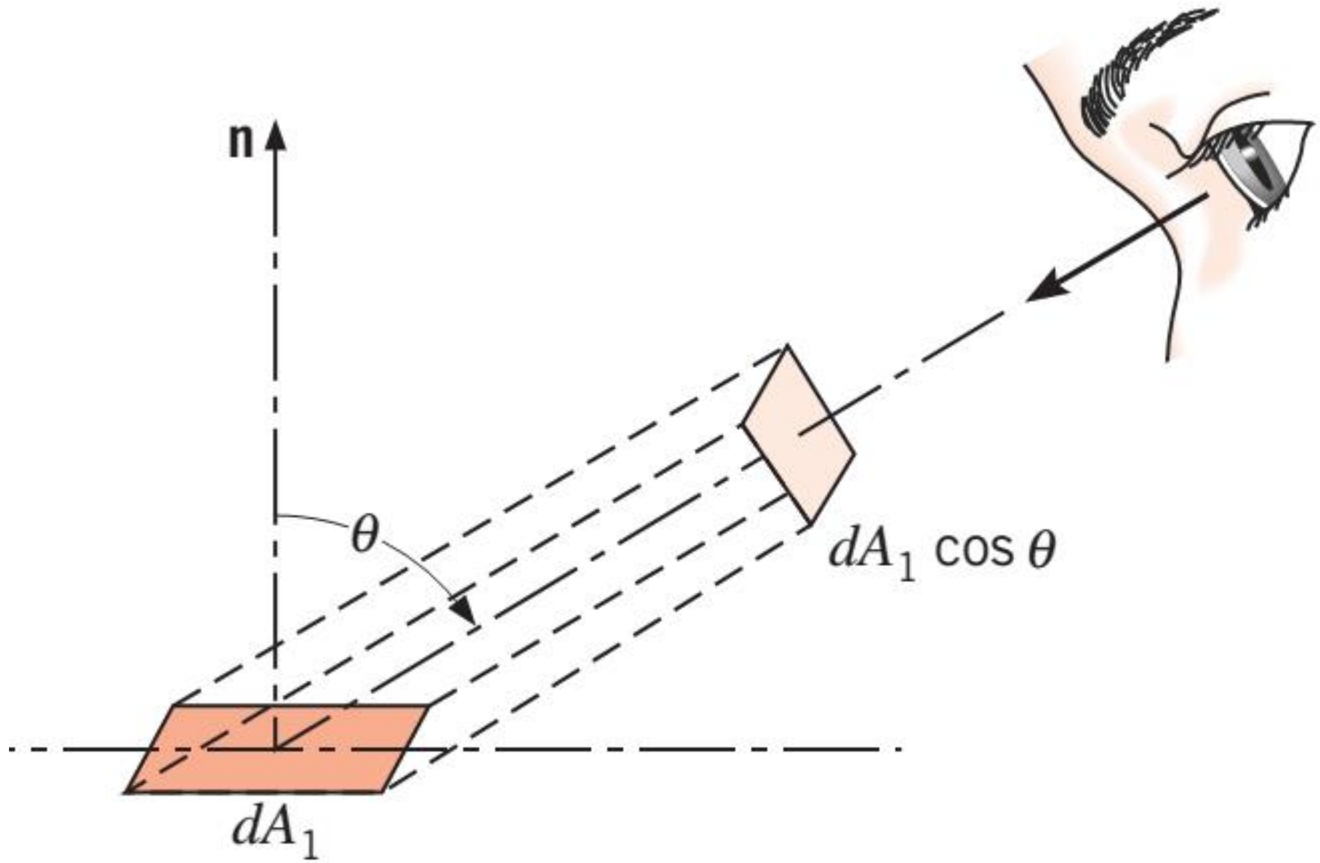


***Figura 12.7:*** Projeção de $dA_1$ na direção normal a $dA_n$

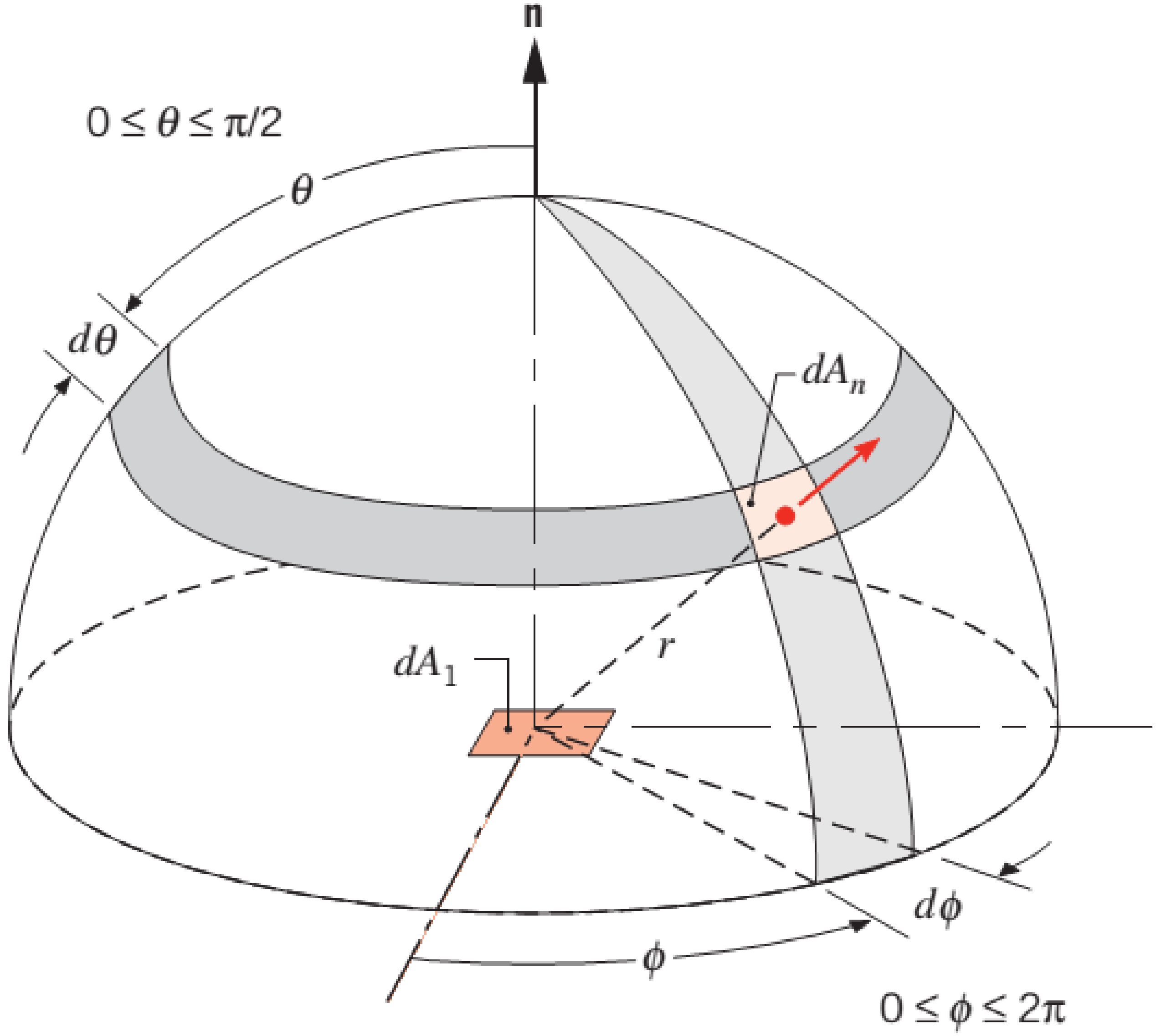


***Figura 12.8:*** Emissão de um elemento infinitesimal $dA_1$ para uma hemisfera hipotética centrada em $dA_1$

- Fluxo térmico de radiação:

$$q''_\lambda(\lambda) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_{\lambda,e}(\lambda, \theta, \phi) \cos\theta \sin\theta d\theta d\phi \tag{12.8}$$

- Ângulo sólido para a hemisfera:

$$\int d\omega = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} \sin\theta d\theta d\phi = 2\pi \int_0^{\pi/2} \sin\theta d\theta = 2\pi(sr) \tag{12.9}$$

- Fluxo térmico total (todos $\lambda$ e $\omega$ ):

$$q'' = \int_0^{\infty} q''_\lambda(\lambda) d\lambda \tag{12.10}$$

ou seja: Taxa de radiação, por unidade de área da superfície emissora, que atinge toda a calota e em todos os comprimentos de onda.

## 12.2.2 Relação com Emissão

- *Poder Emissivo Espectral Hemisférico*

  – Quantifica a quantidade de radiação emitida por uma superfície;

  – Toda superfície emite radiação térmica;

  – Poder Emissivo Espectral Hemisférico, $E_\lambda$ $[W/m^2\mu m]$: taxa na qual radiação com comprimento de onda $\lambda$ é emitida em todas as direções a partir de uma superfície, por unidade de comprimento de onda $d\lambda$, no entorno de $\lambda$ e por unidade de área superficial.

$$E_\lambda(\lambda) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_{\lambda,e}(\lambda, \theta, \phi) \cos\theta \sin\theta d\theta d\phi \tag{12.11}$$

- *Poder Emissivo Total Hemisférico*, $E$ $[W/m^2]$: taxa na qual radiação é emitida a partir de uma superfície, em todos os comprimentos de onda e em todas as direções, por unidade de área superficial real.

$$E = \int_0^\infty E_\lambda(\lambda) d\lambda \tag{12.12}$$

ou então, com a definição de $E_\lambda(\lambda)$, eq.(12.11):

$$E = \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_{\lambda,e}(\lambda, \theta, \phi) \cos\theta \sin\theta d\theta d\phi d\lambda \tag{12.13}$$

- Emissor Difuso ( intensidade de radiação independe da direção):

$$I_{\lambda,e}(\lambda,\theta,\phi) = I_{\lambda,e}(\lambda) \tag{12.14}$$

então o Poder Emissivo Espectral é:

$$E_{\lambda}(\lambda) = I_{\lambda,e}(\lambda)\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2}\cos\theta\sin\theta d\theta d\phi = \pi I_{\lambda,e} \tag{12.15}$$

e o Poder Emissivo Total:

$$E = \pi I_e \tag{12.16}$$

onde $I_e$ é a intensidade total.

## 12.3 Relação com Irradiação

- Radiação Incidente: emissão e reflexão de outras superfícies.

- *Intensidade de Radiação Incidente* $I_{\lambda,i}$:

  – "Taxa de energia radiante com comprimento de onda $\lambda$, incidente a partir da direção $(\theta, \phi)$, por unidade de área da superfície receptora normal a essa direção, por unidade de ângulo sólido $d\omega$ no entorno dessa direção e por unidade de intervalo de comprimento de onda $d\lambda$ no entorno de $\lambda$".

- Irradiação Espectral $G_\lambda$ $[W/m^2\mu m]$

  – “Taxa de energia radiante com comprimento de onda $\lambda$, incidente sobre uma superfície, por unidade de área dessa superfície e por unidade de intervalo de comprimento de onda $d\lambda$ no entorno de $\lambda$“.

$$G_\lambda(\lambda) = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} I_{\lambda,i}(\lambda,\theta,\phi)\cos\theta\sin\theta d\theta d\phi \tag{12.17}$$

- Irradiação Total $G$ $[W/m^2]$

  – "Taxa de energia radiante incidente sobre uma superfície, por unidade de área dessa superfície, em todos os comprimentos de onda e a partir de todas as direções".

$$G = \int_0^{\infty} G_\lambda(\lambda) d\lambda \tag{12.18}$$

então:

$$G = \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi/2} I_{\lambda,i}(\lambda, \theta, \phi) \cos\theta \sin\theta d\theta d\phi d\lambda \tag{12.19}$$

- Para irradiação difusa:

$$I_{\lambda,i}(\lambda,\theta,\phi) = I_{\lambda,i}(\lambda) \qquad (12.20)$$

então,

$$G_\lambda(\lambda) = I_{\lambda,i}(\lambda)\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2}\cos\theta\sin\theta d\theta d\phi = \pi I_{\lambda,i} \qquad (12.21)$$

- A Irradiação Total que incide sobre a superfície é então:

$$G = \pi I_i \qquad (12.22)$$

## 12.3.1 Relação com Radiosidade

- *Radiosidade*: Fluxo de toda energia radiante que deixa uma superfície.
  - Inclui *Emissão* e *Reflexão*

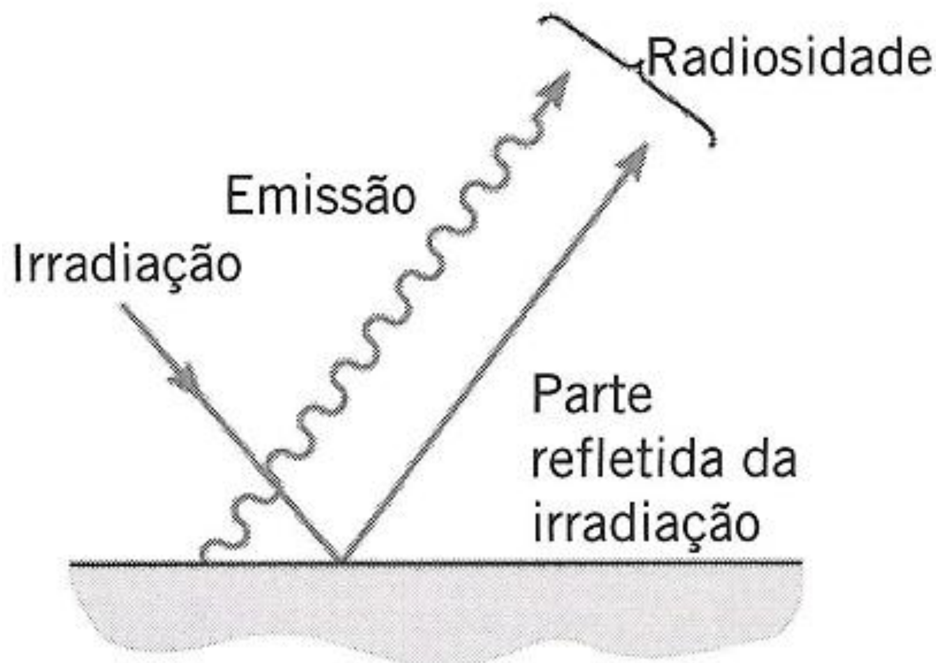


***Figura 12.9:*** Radiosidade

- Radiosidade Espectral $J_\lambda$ $[W/m^2\mu m]$:
  - "Taxa de energia radiante com comprimento de onda $\lambda$, que deixa uma área unitária de superfície, por unidade de intervalo de comprimento de onda $d\lambda$ no entorno de $\lambda$".

$$J_\lambda(\lambda) = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi/2} I_{\lambda,e+r}(\lambda,\theta,\phi)\cos\theta\sin\theta d\theta d\phi \tag{12.23}$$

onde $I_{\lambda,e+r}$ é a intensidade de radiação emitida mais refletida.

- Radiosidade Total $J$ $[W/m^2]$:

$$J = \int_0^\infty J_\lambda(\lambda) d\lambda \tag{12.24}$$

- Para Refletor e Emissor difusos:

$$I_{\lambda,e+r}(\lambda,\theta,\phi) = I_{\lambda,e+r}(\lambda) \tag{12.25}$$

e a *Radiosidade Total*:

$$J = \pi I_{e+r} \tag{12.26}$$

# 12.4 Radiação de Corpo Negro

- *Corpo Negro (C.N)* - Propriedades:
  - Superfície ideal - (emissor e absorvedor ideal);
  - Absorve toda radiação incidente para qualquer comprimento de onda e temperatura;
  - Emite o máximo de energia para qualquer comprimento de onda e temperatura;
  - Radiação independe da direção - emissor difuso.

- Aproximação de um C.N. - Cavidade isotérmica com pequena abertura.

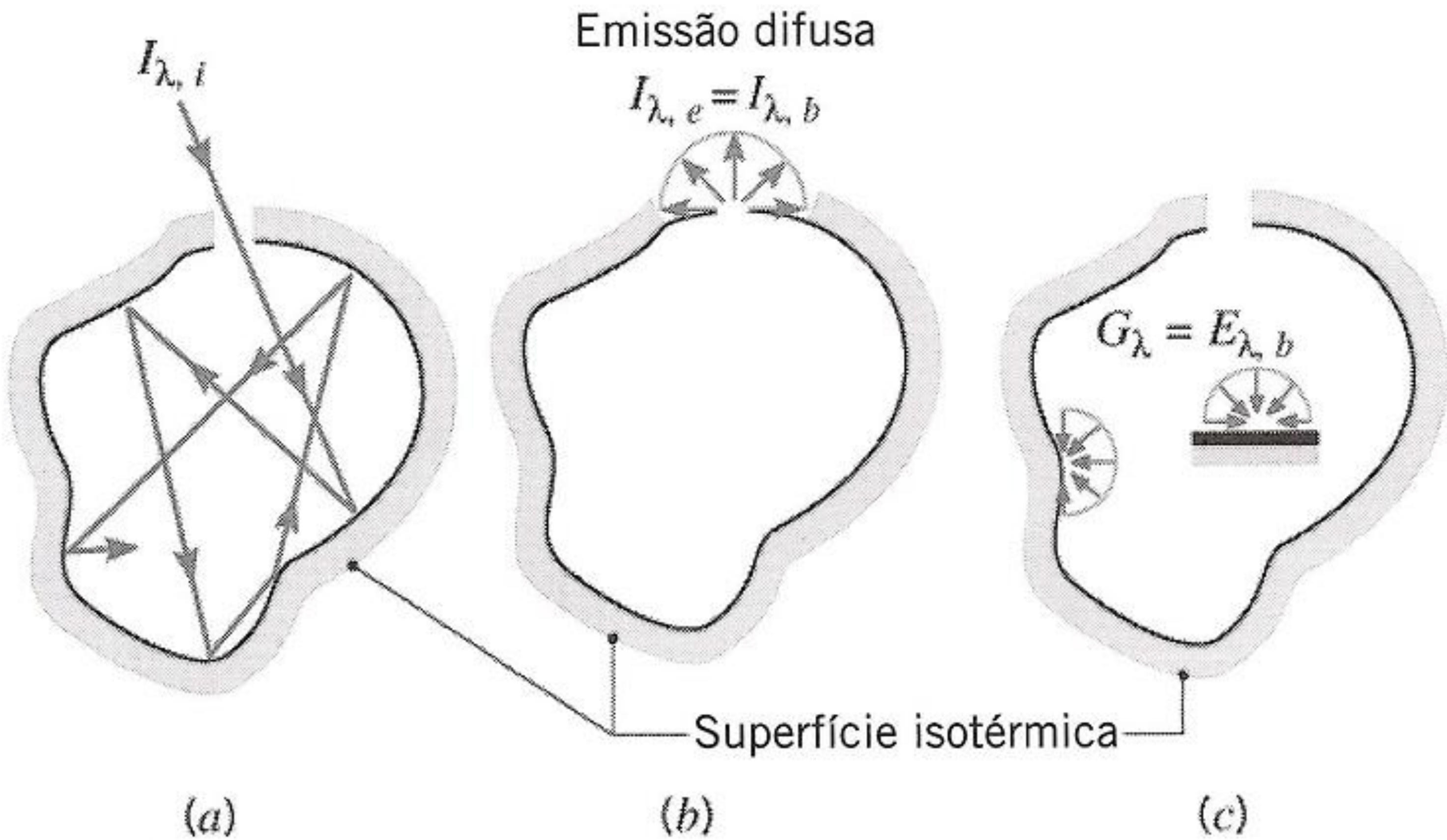


***Figura 12.10:*** Cavidade isotérmica como aproximação de C.N.

– Cavidade como *Absorvedor Ideal*:

- Radiação incidente ($I_{\lambda,i}$)
- Sucessivas reflexões com absorção parcial a cada reflexão.
- Enfraquecimento do raio.
- Eventual radiação que "escapar" pela abertura, terá intensidade bastante reduzida.
- Efeito independe do material ou do acabamento superficial da parede. Determinante é o tamanho da abertura.

– Cavidade *Emissor Ideal e Difuso*:

- Considere um C.N. colocado no interior da cavidade à mesma temperatura $T_{sup}$.
- A radiação emitida pela parede é sucessivamente refletida/re-emitida. Radiação ISOTRÓPICA para o corpo no interior da cavidade.
- O C.N. convexo colocado no interior da cavidade absorve toda a radiação (isotrópica) incidente.
- Para o sistema isolado (Cavidade + C.N.) - o fluxo líquido de calor tem que ser nulo (2a. Lei).

- Balanço de energia para o C.N.: Energia absorvida = Energia emitida ou

$$G_{cn} = E_{cn} \tag{12.27}$$

então: A parcela da energia emitida pelas paredes da cavidade, que atinge o C.N e é absorvida totalmente pelo C.N, é igual à emissão de um C.N. à mesma temperatura. Como o C.N. absorve o máximo, ele também, para uma dada temperatura de equilíbrio, tem que emitir o máximo (caso contrário violaria a 2a. Lei - Kelvin Planck). Assim o C. N. também é um <u>emissor ideal</u>.

- A pequena abertura não altera este balanço de energia radiante.

- A radiação que "escapar" pela abertura será:
  a) difusa, pois o campo interno é isotrópico;
  b) da mesma magnitude da emissão de um C.N. à mesma temperatura;
  c) independente do material e acabamento das paredes; (Lei de Kirchhoff)
  c) só depende da temperatura da parede. (Lei de Kirchhoff)

## 12.4.1 Distribuição de Planck

- A Intensidade Espectral de Emissão para um C.N. é dada pela Distribuição de Planck

$$I_{\lambda,cn}(\lambda, T) = \frac{2hc_0^2}{\lambda^5[exp(hc_0/\lambda kT) - 1]} \qquad (12.28)$$

onde

- $h = 6,6256\text{x}10^{-34}$ $[Js]$ - constante de Planck;
- $k = 1,3805\text{x}10^{-23}$ $[J/K]$ - constante de Boltzmann;
- $c_0 = 2,998\text{x}10^{8}$ $[m/s]$ - velocidade da luz no vácuo;
- $T$ - Temperatura absoluta do C.N.;
- $\lambda$ - comprimento de onda.

## 12.4.1 Distribuição de Planck

- Um C.N. é um emissor difuso, então (12.28) pode ser integrada para todo o hemisfério e obtém-se o Poder Emissivo Espectral:

$$E_{\lambda,cn}(\lambda,T) = \pi I_{\lambda,cn}(\lambda,T) = \frac{C_1}{\lambda^5[exp(C_2/\lambda T) - 1]} \tag{12.29}$$

onde $C_1 = 2\pi h c_0^2 = 3,742\text{x}10^8 W\,\mu m^4/m^2$ e $C_2 = (hc_0/k) = 1,439\text{x}10^4 \mu m K$.

- Esta distribuição de energia por comprimento de onda pode ser vista na figura 12.11

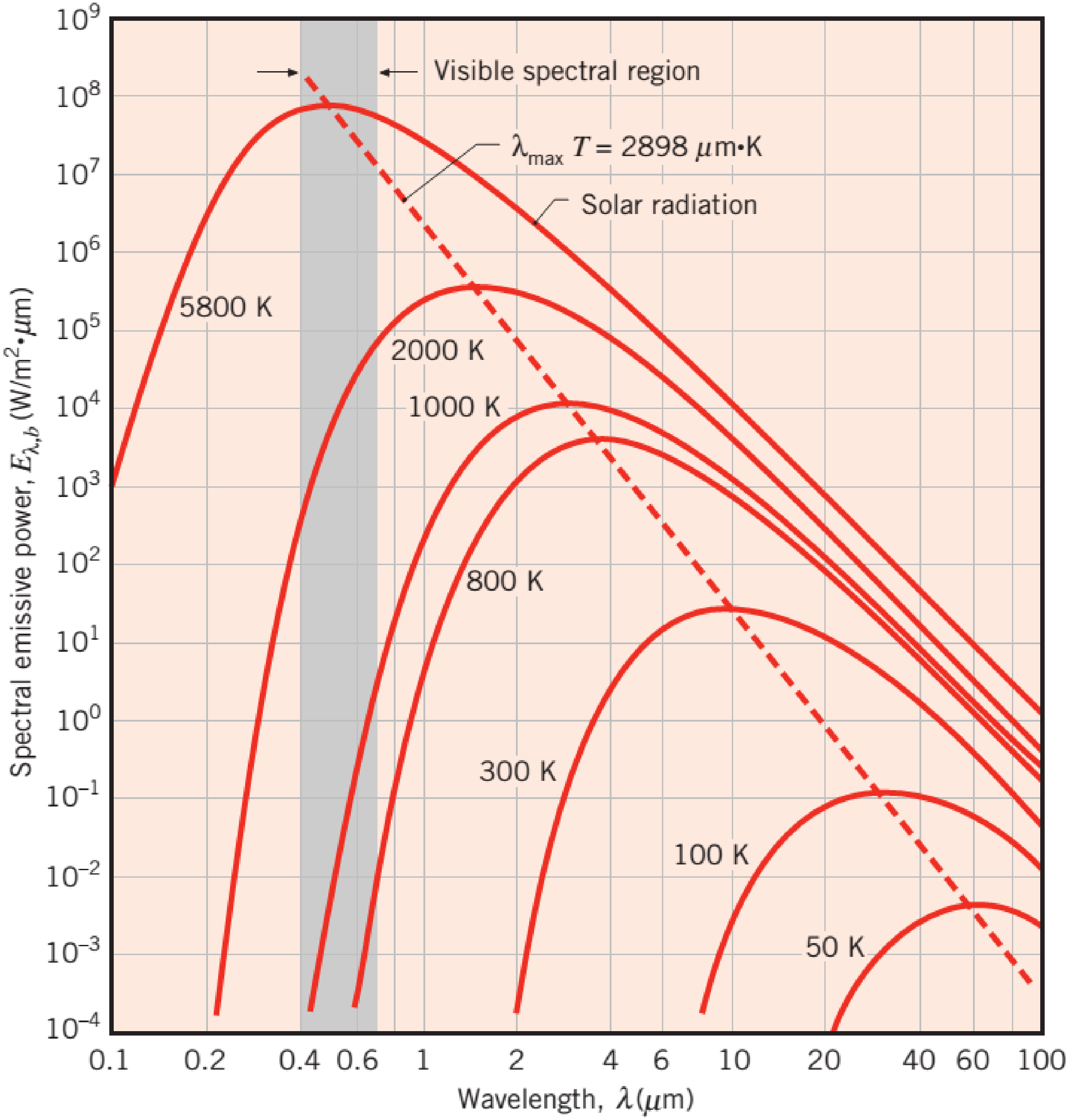


***Figura 12.11:*** Poder Emissivo espectral de corpo negro (emissor ideal)

# Observações

- Emissão contínua;
- Emissão aumenta sempre com a temperatura;
- Concentração de energia depende da temperatura: Sol (5800K) - visível; Emissor qualquer a 300K - Infravermelho;

## 12.4.2 Lei do Deslocamento de Wien

- Em qual comprimento de onda se concentra a maior parte da energia ?

$$\frac{dE_{cn}}{d\lambda} = \frac{d}{d\lambda}\left(\frac{C_1}{\lambda^5[exp(C_2/\lambda T) - 1]}\right)\Bigg|_{T=cte} = 0 \tag{12.30}$$

de onde:

$$\lambda_{max} T = C_3 = 2,898\text{x}10^{-3} \tag{12.31}$$

- $T \uparrow$, $\lambda_{max} \downarrow$

- Exemplo: a) Metal ao ser aquecido torna-se vermelho. b) Lâmpada incandescente: luz brilhante mas muito 'calor' $\lambda_{max} \approx 1\mu m$ (IR).

## 12.4.3 Lei de Stefan-Boltzmann

- A energia total emitida pode ser encontrada, calculando-se a área embaixo de cada curva de temperatura.

Isto significa fazer a integral da eq. 12.28 com o comprimento de onda variando de zero até infinito. Obtém-se então a Lei de Stefan-Boltzmann:

$$E_{cn} = \int_0^\infty E_{cn,\lambda} d\lambda = \sigma T^4 \qquad (12.32)$$

onde $\sigma = 5,670\text{x}10^{-8}\ [W/m^2K^4]$

## 12.4.4 Banda de Emissão

A fração da emissão total de um C.N. num certo intervalo de comprimento de onda, ou banda, pode ser calculada por:

$$F_{0\to\lambda} \equiv \frac{\int_0^{\lambda} E_{\lambda,cn} d\lambda}{\int_0^{\infty} E_{\lambda,cn} d\lambda} = \int_0^{\lambda T} \frac{E_{\lambda,cn}}{\sigma T^5} d(\lambda T) = f(\lambda T) \tag{12.33}$$

esta intregração esta tabelada. Para um intervalo entre $\lambda_1$ e $\lambda_2$ vale:

$$F_{\lambda_1\to\lambda_2} = \frac{\int_0^{\lambda_2} E_{\lambda,cn} d\lambda - \int_0^{\lambda_1} E_{\lambda,cn} d\lambda}{\sigma T^4} = F_{0\to\lambda_2} - F_{0\to\lambda_1} \tag{12.34}$$

# 12.5 SUPERFÍCIE DE EMISSÃO

- Superfícies reais não são C.N.;
- Emissão é função da temperatura, espectro e direção.

-Propriedades de Radiação:

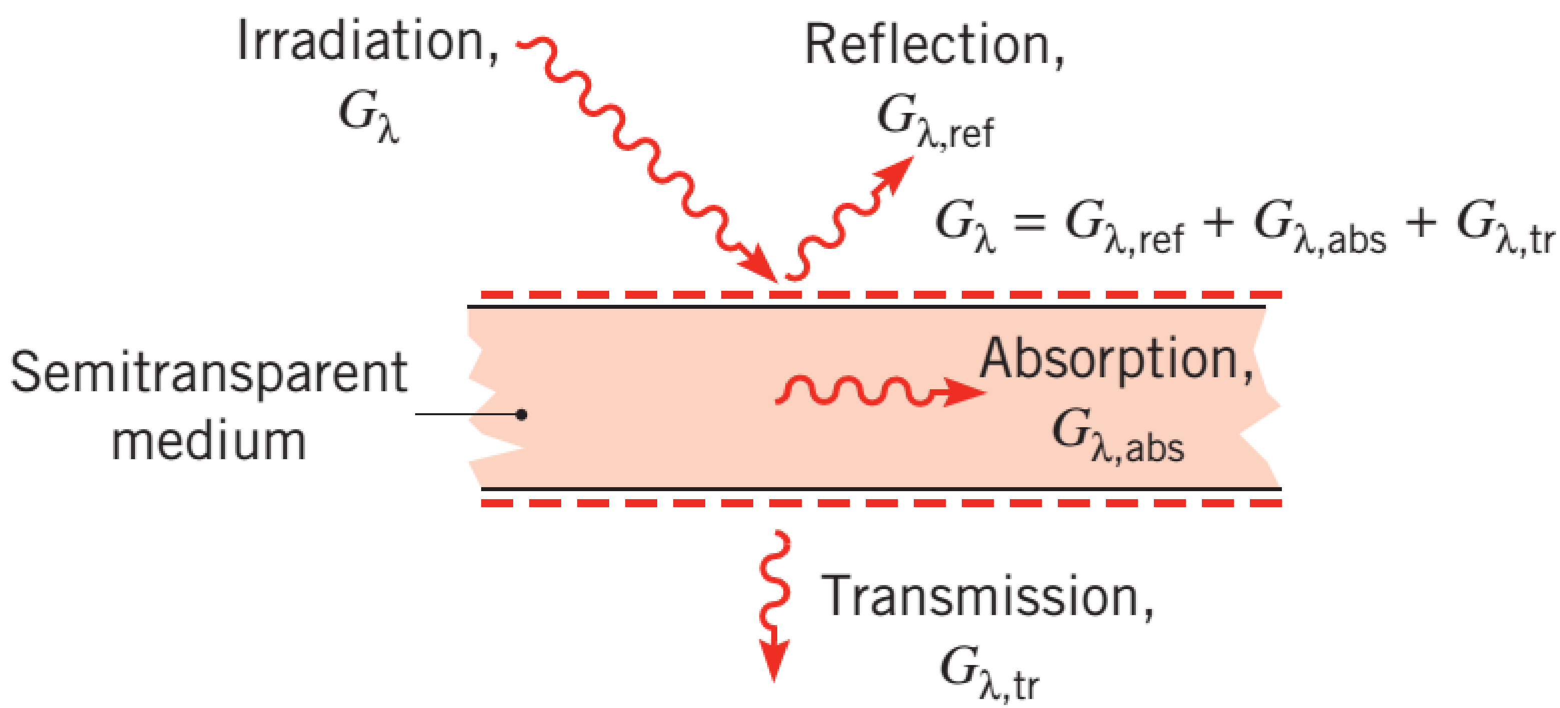


***Figura 12.12:*** Absorção, Transmissão e Reflexão

$$\begin{aligned} \alpha G + \rho G + \tau G &= G \\ \alpha + \rho + \tau &= 1 \end{aligned} \tag{12.35}$$

onde $\alpha$ é a *Absortividade*, $\rho$ é *Refletividade* e $\tau$ é a *Transmissividade.*

- Corpos Opacos: $\tau = 0 \rightarrow \alpha + \rho = 1$;

- Espelho: $\rho \approx 1$;

- Corpo Negro: $\alpha = 1$ e $\rho = 0$

-Emissividade Espectral Direcional ($\varepsilon_{\lambda,\theta}$):

$$\varepsilon_{\lambda,\theta}(\lambda,\theta,\phi,T) \equiv \frac{I_{\lambda,e}(\lambda,\theta,\phi,T)}{I_{\lambda,cn}(\lambda,T)} \tag{12.36}$$

-Emissividade Total Direcional ($\varepsilon_{\theta}$):

$$\varepsilon_{\theta}(\theta,\phi,T) \equiv \frac{I_{e}(\theta,\phi,T)}{I_{cn}(T)} \tag{12.37}$$

-Emissividade Espectral Hemisférica:

$$\varepsilon_{\lambda}(\lambda,T) = \frac{E_{\lambda}(\lambda,T)}{E_{\lambda,cn}(\lambda,T)} \tag{12.38}$$

onde $E_\lambda(\lambda, T)$ é o *Poder Emissivo Espectral Hemisférico*. Integrando-se para todos os comprimentos de onda chega-se a:

$$\varepsilon(T) = \frac{\int_0^\infty \varepsilon_\lambda(\lambda, T) E_{\lambda,cn}(\lambda, T) d\lambda}{E_{cn}(T)} = \frac{E(T)}{\sigma T^4}, \tag{12.39}$$

que é a *Emissividade ($\varepsilon$) Total Hemisférica* de uma Superfície e com $0 \leq \varepsilon \leq 1$.

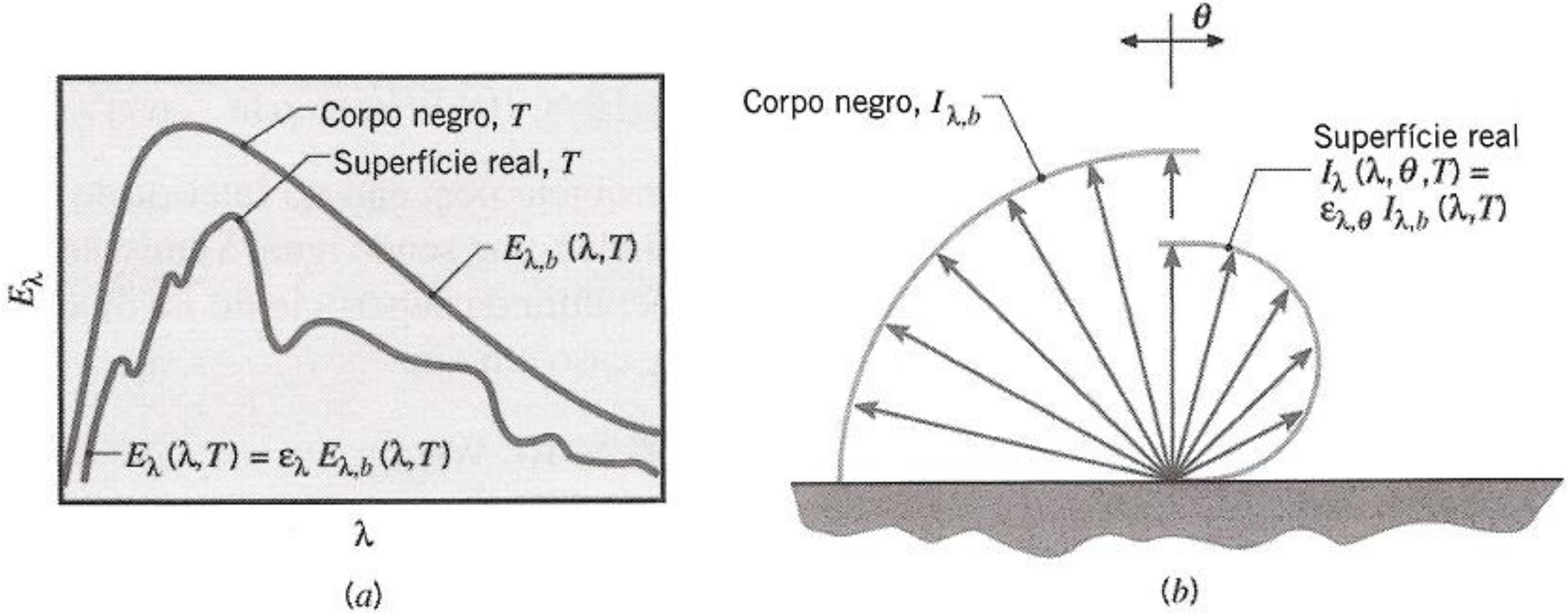


***Figura 12.13:*** Emissão espectral e direcional de C.N. e superfície real

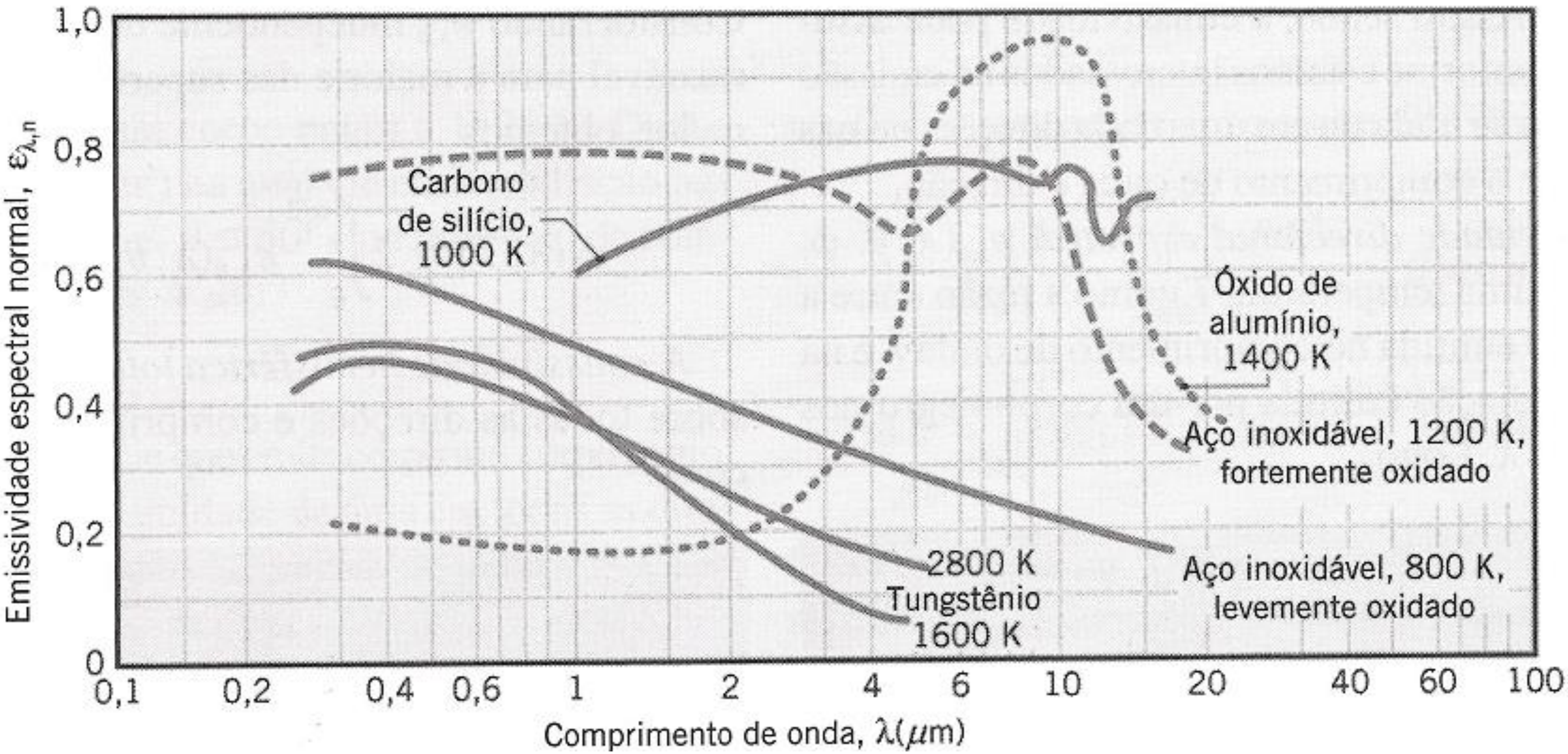


***Figura 12.14:*** Dependência espectral na emissividade

# 12.6 ABSORÇÃO, REFLEXÃO E TRANSMISSÃO

### 12.6.1 Absortividade

Desprezando-se a dependência da temperatura da superfície define-se *Absortividade Espectral Direcional*

$$\alpha_{\lambda,\theta}(\lambda,\theta,\phi) \equiv \frac{I_{\lambda,i,abs}(\lambda,\theta,\phi)}{I_{\lambda,i}(\lambda,\theta,\phi)} \tag{12.40}$$

Integrando-se para todo os ângulos sólidos, tem-se a *Absortividade Espectral Hemisférica* :

$$\alpha_{\lambda}(\lambda) \equiv \frac{G_{\lambda,abs}(\lambda)}{G_{\lambda}(\lambda)}, \tag{12.41}$$

onde $G_{\lambda,abs}(\lambda)$ é a parcela da Irradiação Espectral Hemisférica absorvida pela superfície.

Integrando-se para todos os comprimentos de onda, tem-se a *Absortividade Total Hemisférica* :

$$\begin{aligned} \alpha &\equiv \frac{G_{abs}}{G} \\ \alpha &= \frac{\int_0^\infty \alpha_\lambda(\lambda) G_\lambda(\lambda) d\lambda}{\int_0^\infty G_\lambda(\lambda) d\lambda} \end{aligned} \tag{12.42}$$

### 12.6.2 Refletividade

A refletividade de uma superfície dá ao olho humano a percepção de cor. Em função da Intensidade Espectral Incidente Refletida define-se:

$$\rho_{\lambda,\theta}(\lambda,\theta,\phi) \equiv \frac{I_{\lambda,i,refl}(\lambda,\theta,\phi)}{I_{\lambda,i}(\lambda,\theta,\phi)} \tag{12.43}$$

Integrando-se para todo o ângulo sólido tem-se a *Refletividade Espectral Hemisférica* :

$$\rho_{\lambda}(\lambda) \equiv \frac{G_{\lambda,refl}(\lambda)}{G_{\lambda}(\lambda)}. \tag{12.44}$$

Integrando-se para todos os comprimentos de onda, tem-se a *Refletividade Total Hemisférica* :

$$\rho \equiv \frac{G_{refl}}{G} \tag{12.45}$$

A reflexão pode ser *Especular* ou *Difusa*.

### 12.6.3 Transmissividade

Em função da parcela da Irradiacão Espectral transmitida define-se e a *Transmissividade Espectral Hemisférica* :

$$\tau_\lambda(\lambda) \equiv \frac{G_{\lambda,trans}(\lambda)}{G_\lambda(\lambda)}. \qquad (12.46)$$

Integrando-se para todos os comprimentos de onda, tem-se a *Refletividade Total Hemisférica* :

$$\tau \equiv \frac{G_{trans}}{G} \qquad (12.47)$$

# 12.7 LEI DE KIRCHHOFF

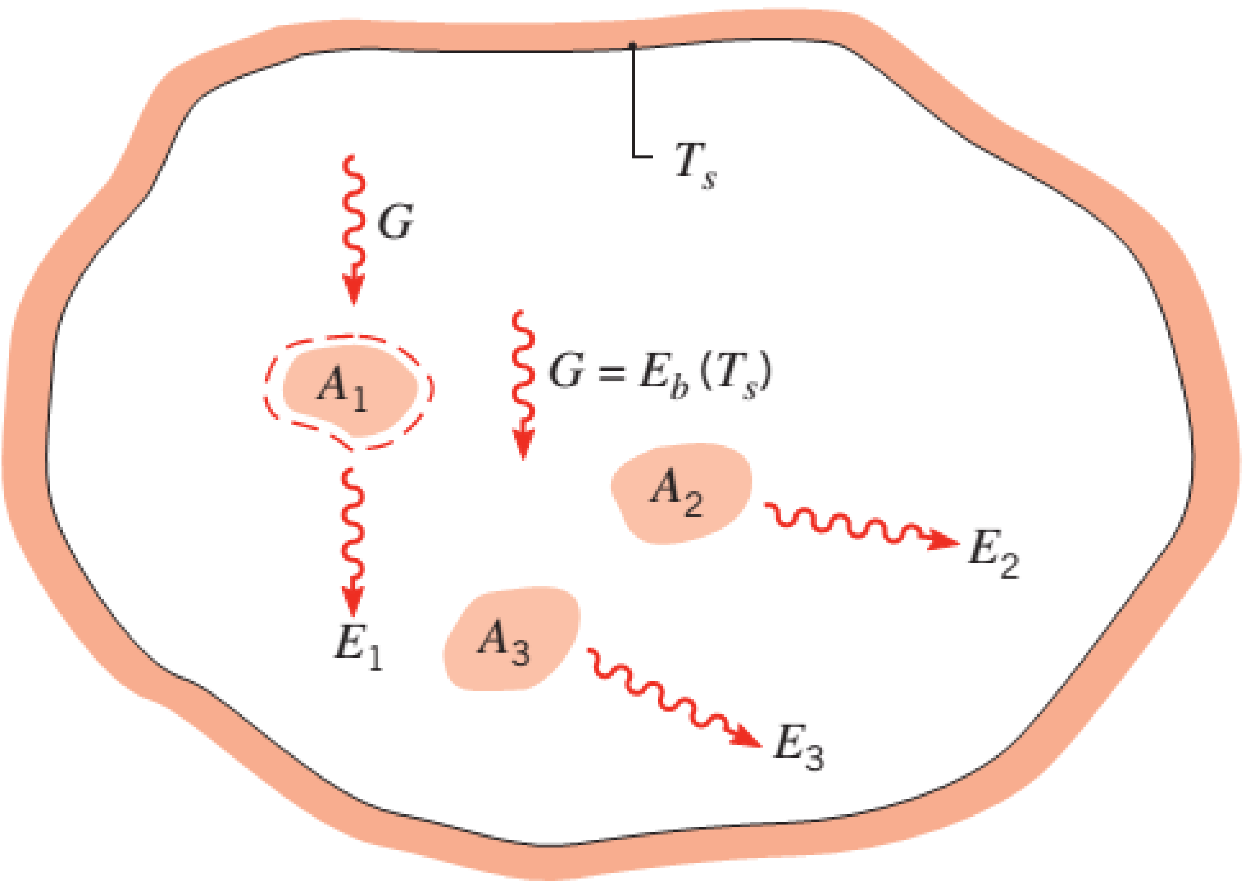


***Figura 12.15:*** Troca de radiação em invólucro isotérmico

- O invólucro é uma cavidade e portanto C.N. à $T_s$.

- Pequenos corpos no interior da cavidade não interferem no campo de intensidade de Irradiação que resulta do efeito cumulativo de emissão e reflexão nas paredes da cavidade.

- A Irradiação incidente só depende da temperatura da cavidade (C.N.);

- A Irradiação incidente sobre um corpo pequeno convexo no interior da cavidade é difusa e igual à emissão de um C.N. à $T_s$:

$$G = E_{cn}(T_s)$$

- Após algum tempo, o corpo $A_1$, que é um C.N. convexo, e a cavidade atingirão o equilíbrio térmico e nesse instante a troca líquida de calor por radiação (na cavidade há vácuo) tem que ser nula. Como o corpo $A_1$ é convexo, toda a energia que chega nele veio da cavidade. Então para um volume de controle envolvendo o corpo $A_1$:

$$\begin{aligned} q_{rad,emiss} &= q_{rad,absor} \\ A_1 E_{cn1}(T_s) &= A_1 G_1 \end{aligned} \tag{12.48}$$

Utilizando a radiosidade (radiação emitida mais refletida) da cavidade e a Irradiação sobre $A_1$ pode-se escrever:

$$A_1 G_1 = K A_{cav} J_{cav} \tag{12.49}$$

onde $K$ é a fração da energia radiante que sai da cavidade e atinge o corpo $A_1$. Esta fração é chamada *Fator de Forma.* Como a cavidade é um C.N., sua radiosidade é igual ao poder emissivo:

$$J_{cav}(T_s) = E_{cn}(T_s) \tag{12.50}$$

Substituindo (12.50) em (12.49) e então em (12.48) tem-se:

$$K = A_1/A_{cav} \tag{12.51}$$

que é um fator geométrico (ou de vista) entre as superfícies.

Analisando agora um outro corpo, cinza ($\alpha \neq 1.0$) convexo $A_2$ e de mesma área que $A_1$, no interior da cavidade, pode-se escrever a energia absorvida como:

$$A_2 G_2 = K A_{cav} J_{cav} = K A_{cav} E_{cn}(T_s) \qquad (12.52)$$

utilizando a expressão para o fator de forma (12.51) pode-se escrever:

$$A_2 G_2 = K A_{cav} E_{cn}(T_s) = A_2 E_{cn}(T_s) \qquad (12.53)$$

Ao ser atingido o equilíbrio térmico vale para o corpo $A_2$

$$\alpha_2 A_2 G_2 = A_2 E_2(T_s) \qquad (12.54)$$

Substituindo (12.53) no lado esquerdo tem-se:

$$\alpha_2 A_2 E_{cn}(T_s) = A_2 E_2(T_s) \tag{12.55}$$

e então

$$\alpha_2 = \frac{E_2(T_s)}{E_{cn}(T_s)} \tag{12.56}$$

Lembrando da definiçãde $\varepsilon$ eq. (12.39) chega-se à **LEI DE KIRCHHOFF**

$$\alpha = \frac{E(T_s)}{E_{cn}(T_s)} = \varepsilon \qquad (12.57)$$

em palavras: *No Equilíbrio Térmico, quando a temperatura da fonte é igual à da superfície, a absortividade e a emissividade de um corpo cinzento são iguais.*

Mais precisamente seria válido também:

$$\alpha_\lambda = \varepsilon_\lambda \qquad (12.58)$$

Observe que a temperatura da fonte e da superfície tem que ser a mesma.