

# QFL-1242, FÍSICO-QUÍMICA II

## 1ª Lista de Exercícios

- (a) A radiação na região do infravermelho (IR) é normalmente expressa em termos de número de onda ( $\tilde{\nu} = 1/\lambda$ ). Um valor típico de  $\tilde{\nu}$  desta radiação é  $10^3 \text{ cm}^{-1}$ . Calcule,  $\nu$ ,  $\lambda$ , e  $\varepsilon$  para radiação com  $\tilde{\nu} = 10^3 \text{ cm}^{-1}$ .

(b) A radiação na região do ultravioleta (UV) do espectro eletromagnético é normalmente descrita em termos de comprimento de onda,  $\lambda$ , expresso em Angstrom ( $1\text{Å} = 10^{-10}\text{m}$ ). Calcule,  $\nu$ ,  $\lambda$  e  $\varepsilon$  para radiação UV com  $\lambda = 2000 \text{ Å}$ .

(c) Além da radiação no IR, seguindo na direção de energias mais baixas, está a região de microondas. Nesta região a radiação é normalmente caracterizada por sua frequência,  $\nu$ , expressa em unidades de megahertz (MHz), onde a unidade, Hz, é um ciclo por segundo. Uma frequência típica de microondas é  $2 \times 10^4 \text{ MHz}$ . Calcule  $\nu$ ,  $\lambda$  e  $\varepsilon$  para esta radiação.
- Calcule o valor do quantum de energia envolvido na excitação de (a) uma oscilação eletrônica de período 2,50 fs; (b) uma vibração molecular de período 2,21 fs; (c) um pêndulo de relógio com período 1,0 ms. Expresse os resultados em J e em  $\text{kJ mol}^{-1}$ .
- Em qual comprimento de onda ocorre o máximo na função distribuição de densidade de energia para um corpo negro a  $T = 300 \text{ K}$ ,  $3000 \text{ K}$  e  $10000 \text{ K}$ ?
- Em 1983, um satélite detectou uma nuvem de partículas sólidas ao redor da estrela Vega, radiando com um comprimento de onda máximo igual a  $32 \mu\text{m}$ . Qual é a temperatura desta nuvem de partículas?
- A partir da equação de Planck

$$\rho(\nu, T) = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

mostre que a lei de Stefan Boltzmann é válida. (Dica: Faça  $x = h\nu/kT$  e use a integral

$$\int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^4}{15}).$$

- A função trabalho do rubídio metálico é 2,09 eV. Calcule a energia cinética e a velocidade dos elétrons emitidos pela ação de luz com comprimento de onda de (a) 700 nm e (b) 195 nm.
- Em uma experiência com fotoelétrons excitados por raios X, observa-se que um fóton de 150 pm provoca a emissão de um elétron de camada interna de um átomo, que é ejetado com a velocidade de  $21,4 \text{ Mm s}^{-1}$ . Calcule a energia de ligação do elétron.
- Alguns valores de energia cinética do elétron ejetado em função do comprimento de onda da radiação incidente para o efeito fotoelétrico do sódio metálico são:

$\lambda / \text{nm}$	100	200	300	400	500
KE/ eV	10,1	3,94	1,88	0,842	0,222

A partir desses dados, obtenha graficamente o valor da constante de Planck,  $h$ , e da função trabalho,  $\phi$ , do sódio.

9. Calcule o comprimento de onda e a energia do fóton associado ao limite da série de Lyman.
10. (a) Derive a fórmula de Bohr para transição de valor de energia,  $\nu$  em função do número atômico  $Z$ .  
 (b) A série no espectro do  $\text{He}^+$  que corresponde ao conjunto de transições envolvendo elétrons a partir de níveis superiores para o nível  $n = 4$  é conhecida como série de Pickering, sendo muito importante em astronomia solar. Obtenha a fórmula para os comprimentos de onda das linhas observadas nesta série. Em qual região do espectro eletromagnético ela ocorre?
11. Calcule o comprimento de onda de de Broglie para (a) um elétron com energia cinética de 100 eV; (b) um próton com energia cinética de 100 eV e (c) um elétron da primeira órbita de Bohr de um átomo de hidrogênio.
12. Há também um princípio da incerteza relacionado à energia e tempo:
- $$\Delta E \Delta t \geq h$$
- (a) Mostre que ambos os lados da expressão possuem mesma unidade.  
 (b) Uma aplicação deste princípio está relacionada à energia e tempo de vida de estados excitados de átomos e moléculas. Sendo assim, (i) se o tempo de vida de um estado excitado é de 1 ns, qual a incerteza associada à sua energia? (ii) Já um decaimento nuclear leva à emissão de raios  $\gamma$ , e o tempo de vida de um estado excitado de um núcleo é da ordem de 1 ps. Qual a incerteza na energia do raio  $\gamma$  produzido?
13. A velocidade de um elétron é de 995 km s<sup>-1</sup>. Se a incerteza no seu momento for reduzida a 0,0010% que incerteza se pode tolerar na sua posição?
14. Determine se os seguintes pares de operadores  $\hat{\mathbf{A}}$  e  $\hat{\mathbf{B}}$  comutam ou não.

$\hat{\mathbf{A}}$	$\hat{\mathbf{B}}$
$\frac{d}{dx}$	$\frac{d^2}{dx^2} + 2\frac{d}{dx}$
$x$	$\frac{d}{dx}$
SQR	SQRT
$x^2 \frac{d}{dx}$	$\frac{d^2}{dx^2}$

15. Mostre que as combinações lineares  $\hat{\mathbf{A}} + i\hat{\mathbf{B}}$  e  $\hat{\mathbf{A}} - i\hat{\mathbf{B}}$  não são hermitianas se os operadores  $\hat{\mathbf{A}}$  e  $\hat{\mathbf{B}}$  são operadores hermitianos.
16. Identifique quais, entre as funções seguintes, são autofunções do operador  $\frac{d}{dx}$ : (a)  $e^{ikx}$ ; (b)  $\cos kx$ ; (c)  $k$ ; (d)  $kx$ ; (e)  $e^{-\alpha x^2}$ . Nos casos apropriados, dê o autovalor correspondente.
17. Determine se os seguintes operadores são lineares ou não.

- (a)  $\hat{A}f(x) = [f(x)]^2$
- (b)  $\hat{A}f(x) = f^*(x)$
- (c)  $\hat{A}f(x) = 0$
- (d)  $\hat{A}f(x) = [f(x)]^{-1}$
- (e)  $\hat{A}f(x) = f(0)$
- (f)  $\hat{A}f(x) = \ln f(x)$

18. Mostre que  $\langle x \rangle = \frac{a}{2}$  e  $\langle p \rangle = 0$  para qualquer estado da partícula na caixa unidimensional de lado  $a$ . Discuta se esses resultados são fisicamente razoáveis.
19. Calcule a separação entre os dois níveis mais baixos de uma molécula de  $O_2$  numa caixa unidimensional de 5,0 cm de comprimento. Em que valor de  $n$  a energia da molécula atinge o valor de  $\frac{1}{2}kT$ , a 300K? Qual a separação entre esse nível e o que lhe fica imediatamente abaixo?
20. Calcule a probabilidade de se encontrar uma partícula entre  $0,49a$  e  $0,51a$ , numa caixa de comprimento  $a$ , quando  $n=1$  e  $n=2$ . Admita que a função de onda seja constante no intervalo mencionado.

**Sugestões:**

- <http://demonstrations.wolfram.com/BlackbodyRadiation/>
- <http://demonstrations.wolfram.com/WaveParticleDualityInTheDoubleSlitExperiment/>
- <http://demonstrations.wolfram.com/ThePhotoelectricEffect/>
- <http://demonstrations.wolfram.com/ElectronWavesInBohrAtom/>
- <http://demonstrations.wolfram.com/FreeElectronModelForLinearPolyenes/>