Gravitação – 4300156 – IME – 2s/2016

Lista de Exercícios 2

Q1 a) A tabela de cordas abaixo foi tirada do *Almagesto* de Ptolomeu. Os valores se referem a um círculo de raio R=60 (decimais escritos em base-60). Com base nesses números, calcule o seno da metade do ângulo em base 10 e encontre o ângulo (valor aproximado). Vide exemplo.

crd(θ) (base 60)	sen(θ/2)	θ (^{o})	crd(θ) (base 60)	sen(θ/2)	θ (^{o})
9;24,54			**60;0,0**		
15;39,47	0.13052	15	**84;51,10**		
31;3,30			**103;55,23**		

b) Converta as seguintes frações para a notação de Ptolomeu em base-60.

1/4=
1/3=
5/4 + 7/3 =
(dica: converta cada parcela para base-60 e some depois. Dica 2: "1 1/4"= 1 + 1/4)
365+ 1/4 -1/100 =

c) Faça as seguintes multiplicações em base-60 que aparecem no *Almagesto:*

1 1/3 x 0;47,8 = (R: 1;2,50,40)

1 1/2 x 1;2,50 = (R: 1;35,15)

Q2 Considere as afimações abaixo e considere se são corretas ou incorretas, justificando.

a) Na visão Aristotélica, a Lua e planetas como Marte são formados majoritariamente do elemento "terra".

b) Vistos da Terra, os planetas se movem em relação ao fundo de estrelas ao longo do ano, podendo estar localizados em qualquer ponto da esfera celeste.

c) Ao contrário do Sol e da Lua, os planetas realizam movimento retrógrado em relação ao fundo de estrelas. Ptolomeu explicou esses movimentos através de epiciclos e deferentes.

d) Na teoria de Ptolomeu, o Sol se move uniformemente em uma órbita circular perfeita centrada exatamente na Terra.

e) O ângulo de elongação de Vênus e Mercúrio é limitado a um valor máximo, enquanto que Marte, Júpiter e Saturno podem ter ângulos de elongação que chegam a 180^o .

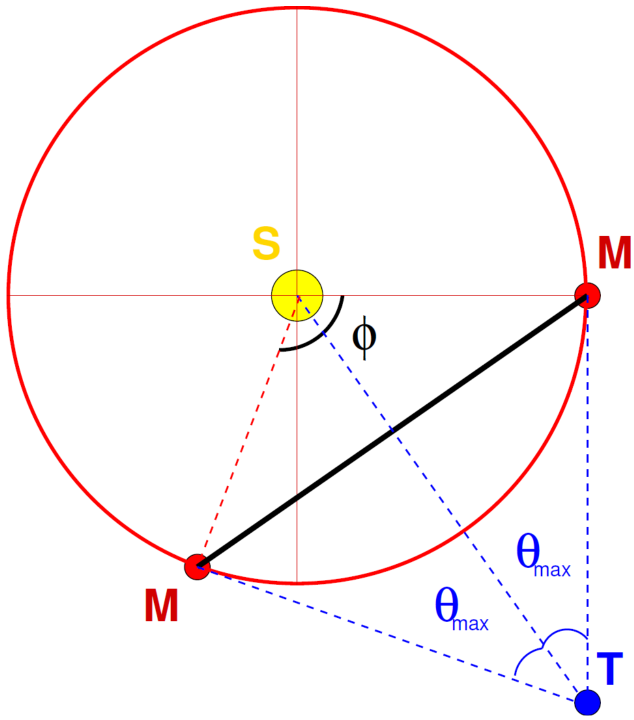
f) Na teoria de Ptolomeu, o período dos deferentes de todos os planetas é igual a 1 ano solar.

g) O ordenamento dos planetas segundo Copérnico é baseado em dados observacionais como o fato de Vênus e Mercúrio nunca estarem em oposição ao Sol.

h) O modelo de Copérnico é bastante similar ao modelo Aristotélico-Ptolomaico, com o Sol pertencendo a uma das esferas celestes.

i) Copérnico explicou o movimento retrógrado como sendo aparente e uma consequência do movimento circular da Terra e dos planetas em torno do Sol.

Q3 Para que servem as cordas de Ptolomeu? O ângulo de elongação θ de um planeta é o ângulo entre o planeta e o Sol medido da Terra (vide figuras). Este ângulo varia ao longo do tempo. No caso de Mercúrio e Vênus (planetas inferiores), atinge um valor máximo θmax.



http://astro.unl.edu/naap/ssm/modeling2.html

a) Considere que Mercúrio percorre uma órbita circular em torno do Sol (figura). Na situação de elongação máxima ($\theta = \theta max$), determine o ângulo TMS (entre Terra-Mercúrio-Sol).

Dica: mostre que, na situação de elongação máxima, a linha que une Terra a Mercúrio toca o círculo da órbita de Mercúrio em apenas um ponto.

b) No caso de Mercúrio temos $\theta max \cong 20^o$. Calcule o ângulo ϕ mostrado na figura.

c) Calcule a corda de $2\theta max$ [$crd(2\theta max)$] em um círculo de raio R=60 (círculo de Ptolomeu).

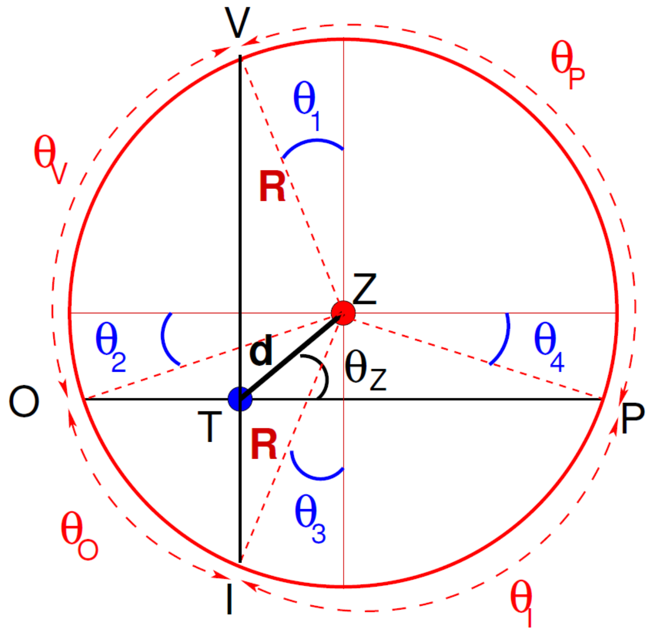
d) Calcule a corda de ϕ [$crd(\phi)$] em um círculo de raio R=60 (círculo de Ptolomeu).

e) Calcule a razão entre as distâncias Sol-Mercúrio (SM) e Terra-Mercúrio (TM) na elongação máxima.

Dica: Como mostra a figura, a corda de ϕ para um círculo de raio SM é igual à corda de $2\theta max$ para um círculo de raio TM. Mostre que a razão das cordas calculadas no círculo de Ptolomeu é igual à razão dos raios.

Resp: a) 90^o b) 140^o c) 41 d) 112,76 d) TM/SM = 2,747

Q4 Vimos em aula que, no modelo Geocêntrico, a diferença na duração das estações pode ser explicada se o centro da órbita do Sol não for a Terra mas sim um outro ponto, o *ecêntrico.*



A figura a seguir ilustra esse modelo: o centro da órbita de raio R do Sol é **Z**, que está a uma distância **d** e a um ângulo θ_Z da posição da Terra **T**. Os pontos **P,V,O,I** denotam a posição do Sol nos equinócios e solstícios de modo que θ_P, θ_V , θ_O, θ_I.são os ângulos percorridos pelo Sol na Primavera, Verão, Outono e Inverno (Hemisfério Norte) respectivamente.

Estão também assinalados quatro ângulos auxiliares: θ_1 θ_2 θ_3 e θ_4.

a) Mostre que $\theta_2 = \theta_4$ e $\theta_1 = \theta_3$.

Dica: use os triângulos PZO e IZV,

b) Encontre expressões para **d/R** e θ_Z em termos do ângulos θ_1 e θ_2.

Sugestão: Aplique a lei dos Senos para os triângulos ITZ e PTZ e use o resultado do ítem (a).

c) Encontre expressões para θ_1 e θ_2 em termos dos ângulos conhecidos: θ_P, θ_V, θ_O, ou θ_I.

Dica: mostre relações como: $\theta_1+\theta_V+\theta_O+\theta_3=180^o$ etc. e use o resultado do ítem (a).

d) Vimos na Tarefa em sala que $\theta_P=93.14^o$, $\theta_V=91.17^o$, $\theta_O=86.86^o$, $\theta_I=88.83^o$. Com base nesses números, calcule o valor de **d/R** e θ_Z

Resp: d/R=0.04 e $\theta_Z=65.4^o$

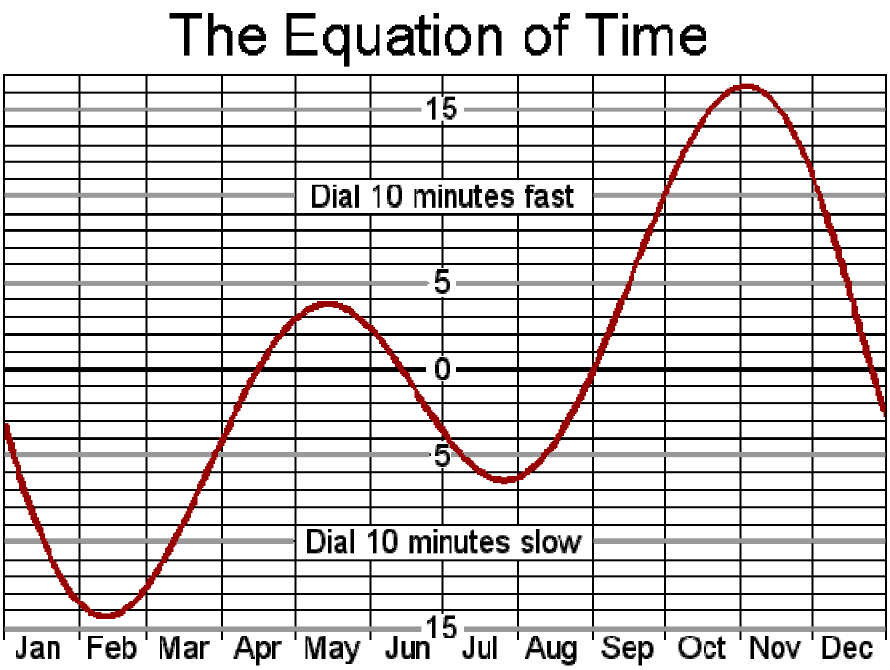
Um cálculo parecido foi feito por Ptolomeu no *Almagesto*, livro III. Vide Páginas 94 e 95.

Em relação à Figura da p. 94 do Almagesto com a do exercício: o ponto Z é o ponto F, T é o ponto E e os pontos I,P,V,O são os pontos M,H,K, L. d/R é EF/60 e θ_Z eé 90-FEQ.

Q5 O gráfico a seguir representa a **Equação dos Tempos**, ou seja, a diferença entre o tempo solar verdadeiro e o tempo solar médio. Como vimos, o meio-dia solar definido como o instante do dia em que o Sol cruza o meridiano local (ou seja, a menor sombra do dia).

Digamos que você guarde um relógio que não seja ajustado pelo horário de verão (sempre marca o seu fuso-horário local em relação a Greenwich).

Com base no gráfico, responda:

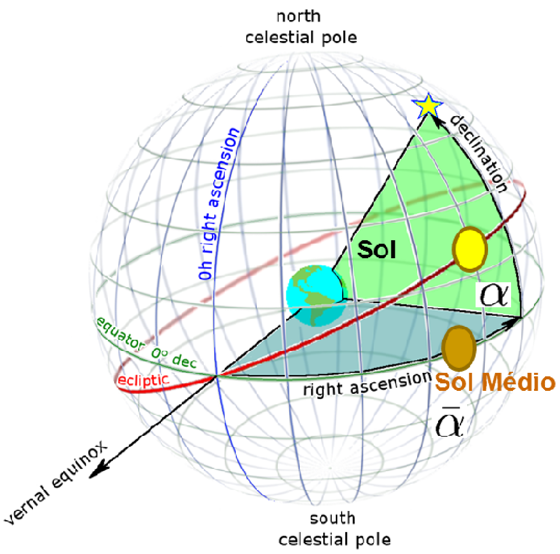


a) Em que mês do ano ocorre o maior atraso do meio dia solar em relação ao meio-dia marcado neste relógio?

b) No dia 1º de Novembro, que horas o seu relógio estará marcando (aproximadamente) quando ocorrer o meio dia solar?

c) Em quais meses do ano ocorrem dias em que o meio-dia solar conicide com o meio-dia marcado no relógio?

Q6 Vimos em sala que a **Equação dos Tempos** é dada pela diferença entre as ascenções retas do Sol real α e do "Sol médio" $\bar{\alpha}$. Vimos também que há duas contribuições para esta diferença: o movimento não-uniforme do Sol ao longo da eclíptica e a inclinação de 23,5^o da eclíptica em relação ao equador celeste.



Vamos quantificar esta segunda contribuição.

a) Na ausência da anomalia do movimento do Sol na eclíptica, argumente, com base no que discutimos em sala, que a relação entre α e $\bar{\alpha}$ é dada por:

$$\tan \alpha = \cos \varepsilon \tan\left(\bar{\alpha}\right)$$

onde ε=23,5^o é a inclinação da Eclíptica em relação ao Equador Celeste e α e $\bar{\alpha}$ são as ascenções retas do Sol e do Sol Médio respectivamente (vide figura) convertidas para *graus ou radianos*.

b) Calcule a ascenção reta do Sol real α em horas/minutos dados os valores da ascenção reta do Sol médio $\bar{\alpha}$ (em horas) da tabela abaixo.

[**Dica:** Para usar a expressão acima, não se esqueça de converter de $\bar{\alpha}$ para graus ou radianos usando 24h=360^o ou 24h=2π rad. Depois, converta o resultado obtido em graus ou radianos para horas.]

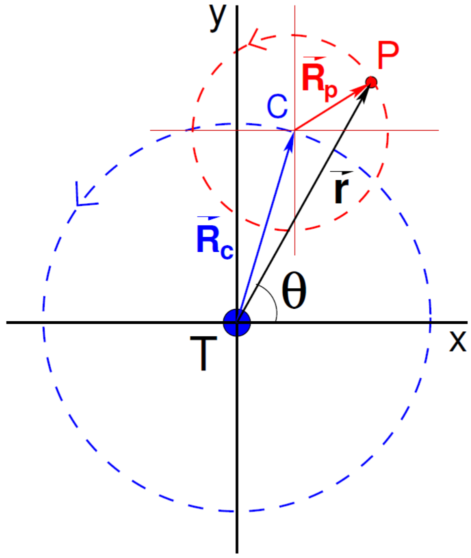
$\bar{\alpha}$ (horas)	**0**	**3/5**	**6/5**	**9/5**	**12/5**	**3**	**18/5**	**21/5**
α (horas)								
α - $\bar{\alpha}$ (min)								

c) Por fim, calcule as diferenças entre e α e $\bar{\alpha}$ em minutos e coloque os valores na terceira linha da tabela.

d) Qual a maior diferença obtida (em minutos)? Para este valor de $\bar{\alpha}$, o Sol estará atrasado ou adiantado em relação ao Sol médio?

R: d) Para os valores de $\bar{\alpha}$ acima, a maior diferença é um *atraso* do Sol real de 9 min 54s.

Q7 A figura mostra um planeta no modelo de Ptolomeu. O planeta *P* está em um epiciclo de raio **Rp** e período **Tp**. O centro *C* do epiciclo gira em um deferente de raio **Rc** e período **Tc** em torno do ponto *T*



Considere Tc=1 ano e Tp= 1/4 ano e Rc=2Rp.

O gráfico abaixo usa unidades em que Rc=1 e Rp=0,5.

a) Cada volta do ponto C no **deferente** corresponde a quantas voltas do ponto P no epiciclo?

b) No gráfico abaixo, desenhe o **deferente** da órbita (use o raio Rc=1).

c) Considere que, em t=0, o planeta P está na posição y=0 e x=1,5 Rc. Marque este ponto como "P0" e desenhe o **epiciclo** neste instante.

d) Marque os pontos C e P para os seguintes tempos (t em ano):

t1=1/16	t2=2/16=1/8	t3=3/16	t4=4/16=1/4
t5=5/16	t6=6/16=3/8	t7=7/16	t8=8/16=1/2

e) Una os pontos P0 a P8 e trace a trajetória aproximada do planeta.