

## Tópicos avançados em tratamento de dados – Otaviano Helene

1 – Duas grandezas foram medidas combinadamente, como indicado abaixo:

$$2b+m \rightarrow 3,0$$

$$3m \rightarrow 12,0$$

$$3b \rightarrow 6,0$$

As incertezas dos valores medidos são todas iguais a 1,0, não havendo covariância entre elas.

- Use o MMQ, para determinar o valor estimado de  $b$  e  $m$  bem como suas variâncias e a covariância entre eles.
- Use a distribuição de qui-quadrado para testar a hipótese dupla que [todas as grandezas identificadas por  $b$  medidas têm, de fato, o mesmo valor] e [todas as grandezas  $m$  medidas também têm o mesmo valor].

2 – Considere um experimento cujos dados obedecem a uma função probabilidade de Poisson com parâmetro  $a$  no qual foram obtidos três dados.

- Determine o valor a ser adotado para  $a$  fornecido pelo MMV quando os três dados obtidos são 1, 7 e 4.
- Estime a incerteza do valor adotado de  $a$  por propagação de incerteza.
- Qual é o LMV para a estimativa de  $a$  com três dados?

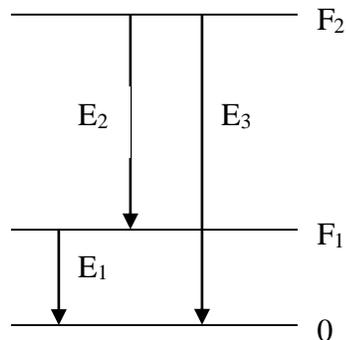
3 – Considere uma distribuição de Poisson com parâmetro  $a$ .

- Determine a estimativa de  $r=a^2$  dada pelo MMV bem como sua incerteza.
- Verifique que essa estimativa é tendenciosa.
- Verifique se a estimativa  $r'=n^2-n$  é tendenciosa ou não.

4 – Considere o esquema de transições da figura. As energias das transições indicadas foram medidas, obtendo-se os valores 10 eV, 20 eV e 28 eV (respectivamente  $E_1$ ,  $E_2$  e  $E_3$ ), todos com a mesma incerteza de 1,0 eV e não covariantes.

(a) Determine as energias dos dois níveis indicados,  $F_1$  e  $F_2$ , bem como sua matriz de covariâncias.

(b) A partir das energias dos níveis, calcule as energias das transições.



- (c) A matriz de covariância dessas energias calculadas é singular; explique a origem dessa singularidade.
- (d) Por que as energias calculadas são diferentes das energias medidas.

5 – Considere um experimento de queda livre no qual a posição no instante  $t = 0$  s é exatamente nula. Em  $t = 2,0$  s (exato), a posição medida foi 18 m, com desvio-padrão 1 m, e duas medidas da velocidade forneceram os valores 20,0 m/s e 22,0 m/s, com desvios-padrões iguais a 1 m/s

- (a) Com o MMQ, ajuste os parâmetros das funções  $x(t) = v_0 t + g_0 \cdot t^2 / 2$  e  $v(t) = v_0 + g_0 \cdot t$ . Considere não há covariância entre os dados.
- (b) Determine a matriz de covariância dos parâmetros ajustados;
- (c) Determine a velocidade esperada e sua incerteza para  $t = 3$  s.