Instituto de Física
USP

Física V - Aula 31

Professora: Mazé Bechara

Aula 31 - Mecânica quântica de Schroedinger: equação e solução de estados estacionários.

1. **Aplicação: funções de onda – um exemplo (continuação).**
2. **Estados estacionários na mecânica de Schroedinger – um conjunto de soluções possíveis para os potenciais conservativos na física clássica. Ou a equações de Schroedinger independente do tempo; ou os auto-estados de energia ; ou os estados de energia constante.**

Aplicação – interpretações na mecânica quântica

1. **Uma partícula de massa m, com velocidades não relataivísticas, tem funções de onda abaixo: Questão Q7 do Guia ao tópico IV com mais questões.**

$$\Psi(0 \le x \le L, t) = A sen\frac{n\pi x}{L}\exp(-i\frac{\hbar\pi^2}{2mL^2}n^2 t)$$

$$\Psi(x \le o, t) \sim 0$$

$$\Psi(x \ge L, t) \sim 0$$

$$n = 1,2,3...$$

d) **Determine a probabilidade da partícula estar nas posições mais praváveis e nas menos prováveis (de dx), nos estados com n=1 e com n=2. Mostre no gráfico pertinente a representação das probabilidades calculadas. Justifique.**

e) **Determine a probabilidade da partícula estar, no caso do estado n=1, no primeiro quarto da caixa.** Represente no gráfico do item (b).

f) **O momento linear é uma constante no movimento da partícula? E** o quadrado do momento linear é constante de movimento? **Justifique formalmente.** Se forem constantes determine as constantes. Se **não forem constantes determine os valores médios.** Justifique. **Não são contraditórias tais respostas?** Justifique.

g) É a energia **uma constante no movimento da partícula? Se** for constante determine o seu valor. **Se não for, determine o valor médio. Justifique e compare com a resposta do item anterior, e comente.**

h) O que **é possível prever, usando diretamente a função de onda espaço temporal, sobre o resultado de** **uma unica medida** das seguintes grandezas físicas da partícula: i1 **posição; i2 energia; i3 momento linear**? Justifique suas respostas.

Aplicação – interpretações na mecânica quântica

1. **Uma partícula de massa m, com velocidades não telativísticas, tem funções de onda abaixo:**

$$\Psi(0 \le x \le L, t) = A sen \frac{n\pi x}{L} \exp(-i \frac{\hbar \pi^2}{2mL^2} n^2 t) \qquad \Psi(x \le o, t) \sim 0$$

$$n = 1,2,3... \qquad \Psi(x \ge L, t) \sim 0$$

i) **Responda o mesmo que no item anterior no caso de cem (100) medidas**. Justifique.

j) **Diga se a função de onda dada têm todas as propriedades que qualquer função de onda deve ter dada a interpretação probabilistica da função de onda**.

k) ***Determine o potencial de interação*** *desta partícula em todo o espaço x.*

l) **Comente a validade das relações de de Broglie**.

m) Discuta **o princípio de incerteza energia-tempo** para estes estados quâticos. São **compatíveis** com resultados experimentais?

n) **O que é mostrar formalmente** que as funções de onda dadas **obedecem o princípio de incerteza momento linear-posição**? **Mostre formalmente em casa!**

A equação de Schroedinger para todas as partículas em movimento não relativístico

$$\{-\frac{\hbar^2}{2m}\vec{\nabla}^2+U(\vec{r},t)\}\Psi(\vec{r},t)=\{i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\}\Psi(\vec{r},t)$$

A equação de Schroedinger para potenciais conservativos da Física Clássica. Um conjunto particular de soluções

I. O que acontece nas situações de potenciais conservativos na Física Clássica, ou seja, dependentes apenas da posição?

II. Neste caso existe um conjunto particular de soluções particulares, entre todas as possíveis, tal que a função de onda pode ser escrita como o produto de uma função só da posição por outra só do tempo (método de separação de variáveis).

III. Vai daí que...

A equação de Schroedinger independente do tempo: autofução do operador energia (demonstração em aula)

$$\{-\frac{\hbar^2}{2m}\vec{\nabla}^2 + U(\vec{r})\}\varphi(\vec{r}) = E\varphi(\vec{r})$$

$$\{ih\frac{d}{dt}\}T(t) = ET(t)$$

$$\frac{dT}{T} = -i\frac{E}{\hbar}dt$$

$$\int_{T_o}^{T}\frac{dT}{T} = \int_{0}^{t} -i\frac{E}{\hbar}dt \quad T(t) = e^{-i\frac{E}{\hbar}t} = e^{-iwt}$$

As autofuções de energia para qualquer potencial de interação depende somente da posição - estados estacionários

$$\psi(\vec{r},t)=\varphi(\vec{r})T(t)=\varphi(\vec{r})e^{-i\frac{E}{\hbar}t}=\varphi(\vec{r})e^{-iwt}$$

$$\{-\frac{\hbar^2}{2m}\vec{\nabla}^2+U(\vec{r})\}\varphi(\vec{r})=E\varphi(\vec{r})$$

$$\left|\psi(\vec{r},t)\right|^2=\left|\varphi(\vec{r})e^{-i\frac{E}{\hbar}t}\right|^2=\left|\varphi(\vec{r})e^{-iwt}\right|^2=\left|\varphi(\vec{r})\right|^2$$

Os estados estacionários seriam estáveis?

- **Segundo o princípio de incerteza sim, pois:**
- **$(\Delta E)^2 = \langle E^2 \rangle - \langle E \rangle^2 = 0 \Rightarrow \tau = \Delta t \rightarrow \infty$**
- **Mas experimentalmente só se observa um estado estável: o estado fundamental**. Assim os demais estados não estão perfeitamente descritos pelos estados estacionários da teoria. Aguardem solução teórica!

$$|\psi(\vec{r},t)|^2 = \left|\varphi(\vec{r})e^{-i\frac{E}{\hbar}t}\right|^2 = \left|\varphi(\vec{r})e^{-iwt}\right|^2 = |\varphi(\vec{r})|^2$$