

Instituto de Física *USP*

Física V - Aula 29

Professora: Mazé Bechara

AVISOS

1. **2ª Prova: 1º/11/2013 (sexta-feira); LOCAL: Sala 202 das Ala 2 do Edifício Principal.**
2. **TEC 4 (último, UFA!) - na página da disciplina.**

Aula 29 – As ondas de partículas materiais - interpretações e as observações iniciais

1. Experimentos que revelam a onda de partículas.
2. Breve resumo histórico: de de Broglie (1924) até a interpretação de Copenhague para a Mecânica Quântica (1937).
3. O Princípio de Complementaridade de Bohr.

Mecânica Ondulatória para a partícula: *A Interpretação Estatística de Max Born*

Ref. Enge, Wehr & Richards - Introduction to Atomic Physics

Postulado 01: o estado dinâmico de uma partícula pode ser descrito por uma **função de onda espaço-temporal** $\Psi(\vec{r}, t)$ que permite extrair (todas) **informações** sobre a dinâmica da partícula.

Postulado 02: O que tem significado físico direto não são as funções de onda espaço-temporais $\Psi(\vec{r}, t)$, que podem até ser funções imaginárias. **O significado físico está na grandeza** $|\Psi(\vec{r}, t)|^2$.

O módulo ao quadrado da função de onda se relaciona com a **densidade de probabilidade**, ou seja, no caso de movimentos tridimensionais vale a relação:

$$\rho(x, y, z, t) = \frac{dP(\vec{r}, t)}{dV} = |\Psi(\vec{r}, t)|^2 = \Psi^*(\vec{r}, t)\Psi(\vec{r}, t)$$

$dP(\vec{r}, t)$ é a probabilidade de **uma única** partícula estar na posição $\vec{r}$, dentro do volume $dV = dx dy dz$ (em coordenadas cartesianas), no instante t , por unidade de dV .

Mecânica Ondulatória para a partícula: A Interpretação Estatística ee Max Born

Ref. Enge, Wehr & Richards - Introduction to Atomic Physics

Analogamente, para os movimentos **bidimensional e unidimensional**, a relação do módulo ao quadrado da função de onda é com a densidade superficial e a densidade linear de probabilidade, **respectivamente**:

$$\sigma(x, y, t) = \frac{dP(\vec{r}, t)}{dA} = |\Psi(\vec{r}, t)|^2 = \Psi^*(\vec{r}, t)\Psi(\vec{r}, t)$$

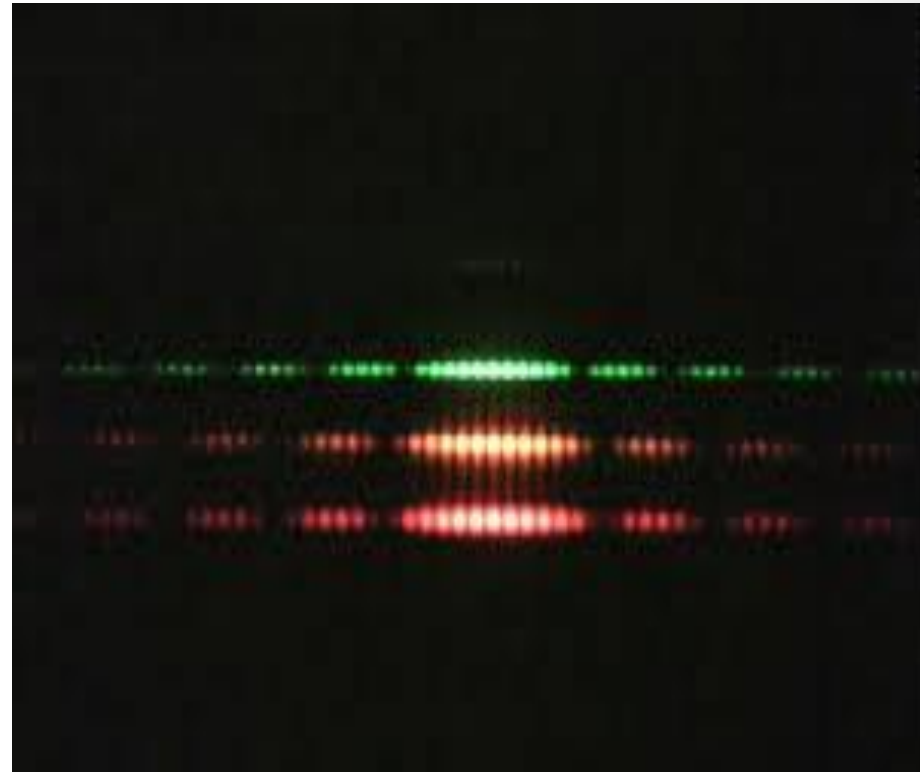
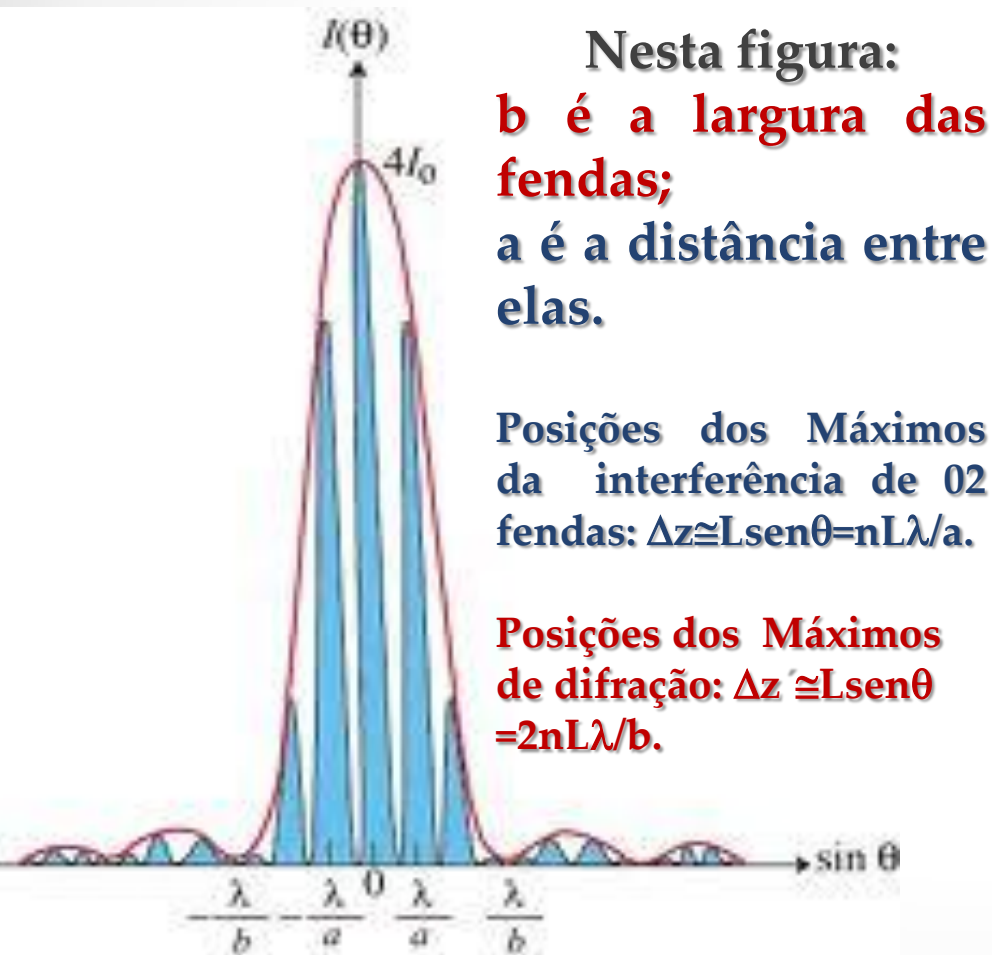
$$\lambda(x, t) = \frac{dP(x, t)}{dx} = |\Psi(x, t)|^2 = \Psi^*(x, t)\Psi(x, t)$$

Onda plana passando por duas fendas:

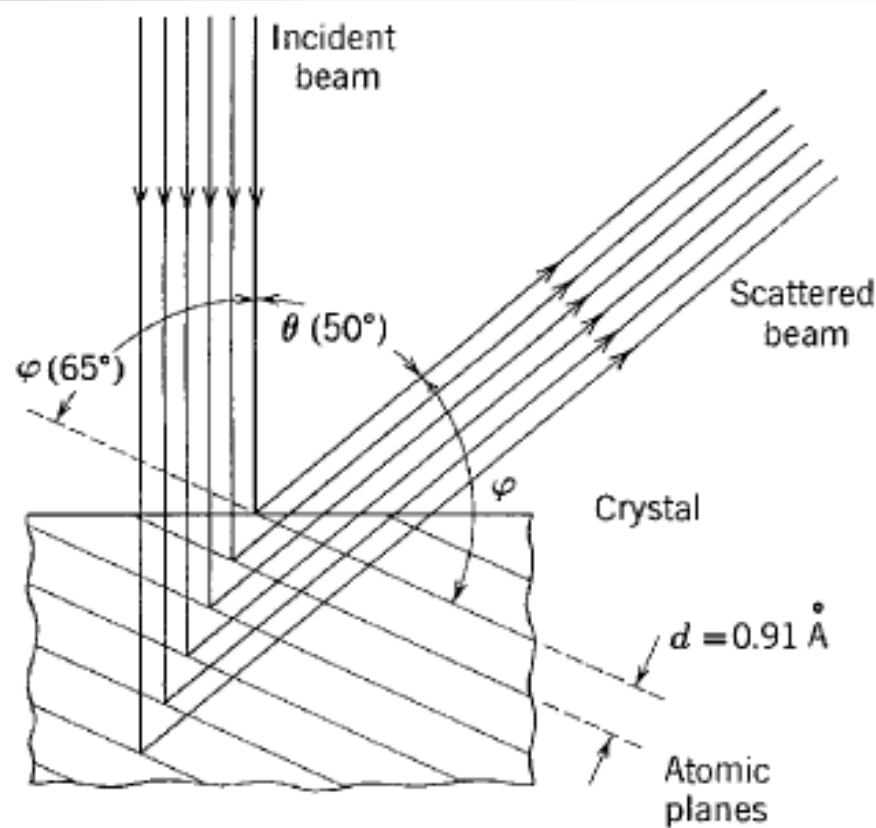
difração em cada fenda e interferência das fendas

A intensidade na tela (ao lado)
dedução em Física IV

A tela de frente



Difração de Bragg : os átomos como rede de difração:



Relação de Bragg para os máximos de difração: $2\mathcal{L} = 2d\sin\varphi = n\lambda$

$$\mathcal{L}/d = \cos(90^\circ - \varphi)$$

Observe que: $\theta/2 = (90^\circ - \varphi)$ ou $\varphi = 90^\circ - \theta/2$

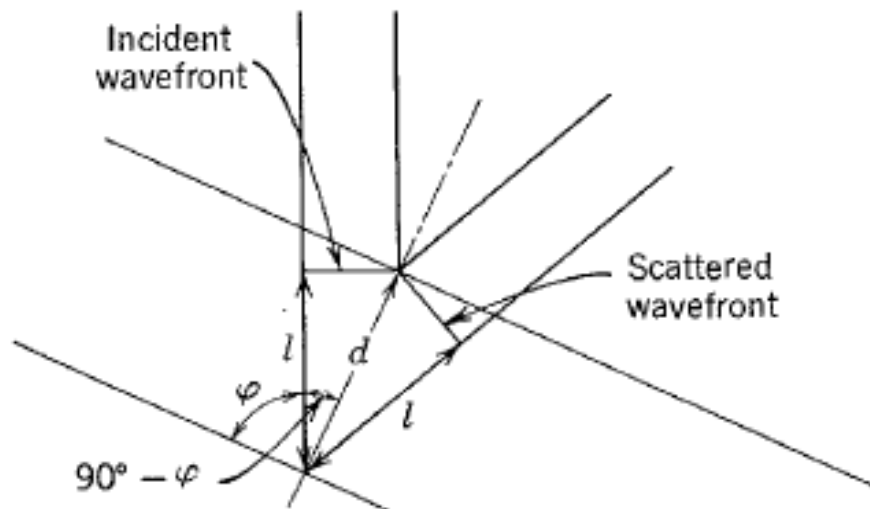


Figura do R. Eisberg e R. Resnick

Observando ondas das partículas breve histórico

- 1924 – proposta teórica de de Broglie. (Postulou onda estacionária para estados ligados, e neste caso sua quantização corresponde à de Wilson-Sommerfeld para dinâmica periódica. Mas de Broglie abre espaço para onda de estados não ligados: espalhamentos, transmissões...)
- 1925 – **Davidson e Germer** trabalhando no Laboratório da Bell (companhia telefônica americana) observam um “**estranho**” comportamento na “**reflexão**” dos elétrons de 54 eV que incidiam em amostras de Níquel após um acidente com o vácuo (onde estavam elétrons e a amostra de níquel). **Estranho porque mudou em relação à observação antes do acidente, e porque a intensidade dos elétrons espalhados parecia o que se observava com raios-X incidindo em cristais.**

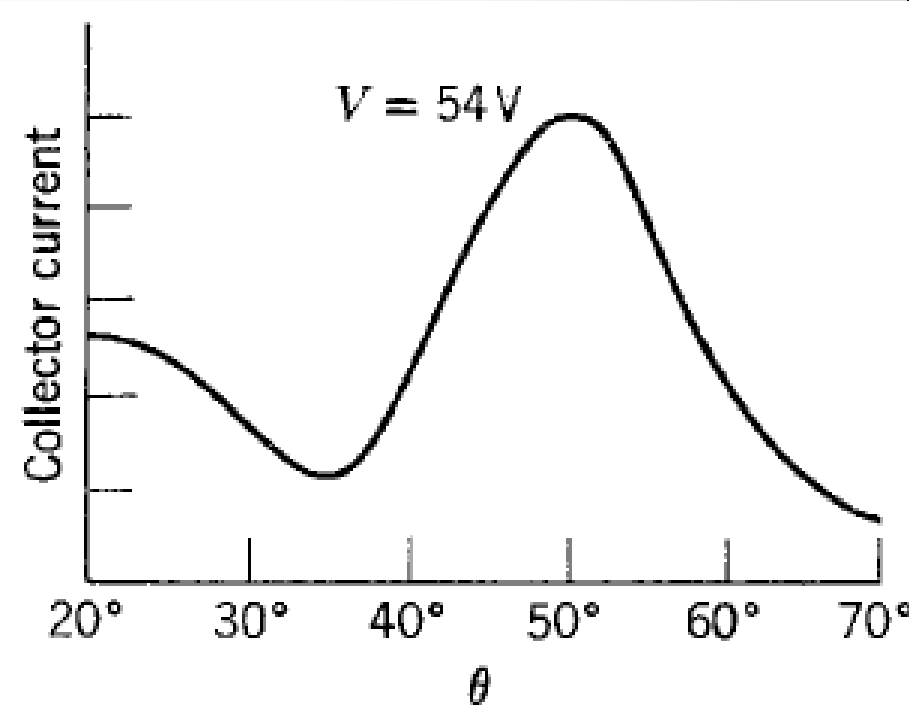
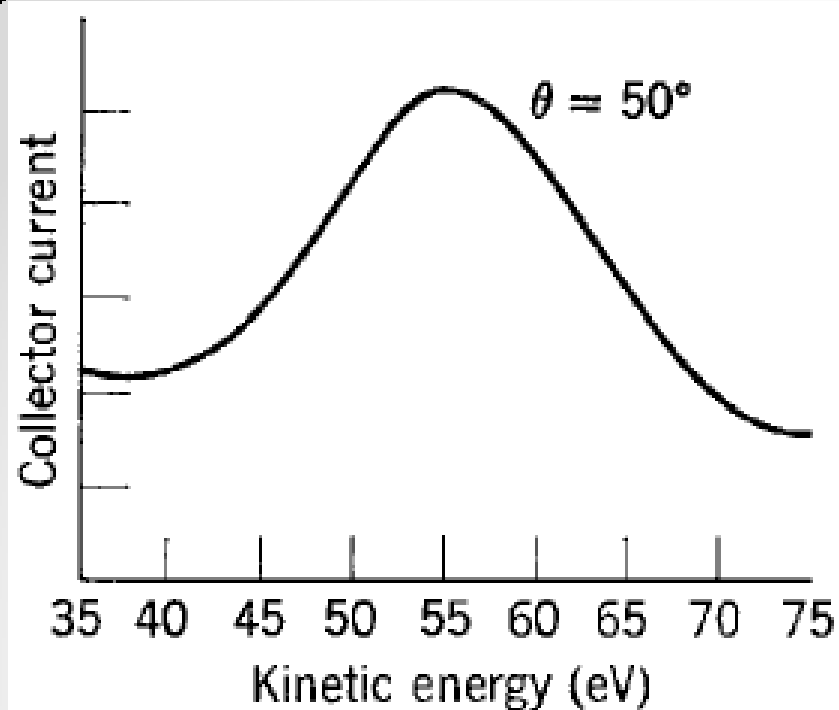


Figure 3-2 *Left:* The collector current in detector D of Figure 3-1 as a function of the kinetic energy of the incident electrons, showing a diffraction maximum. The angle θ in Figure 3-1 is adjusted to 50° . If an appreciably smaller or larger value is used, the diffraction maximum disappears. *Right:* The current as a function of detector angle for the fixed value of electron kinetic energy 54 eV.

Acidente na Bell: depois da quebra do vácuo, os elétrons de 54eV obedeciam a relação de Bragg para difração de ondas eletromagnéticas: para $\theta=50^\circ \Rightarrow \varphi=65^\circ$ e $\lambda=1,67$ angstroms, o que resulta $d=0,91$ angstroms - mesmo valor que se observa com raios X.

O comprimento de onda de elétrons e de fótons – valores numéricos

$\varepsilon_0 = 0,511 \text{ MeV}$

ε_c	$\varepsilon_c^2 (\text{eV}^2)$	$2\varepsilon_0 \varepsilon_c (\text{eV}^2)$	$\lambda_{NR} (\text{\AA})$	$\lambda_R (\text{\AA})$	$\lambda_f (\text{\AA})$
1eV	1	$1,022 \times 10^6$	12,3	12,3	12408
10 eV	100	$1,022 \times 10^7$	3,88	3,88	1240,8
54eV	2916	$5,519 \times 10^7$	1,67	1,67	229,7
100eV	10^4	$1,022 \times 10^8$	1,23	1,23	124,1
1KeV	10^6	$1,022 \times 10^9$	0,388	0,388	12,4
10KeV	10^8	$1,022 \times 10^{10}$	0,1227	0,1221	1,24
100KeV	10^{10}	$1,022 \times 10^{11}$	$3,88 \times 10^{-2}$	$3,70 \times 10^{-2}$	0,124
500KeV	$2,5 \times 10^{10}$	$5,11 \times 10^{11}$	$1,73 \times 10^{-2}$	$1,42 \times 10^{-2}$	$2,48 \times 10^{-2}$
1MeV	10^{12}	$1,022 \times 10^{12}$	$1,23 \times 10^{-2}$	$8,73 \times 10^{-3}$	$1,24 \times 10^{-2}$
2MeV	4×10^{12}	$2,044 \times 10^{12}$	$8,68 \times 10^{-3}$	$5,05 \times 10^{-3}$	$0,63 \times 10^{-2}$

Difração na “reflexão” de feixe de elétrons por policristais (folhas finas)

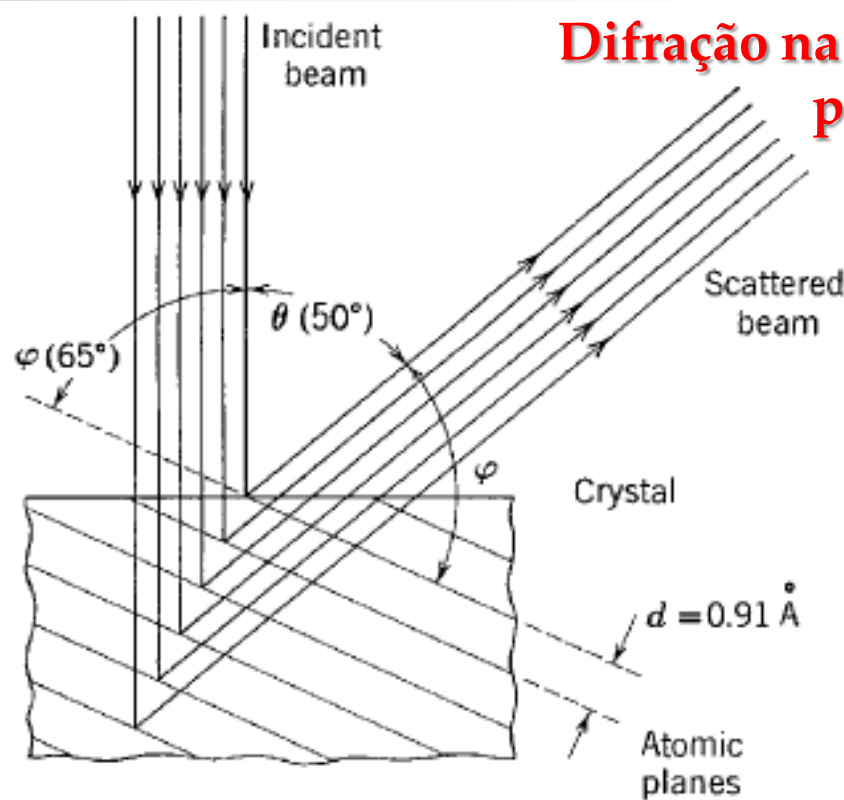
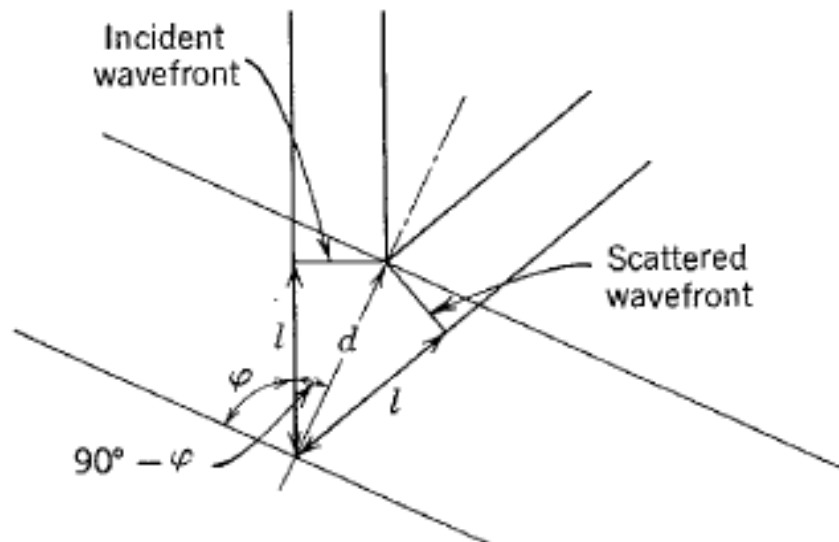
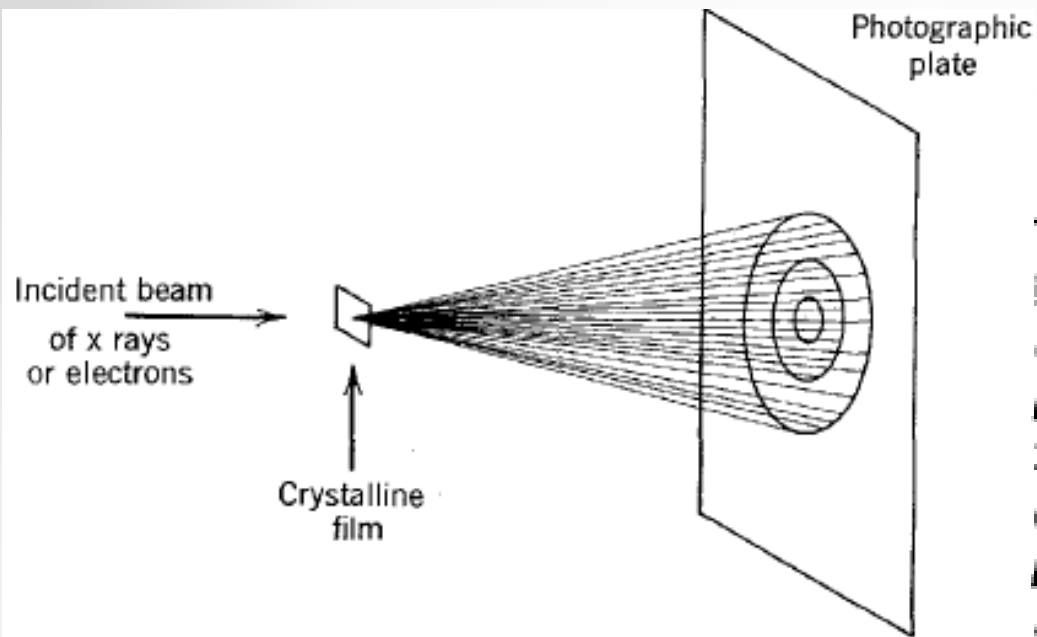


Figure 3-3 *Top:* The strong diffracted beam at $\theta = 50^\circ$ and $V = 54 \text{ V}$ arises from wavelike scattering from the family of atomic planes shown, which have a separation distance $d = 0.91 \text{ \AA}$. The Bragg angle is $\phi = 65^\circ$. For simplicity, refraction of the scattered wave as it leaves the crystal surface is not indicated. *Bottom:* Derivation of the Bragg relation, showing only two atomic planes and two rays of the incident and scattered beams. If an integral number of wavelengths $n\lambda$ just fit into the distance $2l$ from incident to scattered wave fronts measured along the lower ray, then the contributions along the two rays to the scattered wave front will be in phase and a diffraction maximum will be obtained at the angle ϕ . Since $l/d = \cos(90^\circ - \phi) = \sin \phi$, we have $2l = 2d \sin \phi$, and so we obtain the Bragg relation $n\lambda = 2d \sin \phi$. The “first order” diffraction maximum ($n = 1$) is usually most intense.



Observando ondas das partículas – breve histórico (continuação)

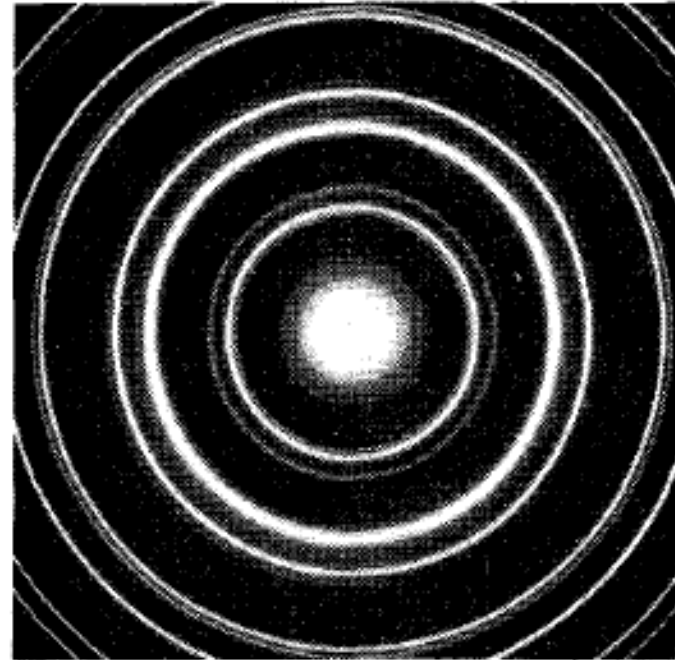
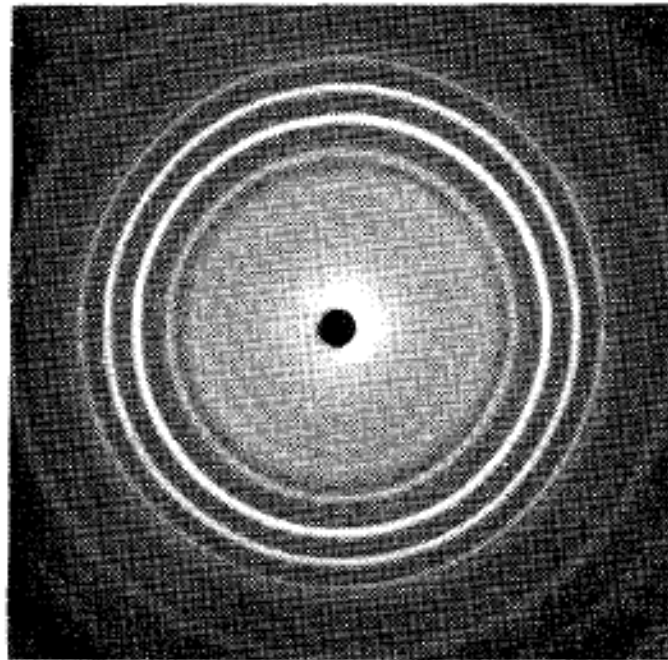
- Em 1925 Schroedinger faz a mecânica ondulatória da partícula (o mais usado formalismo da mecânica quântica). **E as ondas estacionárias da solução desta equação descrevem os estados do átomo de H e as transições observadas. (Tópico IV).**
- Em 1926 Davidson em Londres toma conhecimento da proposta de de Broglie e é convencido por Bohr, Richardson e Franck que ele teria observado a difração do elétrons de comprimento de onda de 1,67 angstroms por cristais de Níquel formados na amostra no acidente com vácuo. **Aí se tratava de feixe de ondas de partículas livres difratadas pelas partículas do cristal!**
- Em 1926 G. P. Thomson (filho do J.J.) observa a **difração de elétrons entre 10 e 40KeV por transmissão de elétrons** através de finas folhas de sólidos **(cristais policristalinos com orientação aleatória)**. **Aqui também seriam ondas das partículas livres sendo difratadas por partículas ligadas no sólido!**



Difração em experimento de transmissão de feixe de elétrons e de raios X por material policristalino (folhas finas).

Top: The experimental arrangement for Debye-Scherrer diffraction of x rays or electrons by a polycrystalline material.
Bottom left: Debye-Scherrer pattern of x-ray diffraction by zirconium oxide crystals.

Bottom right: Debye-Scherrer pattern of electron diffraction by gold crystals.



Observando ondas das partículas – breve histórico (continuação)

- Em 1927 Davidson estuda sistematicamente a difração de elétrons com energia cinética entre 40eV e 400eV (não relativísticos). Confirma os resultados de comprimento de onda de de Broglie, que ele havia observado após acidente na na Bell
- Em 1927, Dirac escreve uma equação de onda para uma partícula em movimento relativístico, e o spin está na equação de onda. A solução para o átomo de H nesta equação relativística (ou em Schroedinger + spin) usando interação coulombiana como interação, principal entre elétron e núcleo, tem todas as transições observadas, incluída a estrutura fina nas transições.
- Neste mesmo ano de 1927 há uma reunião em Solvay com enormes debates sobre o significado das interpretações da quântica, principalmente entre Bohr e Einstein.

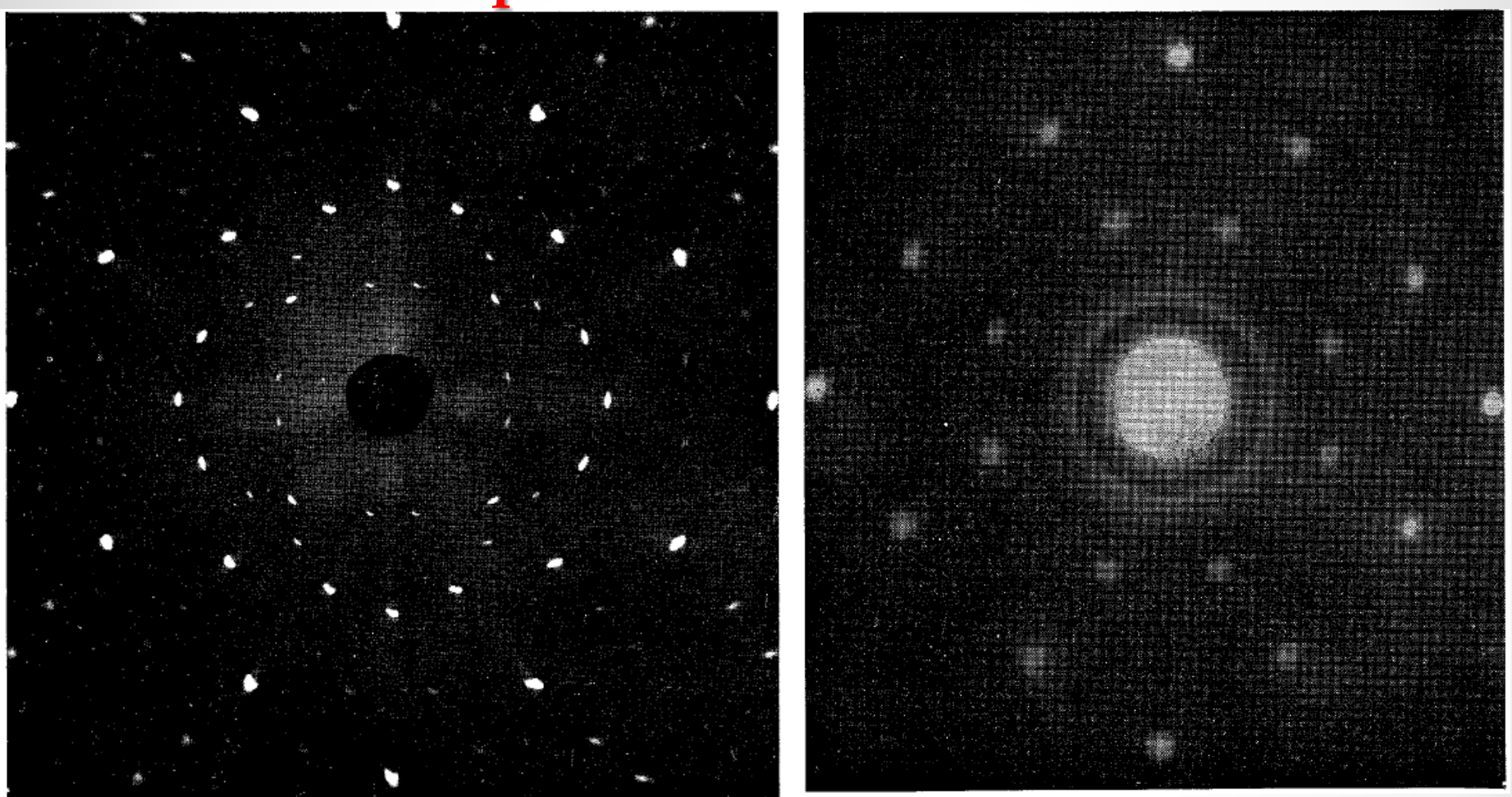
Observando ondas das partículas – breve histórico (continuação)

- 1930 Stern e Estermann **observam difração de He e de H (partículas neutras) em cristal de fluoreto de Lítio.**
- 1932 o neutron é descoberto por Chadwick e é observada a difração de neutrons por cristais e comparados com resultados de raios-X (figura e experimento discutidos em aula.) *Obs: neutrons são neutros e criados em reatores com velocidades “térmicas”. Só são estáveis nos núcleos. Fora dos núcleos têm meia vida de $885,7(8)s=14,8min$.*
- 1937 **Davidson e G. P. Thomson ganham o prêmio Nobel de Física pela observação do caráter ondulatório das partículas materiais.**
- 1937 - Há uma reunião em Copenhague na qual os físicos fizeram um acordo de interpretação da Mecânica quântica, chamada de Interpretação de Copenhague. Interpretação • **adota na disciplina.**

Observando e interpretando as ondas das partículas

- A partir daí ocorreram consequências muito “palpáveis”, da eletrônica à computação, com base em efeitos quânticos e com estas interpretações vigentes (que podem mudar!).
- Boa idéia com resultados experimentais comprovados vira ciência aceita!

Difração de nêutrons e de raios X em experimentos de transmissão por monocristal de cloreto de sódio



Left Laue pattern of x-ray diffraction by a single sodium chloride crystal.
Right Laue pattern of diffraction of neutrons from a nuclear reactor by a single sodium chloride crystal.

Princípio de complementaridade de Bohr ~ 1932



Os aspectos corpuscular e ondulatório da partícula material (e da radiação eletromagnética) são complementares: se uma observação (medida) revela o caráter corpuscular, então é impossível que revele também o ondulatório, e vice-versa.

Ao lado: armas desenhadas por Bohr para receber a comenda de Cavaleiro da Ordem do Elefante da Dinamarca em 1947

**Contraria sunt complementa
(contrários são complementares)**

Bohr e Einstein – debates acalorados...

sem perder a ternura!



Em 1927, na conferência de Solvay, Einstein bombardeou Bohr com questões que faziam objeções à interpretação probabilística para uma partícula, colocando situações que violariam princípios básicos da Física. E o fez do café da manhã até o anoitecer.

A cada “experimento de pensamento” proposto por Einstein como um paradoxo, Bohr refutou, cuidadosa e satisfatoriamente.

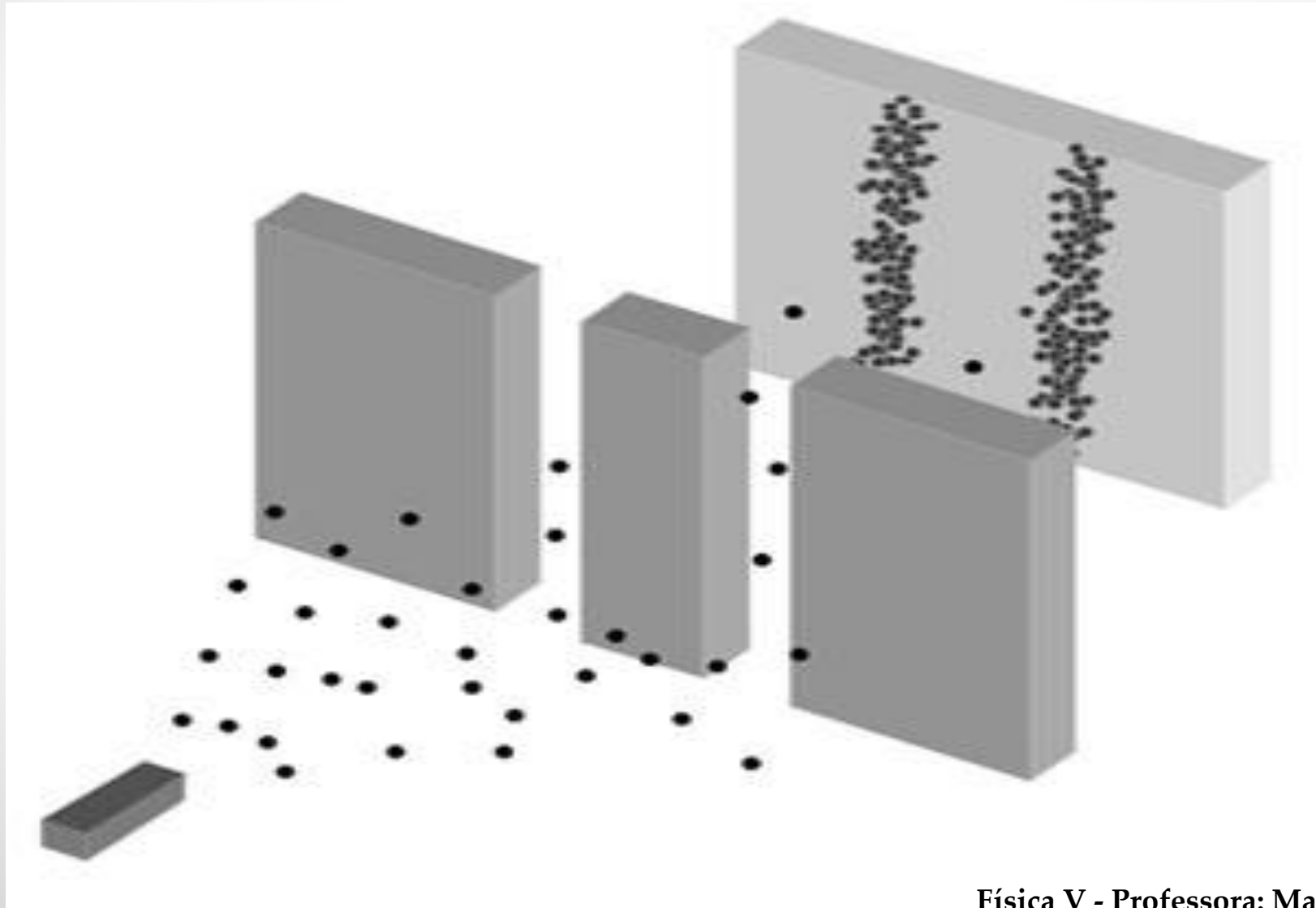
Na verdade esta discussão se prolongou até 1930 e levou Bohr ao princípio de complementaridade, e também ao entendimento vigente do princípio de incerteza de Heisenberg, acordado em uma conferência em Copenhague em 1937. Esta interpretação é a adotada na disciplina.

Veja o texto de Heisenberg na página da disciplina!

Complementaridade na Mecânica Quântica

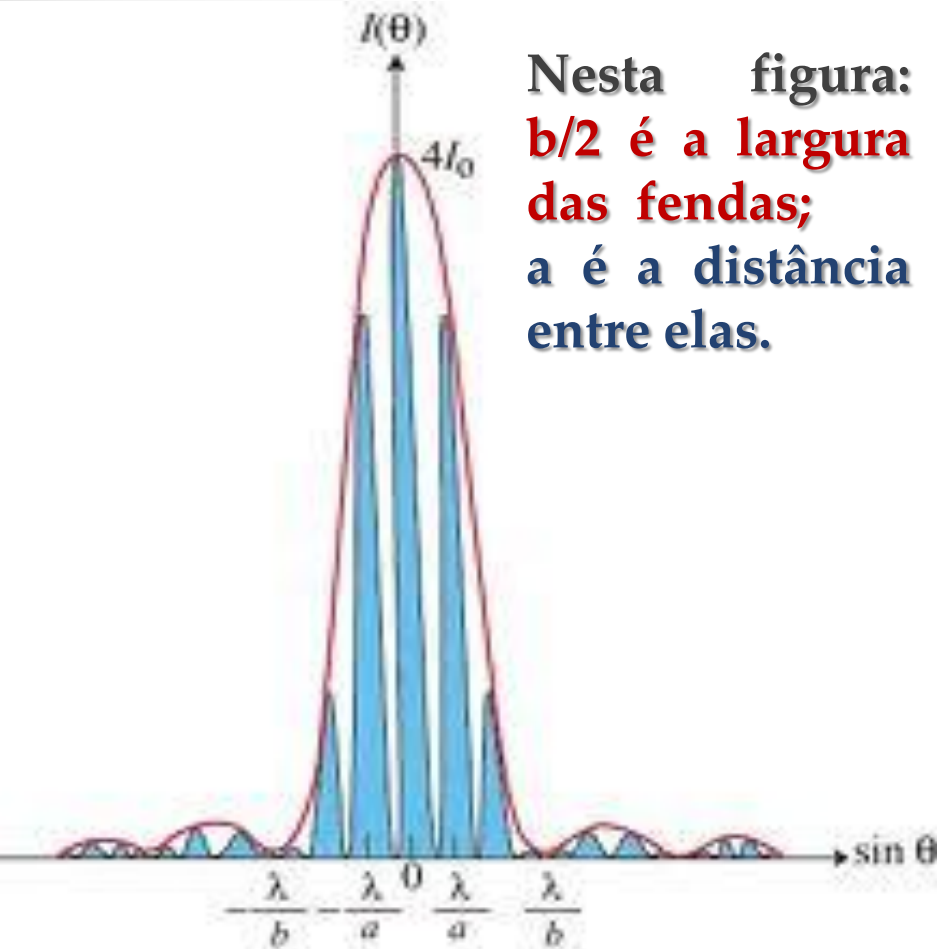
- [Leon Rosenfeld \(1\)](#)
- "**complementarity** is not a philosophical superstructure invented by Bohr to be placed as a decoration on top of the quantal formalism, **it is the bedrock of the quantal description**".
- Em tradução livre: "**complementaridade** não é uma superestrutura filosófica inventada por Bohr para ser colocada como uma decoração sobre o formalismo quântico; **ela é o alicerce da descrição quântica**"
- [\(1\) "Complementarity: Bedrock of the Quantal Description"](#), Léon Rosenfeld, ed. Kalckar, et.al. (1996), em *Foundations of Quantum Physics II (1933 - 1958)*. Edição de J. Kalckar, Niels Bohr Collected Works; Elsevier. pp. 284–285.

Experimento de duas fendas – feixe de partículas

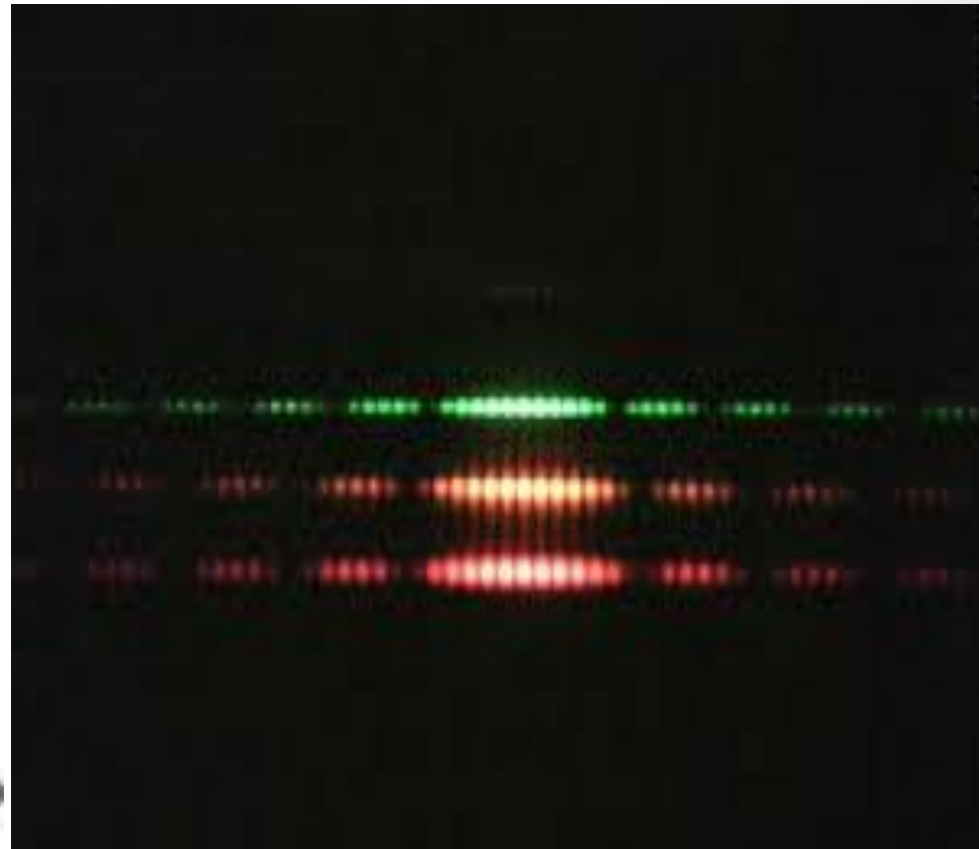


Onda plana passando por duas fendas: difração em cada fenda e interferência das fendas

A intensidade na tela



A tela de frente

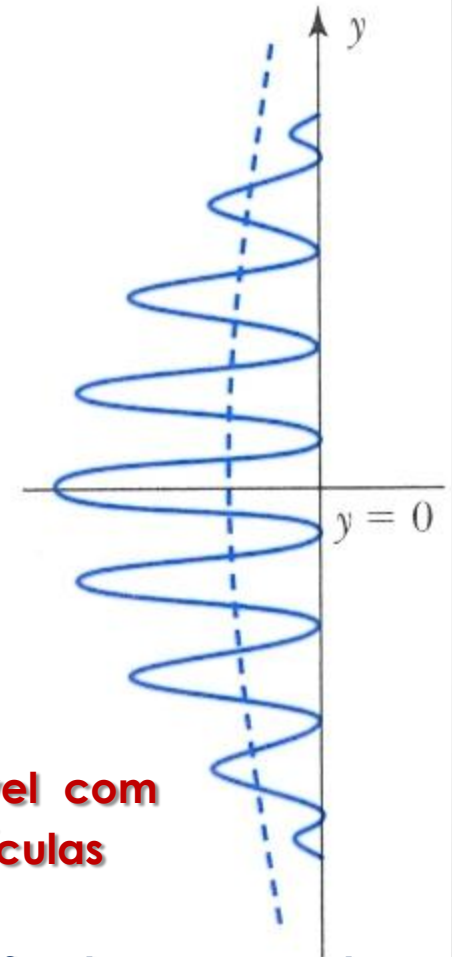
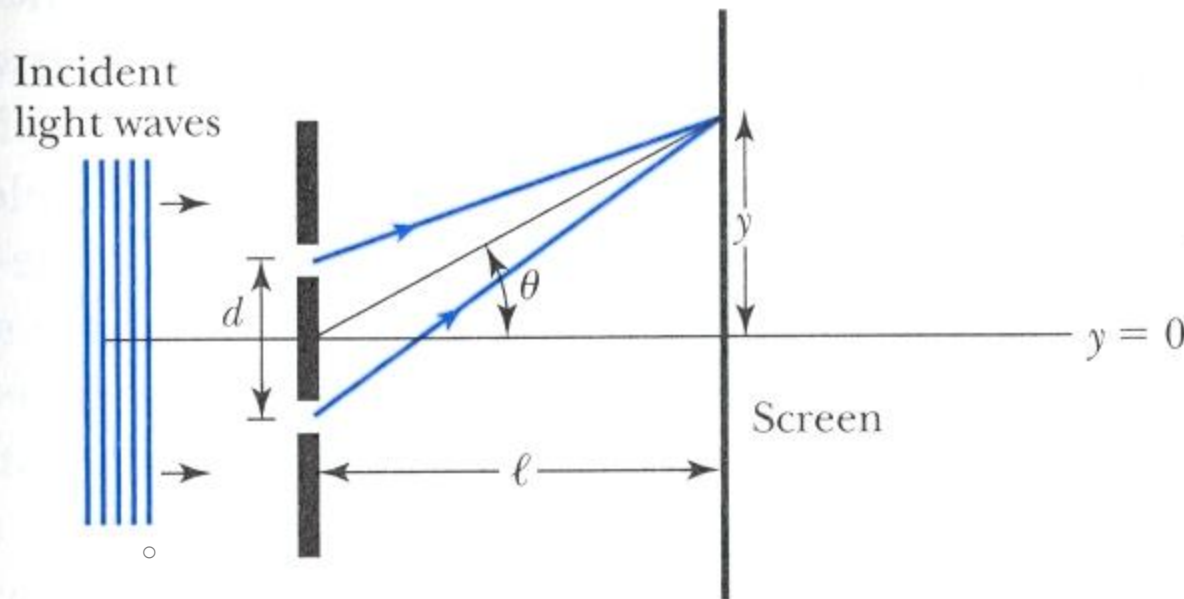


Complementaridade no experimento de duas fendas

(a)

duas fendas

(b)

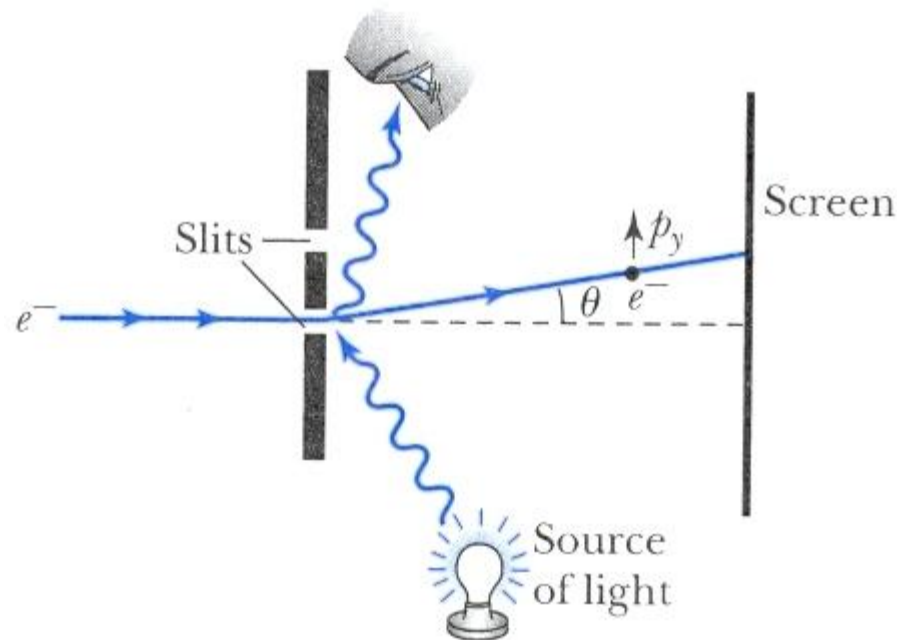


(a) Diagrama esquemático. Experimento facilmente realizável com laser como fonte de luz ($\ell \ll d$). Esperado o mesmo de partículas materiais com o mesmo comprimento de onda.

(b) A linha sólida indica o padrão de Interferência das duas fendas superposta à difração nas fendas. Se uma das fendas for coberta se observará uma intensidade como a da linha tracejada, mas com o máximo em frente à fenda aberta, devido à difração na fenda.

Experimento no debate Einstein-Bohr

- Einstein: e se for observado em qual fenda o elétron passou, o que se observa na tela? E se for fechada a fenda? O Observador “interfere” na natureza Física?



- Bohr: O $\lambda_f \sim d/2$ para ser possível distinguir se a partícula passou pela fenda de cima ou de baixo. Mas isto quer dizer que na direção vertical se passa a ter uma indeterminação da ordem de $d/2$. Pelo princípio de incerteza, $\Delta p_y \geq \hbar/d$. Este momento Δp_y (já que inicialmente $p_y=0$) causa um desvio na direção y que “borra” a franja de interferência. (A posição do primeiro mínimo em relação ao máximo central: $\Delta z_{\min 1} \cong L \sin \theta = L\lambda/2d$.).

Previsão e Experimento segundo Heisenberg

- “A interpretação teórica de uma experiência requer, portanto, três estágios distintos: (1) traduzir a situação experimental inicial em função de probabilidade; (2) seguir a evolução temporal dessa função; (3) escolher uma nova medida a ser feita no sistema físico considerado, cujo resultado poderá então ser calculado em função da probabilidade”.
- “No primeiro deles temos que descrever o arranjo experimental, eventualmente combinando-o com a primeira e, em termos de conceitos de física clássica, e, após, traduzir tal descrição em uma função de probabilidade. A função de probabilidade obedece às leis da teoria quântica, e, a variação contínua dessa função, com o correr do tempo, pode ser calculada a partir das condições iniciais: este é o estágio dois.”
- “Quando, então, chegamos ao momento da próxima observação experimental, cujo resultado deveria ser predito pela teoria, é importante entender que o objeto de pesquisa está em contato com a outra parte do Mundo, a saber, o arranjo experimental, a régua de medida, etc, antes ou, pelo menos, no momento da observação.”
- “O ato de observação, por si mesmo, muda a função de probabilidade de maneira descontínua; ele seleciona, entre todos os eventos possíveis, o evento real que ocorreu. Visto que, pela observação, nosso conhecimento do sistema mudou descontinuamente, sua representação matemática sofreu essa descontinuidade. E falamos então em “salto quântico”. Quando ouvimos o velho adágio, *Natura no faciat saltus*, como base para se criticar a teoria quântica, poderemos replicar que, certamente, nosso conhecimento pode mudar abruptamente, e esse fato justifica o uso da expressão “salto quântico”.

E Heisenberg disse mais em “Física e Filosofia”

- “Nosso trabalho científico, em Física, consiste em fazer perguntas sobre a Natureza, usando a linguagem que possuímos e tentando conseguir as respostas por via experimental, com os meios de que dispomos.

Dessa maneira, a teoria nos faz lembrar, como se expressou Bohr, de uma sabedoria muito antiga segundo a qual – na procura da harmonia da vida – jamais deveremos esquecer que, no drama da existência, somos ao mesmo tempo atores e espectadores.

É inteligível que, em nosso relacionamento científico com a Natureza, nossa própria atividade torne-se muito importante ao termos que lidar com partes da Natureza, onde só poderemos penetrar fazendo uso das mais elaboradas ferramentas”

Não há qualquer interpretação mística por parte de Heisenberg (imagino). Ele está se referindo às medidas científicas, e à filosofia inerente às ciências naturais e suas interpretações teóricas.