



Estudo de Curto-Circuito



Roteiro



1. Objetivo / aplicações
2. Natureza da corrente de defeito
3. Resposta em regime (4 tipos de defeito)
4. Resposta transitória
5. Conclusões

Objetivo



⌘ Determinação de correntes e tensões quando da ocorrência de um defeito na rede elétrica

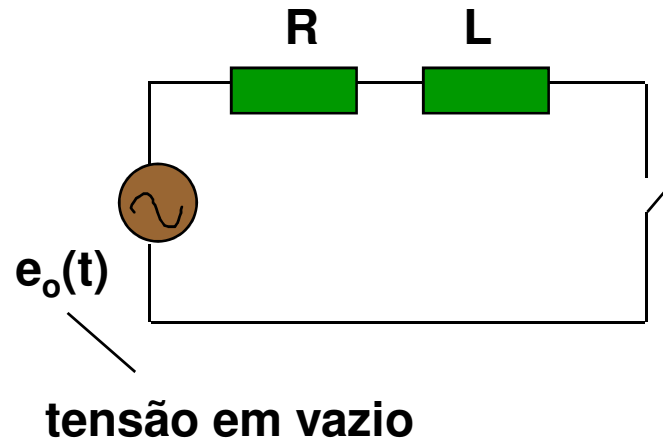
Aplicações



- ⌘ proteção de seres humanos (ϕ -t e 2ϕ -t - sobreensões)
- ⌘ proteção de componentes: linhas, transformadores, ...
- ⌘ dimensionamento dos dispositivos de proteção

Natureza da corrente de defeito

**Modelo simplificado: circuito RL série
(domínio do tempo, monofásico)**

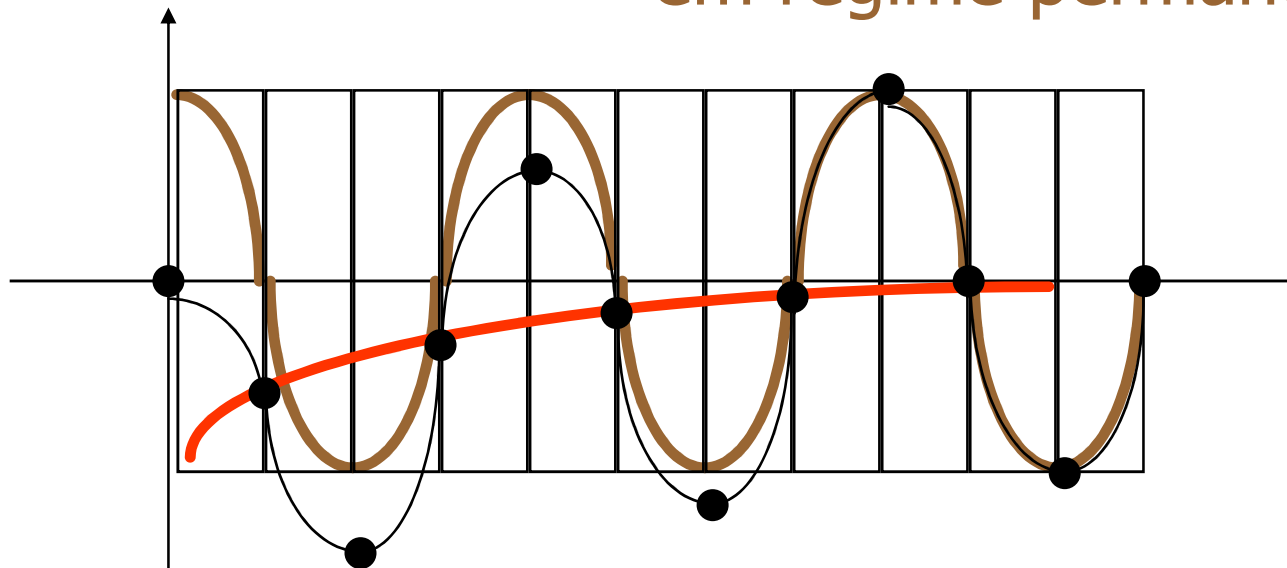


Resposta completa (transitória e regime)

$$i(t) = \underbrace{\frac{E_m}{Z} \left[-\cos(\alpha - \varphi) e^{-R/L t} \right]}_{\text{Resposta transitória}} + \underbrace{\frac{E_m}{Z} [\cos(\omega t + \alpha - \varphi)]}_{\text{Resposta em regime permanente}}$$

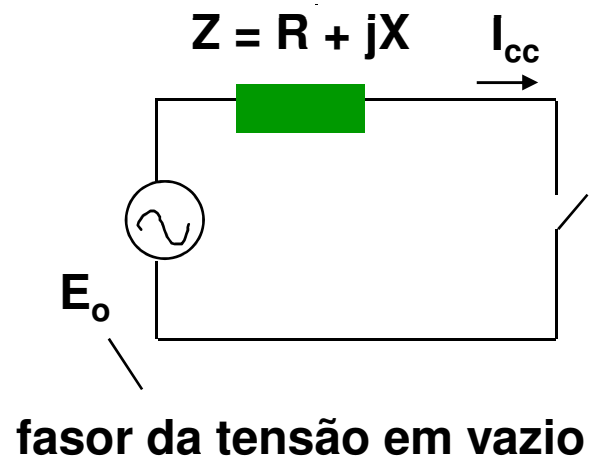
Resposta transitória

Resposta
em regime permanente



Resposta em regime

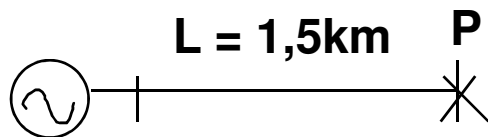
Impedância equivalente de Thévenin (60 Hz)



Fasor da corrente de curto-circuito:

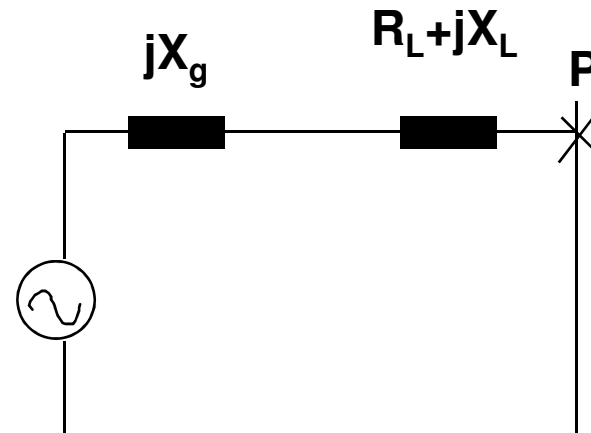
$$I_{cc} = E_o / Z = E_o / (R + jX)$$

Exemplo

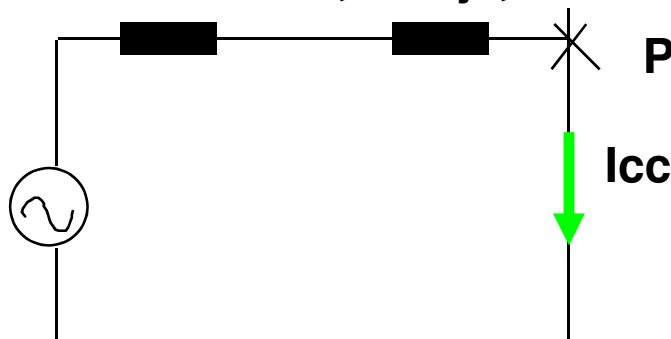


$V_n = 3.8 \text{ kV}$
 $x = 5\%$
 $S_{\text{nom}} = 10 \text{ MVA}$
 $f = 60\text{Hz}$

$r = 0,19 \text{ } \Omega/\text{km}$
 $x = 0,38 \text{ } \Omega/\text{km}$



Solução: $j0,072 \text{ } \Omega$ $0,285 + j0,570 \text{ } \Omega$



$$I_{cc} = \frac{3,8 \angle 0^\circ}{0,285 + j0,642} = \frac{3,8 \angle 0^\circ}{0,70 \angle 66^\circ} = 5,42 \angle -66^\circ \text{ kA}$$

Aplicação p/ Sistema Elétrico

⌘ FONTES DE CURTO-CIRCUITO:

- ☑ geradores síncronos
- ☑ motores síncronos
- ☑ motores de indução

⌘ REDES ELÉTRICAS:

- ☑ capacitâncias
- ☑ resistências
- ☑ indutâncias

Algumas aproximações feitas para Estudos de Curto-Circuito

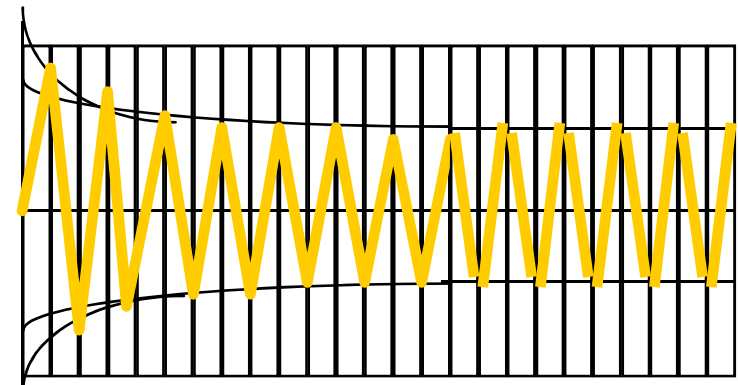
⌘ Modelo simplificado, na frequência de 60 Hz. Impedâncias equivalentes de Thevenin são calculadas nesta frequência.

⌘ Outros fatores tais como:

⏏ componentes direcionais

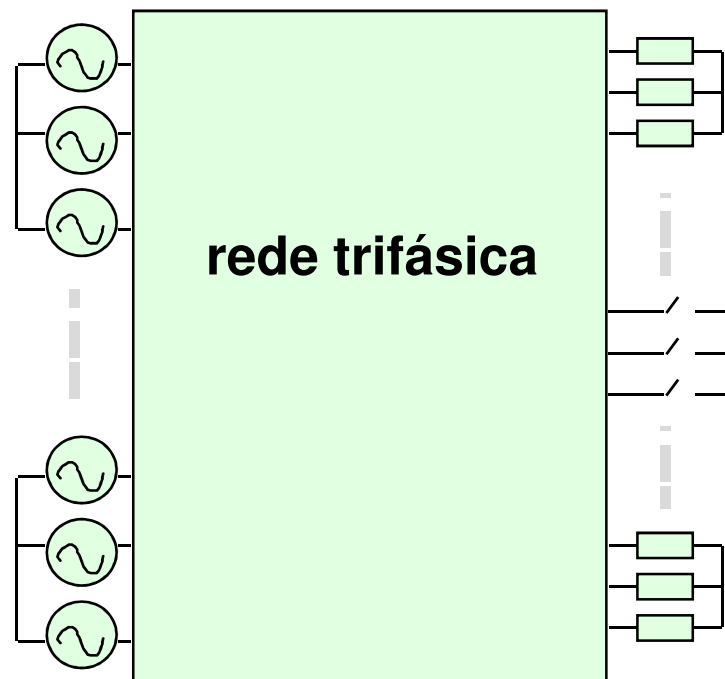
⏏ reação das máquinas elétricas

são tratados de forma a complementar o modelo simplificado



Curto-circuito trifásico (3ϕ)

Seja uma rede trifásica, suprida por “m” geradores trifásicos e simétricos, alimentando “n” cargas trifásicas equilibradas:



Curto-circuito trifásico (3ϕ)

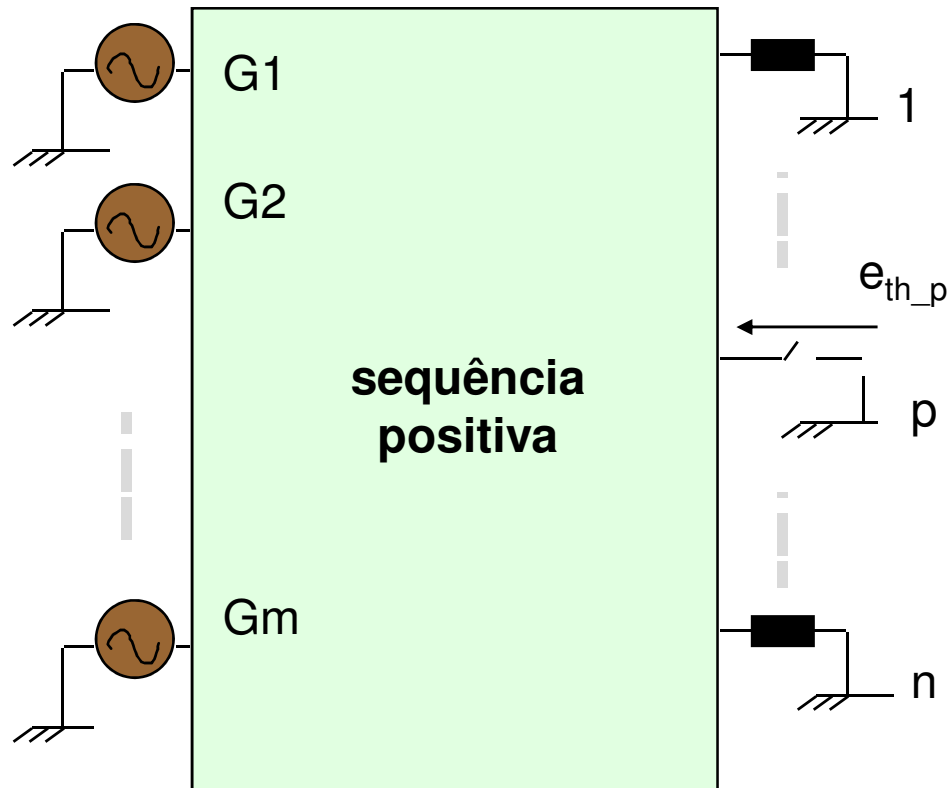
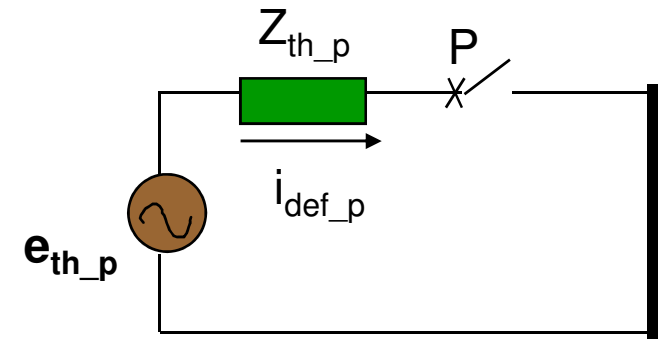


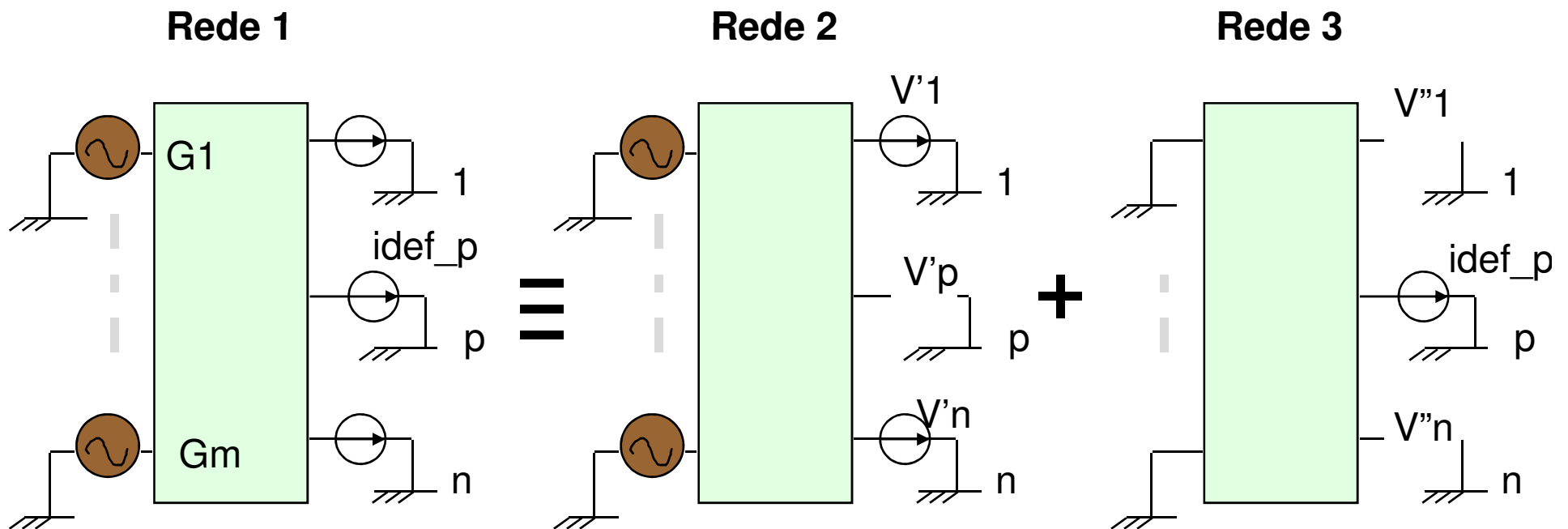
Diagrama de sequência positiva em pu



Equivalente de Thevenin no ponto P

Superposição de efeitos

Corrente de defeito:
$$i_{def,p} = \frac{e_{th,p}}{Z_{th,p}} = \frac{v'_p}{Z_{th,p}}$$



Princípio da superposição de efeitos



- ⌘ Rede 1: rede completa, cargas e corrente de defeito simulados por geradores de corrente ideais
- ⌘ Rede 2: geradores de tensão e geradores de corrente das cargas ativados, gerador da corrente de defeito desativado (condição de pré-falta)
- ⌘ Rede 3: geradores de tensão e corrente desativados, gerador de corrente de defeito ativado

Potência de curto-circuito trifásico

$$S_{3\phi} = \sqrt{3} V_{nom} I_{3\phi}$$

$$s_{3\phi} = \frac{S_{3\phi}}{S_B} = \frac{\sqrt{3} V_{nom} I_{3\phi}}{\sqrt{3} V_B I_B} = i_{3\phi}$$

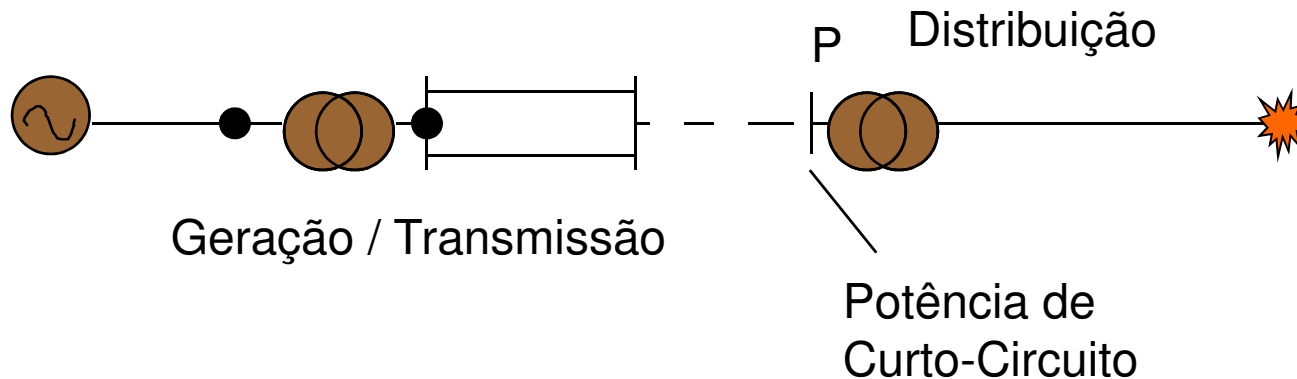
(a potência e corrente de curto são iguais em pu)

Potência de curto complexa $s_{3\phi} = v_{nom} \dot{i}_{3\phi}^*$ e $S_{3\phi} = s_{3\phi} S_B$

Utilidade da pot. de curto-circuito

⌘ Equivalente do sistema em dado ponto:

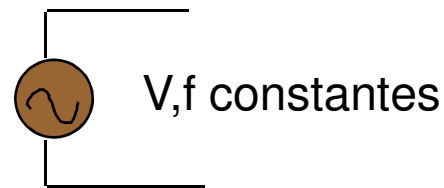
$$S_{3\phi,P} = \dot{i}_{3\phi,P}^* = \frac{V_{th,P}^*}{Z_{th,P}^*} = \frac{1}{Z_{th,P}^*} \Rightarrow Z_{th,P} = \frac{1}{S_{3\phi,P}^*}$$



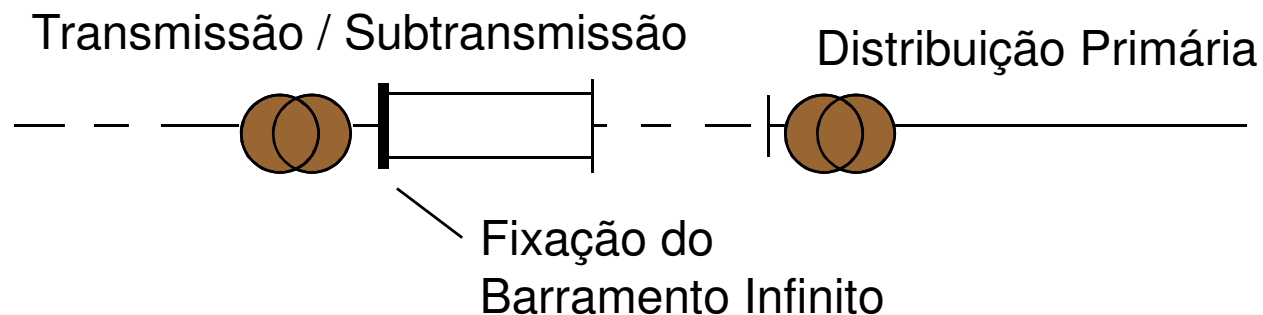
Barramento infinito

Ponto do sistema elétrico no qual os valores de tensão e frequência são fixos, independentemente do tipo ou quantidade de carga ligada.

Circuito equivalente:

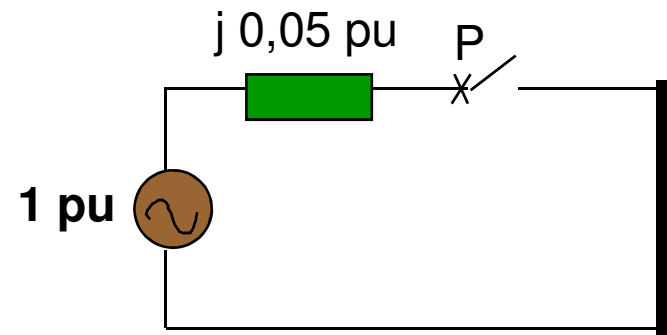
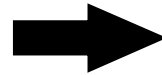
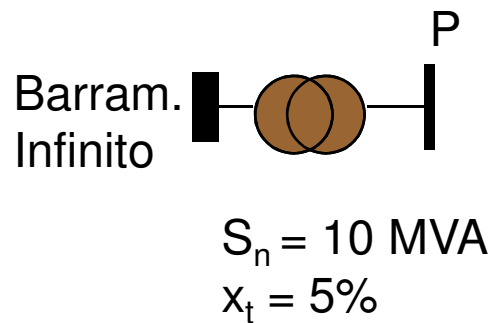


Utilidade: "cortar" a rede num determinado ponto "atrás", sem incidir em erros significativos para o cálculo de curto-circuito:



Exemplo

⌘ Cálculo da potência de curto-circuito trifásico no secundário de um transformador (ponto P), alimentado no primário por um Barramento Infinito:



Equivalentente de Thevenin no ponto P

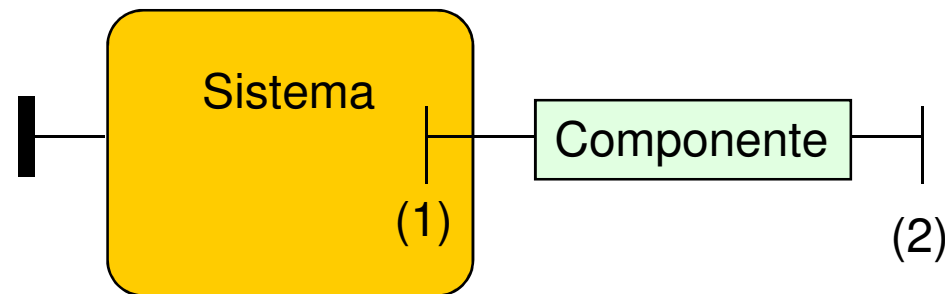
em módulo:

$$Z_{th} = \frac{1}{S_{3\phi}}$$
$$\Rightarrow S_{3\phi} = \frac{1}{0,05} = 20 \text{ pu}$$

ou

$$S_{3\phi} = S_{3\phi} \cdot S_{base} = 20 \cdot 10 = 200 \text{ MVA}$$

Paralelo das pot. de curto circuito



Conhecendo-se S_1 , potência de curto-circuito em (1), e S_{2inf} (pot. de curto em (2) quando o componente é alimentado por barramento infinito):

$$i_{3\phi,2} = \frac{1}{z_{th_1} + z_{comp}} = \frac{1}{\frac{S_B}{S_1^*} + \frac{S_B}{S_{2inf}^*}}$$

$$S_2 = S_B i_{3\phi,2}^* = \frac{S_1 S_{2inf}}{S_1 + S_{2inf}}$$

Paralelo das potências de curto circuito

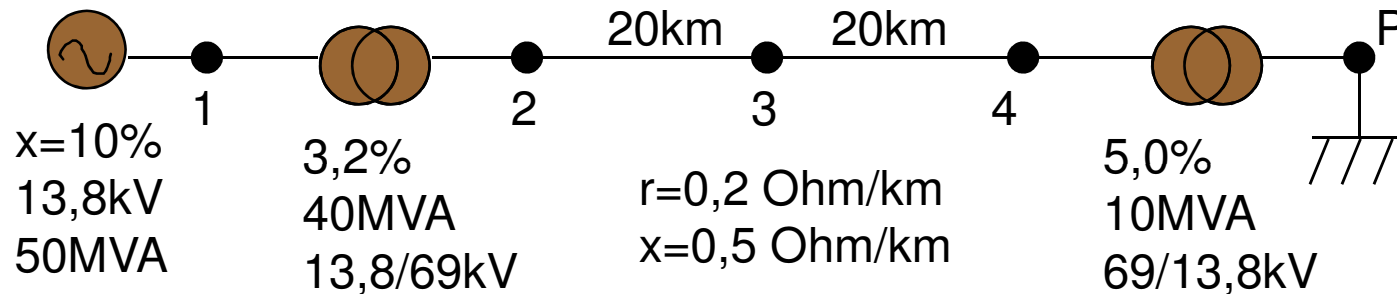
A expressão *paralelo das potências de curto-circuito* é utilizada pela analogia ao paralelo de dois resistores.

A expressão deve ser utilizada, lembrando-se das fases das potências de curto circuito:

$$S_2 \frac{/\varphi_2}{S_1 \frac{/\varphi_1}{S_1} + S_{2inf} \frac{/\varphi_{2inf}}{S_{2inf}}} = \frac{S_1 \frac{/\varphi_1}{S_1} S_{2inf} \frac{/\varphi_{2inf}}{S_{2inf}}}{S_1 \frac{/\varphi_1}{S_1} + S_{2inf} \frac{/\varphi_{2inf}}{S_{2inf}}} \cong \frac{S_1 S_{2inf}}{S_1 + S_{2inf}}$$

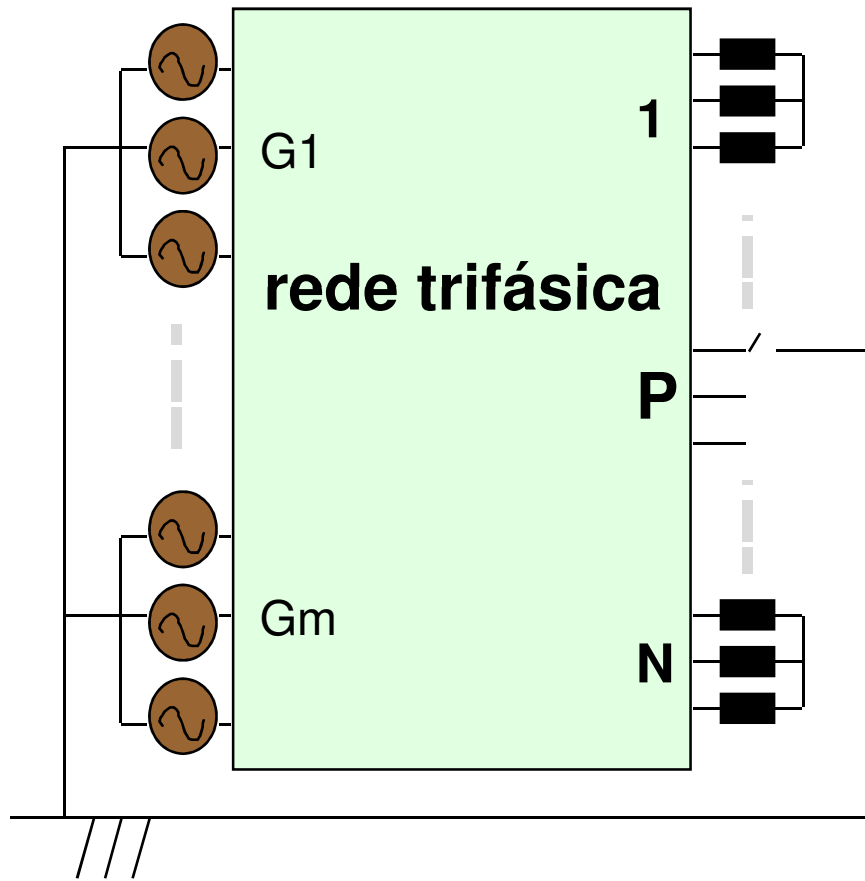
Exemplo

- Cálculo dos módulos das potências de curto-circuito nos pontos 1, 2, 3, 4 e P pela equação simplificada.



Ponto	S_{inf}	$S_{simplif,i}$	S_{compl}
1	500	500	500 $\angle -90$
2	1250	357	357 $\angle -90$
3	442	197	201 $\angle -80.2$
4	442	136	139 $\angle -76.5$
P	200	81	82.5 $\angle -82.0$
Potências em MVA			

Curto-circuito fase-terra (ϕ -t)



condições de contorno no Ponto P

$$v_A = 0$$

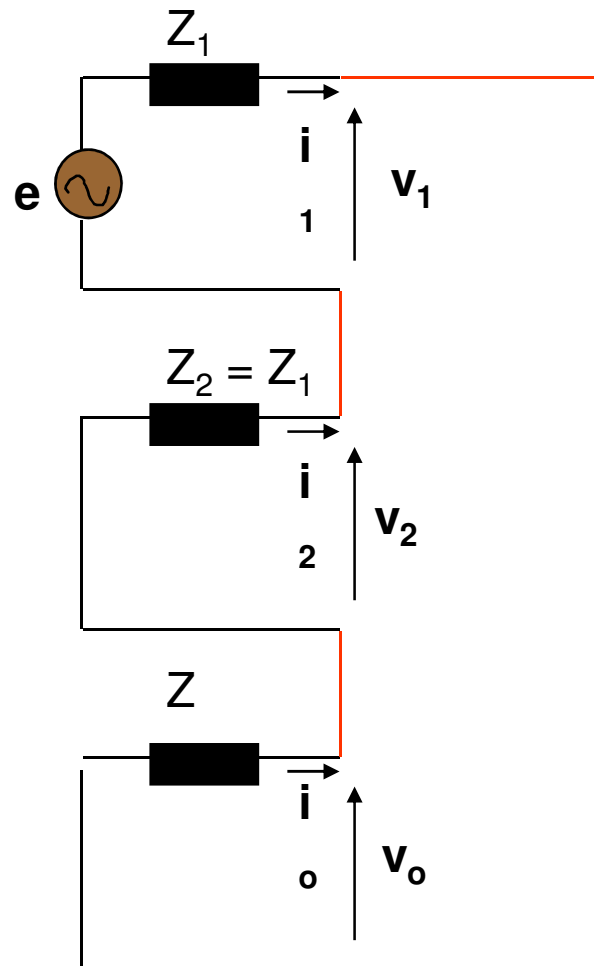
$$i_B = i_C = 0$$

resulta

$$v_A = v_0 + v_1 + v_2 = 0$$

$$i_0 = i_1 = i_2 = \frac{i_A}{3}$$

Curto-circuito fase-terra (ϕ -t)



correntes sequenciais:

$$i_1 = i_2 = i_0 = \frac{e}{2z_1 + z_0}$$

componentes de fase:

$$\begin{bmatrix} i_A \\ i_B \\ i_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & \alpha^2 & \alpha \\ 1 & \alpha & \alpha^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_0 \\ i_1 \\ i_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3e / (2z_1 + z_0) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

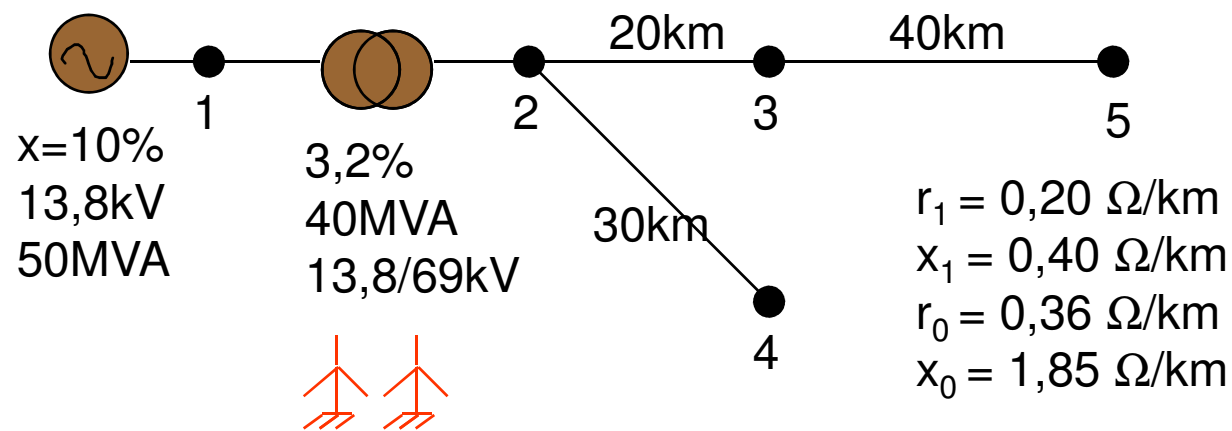
Cálculo de correntes e tensões nos demais pontos da rede



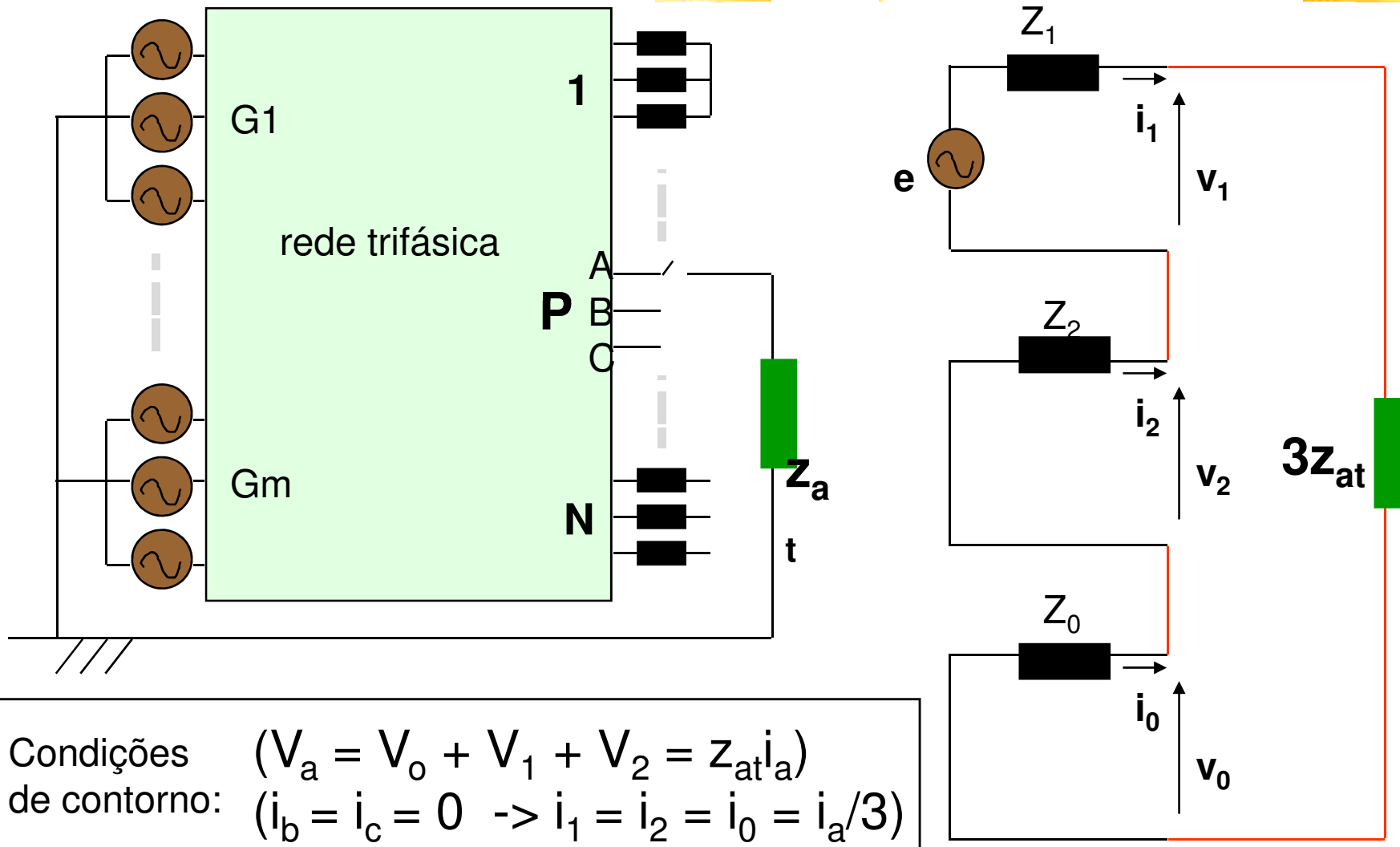
- ⌘ Voltamos aos diagramas seqüenciais completos;
- ⌘ Injetamos as correntes i_1 , i_2 e i_0 no ponto P de cada diagrama;
- ⌘ Calculamos as componentes simétricas das tensões e correntes em cada trecho;
- ⌘ Determinamos, pela matriz T, as componentes de fase de tensões e correntes.

Exemplo

Um defeito fase A-terra é estabelecido na barra 4 da rede abaixo. Determine as tensões nas barras 2, 3 e 5 e as correntes em todos trechos da rede.



Curto-circuito fase-terra com impedância



Curto circuito fase-terra com impedância

logo as **correntes seqüenciais** resultam:

$$\dot{i}_1 = \dot{i}_2 = \dot{i}_0 = \frac{e}{2z_1 + z_0 + 3z_{at}}$$

e as **componentes de fase**:

$$\begin{vmatrix} \dot{i}_A \\ \dot{i}_B \\ \dot{i}_C \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3\dot{i}_0 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3e / (2z_1 + z_0 + 3z_{at}) \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}$$

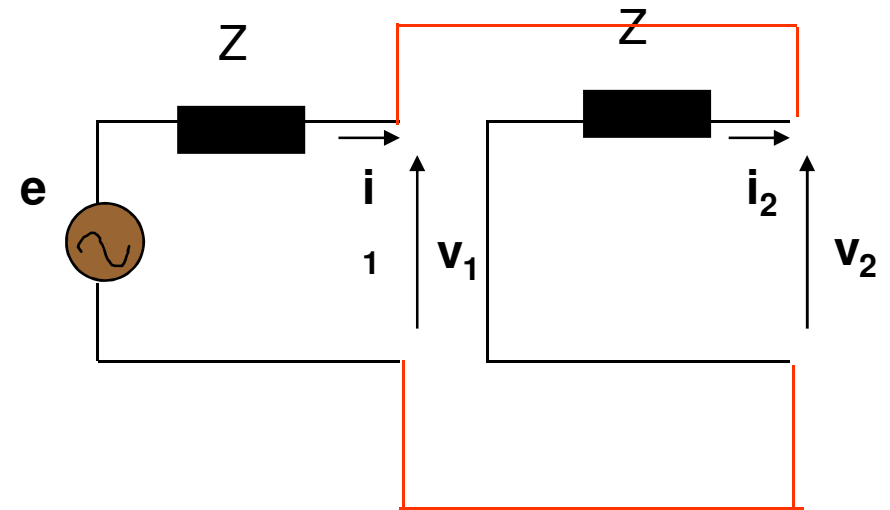
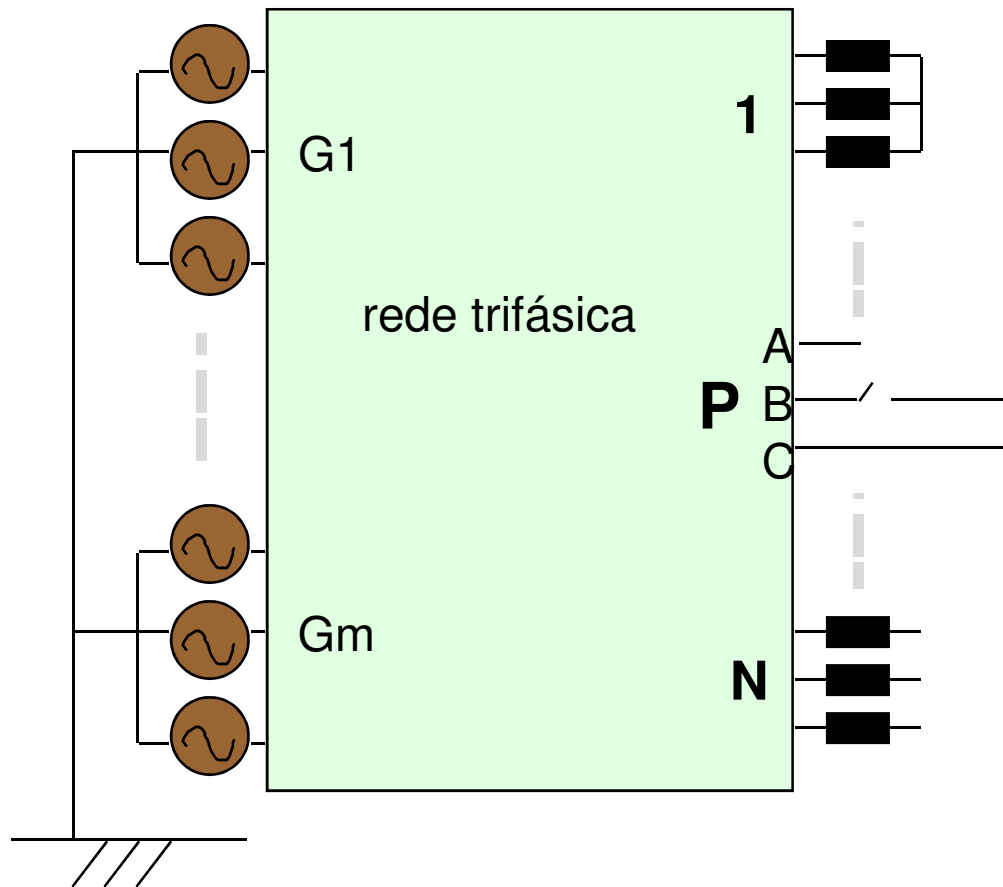
Potência de curto fase-terra

$$S_{\phi t} = \sqrt{3} V_{nom} I_{\phi t}$$

A potência de curto-circuito fase-terra é bastante útil para a determinação da impedância equivalente de Thevenin, relativa ao diagrama de seqüência zero, quando $z_1 = z_2$. Uma vez fornecidas as potências de curto trifásica e fase-terra, resultam as impedâncias equivalentes:

$$z_1 = \frac{1}{S_{3\phi}^*} = \frac{S_B}{S_{3\phi}^*} \qquad S_{\phi t} = i_{\phi t}^* = \frac{3}{2z_1^* + z_0^*}$$
$$\therefore z_0 = \frac{3}{S_{\phi t}^*} - 2z_1 = \frac{3S_B}{S_{\phi t}^*} - 2\frac{S_B}{S_{3\phi}^*}$$

Curto-circuito dupla fase (2φ)



Condições de contorno:

$$(V_b = V_c) \Rightarrow v_1 = v_2$$

$$(i_b = -i_c \Rightarrow i_1 = -i_2, i_0 = 0)$$

Curto-circuito dupla fase (2ϕ)

logo as **correntes seqüenciais** resultam:

$$i_1 = -i_2 = \frac{e}{z_1 + z_2}$$

e as **tensões seqüenciais**:

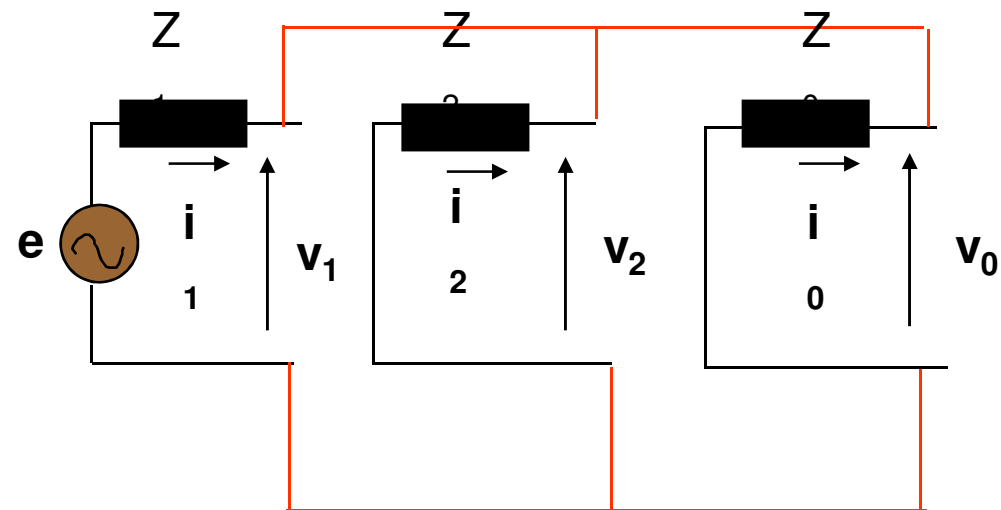
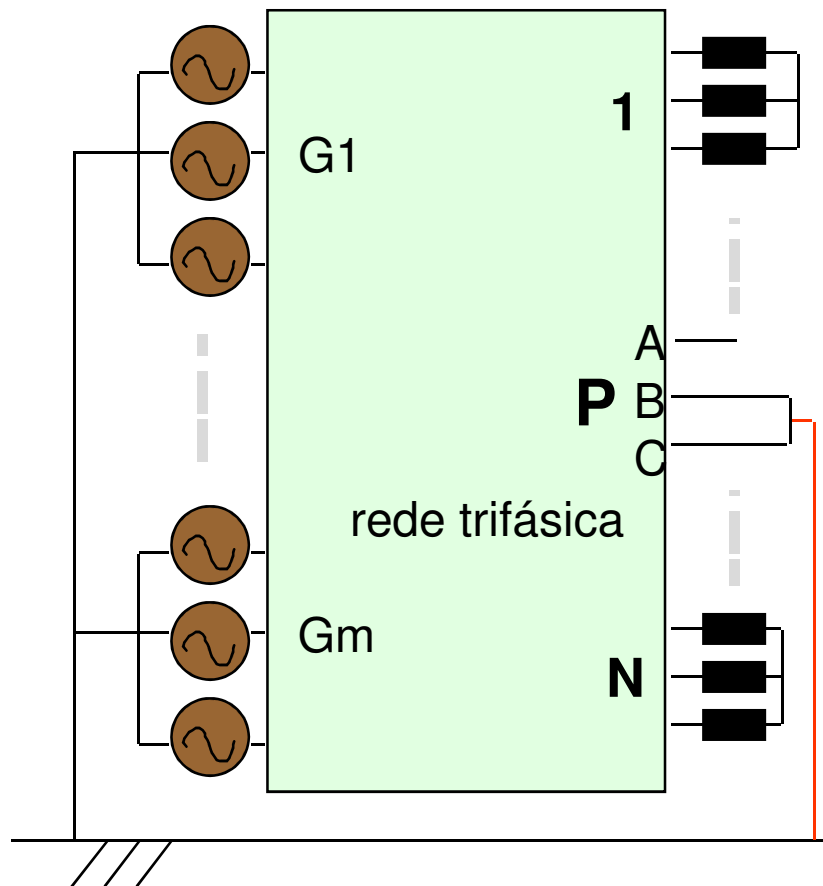
$$v_1 = v_2 = i_1(z_2) = \frac{z_2}{z_1 + z_2} e$$

no caso de $z_1 = z_2$, resultam as componentes de fase:

$$i_A = 0, i_B = -i_C = -j \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{e}{z_1} = -j \frac{\sqrt{3}}{2} i_{3\phi}$$

$$(i_{2\phi} = \frac{\sqrt{3}}{2} i_{3\phi}); \quad v_A = e, v_B = v_C = \frac{e}{2}$$

Curto-circuito dupla fase-terra (2φ-t)



Condições de contorno:

$$(V_b = V_c = 0) \Rightarrow v_0 = v_1 = v_2 = v_a/3$$

$$(i_a = 0 \Rightarrow i_0 + i_1 + i_2 = 0)$$

Curto-circuito dupla fase-terra

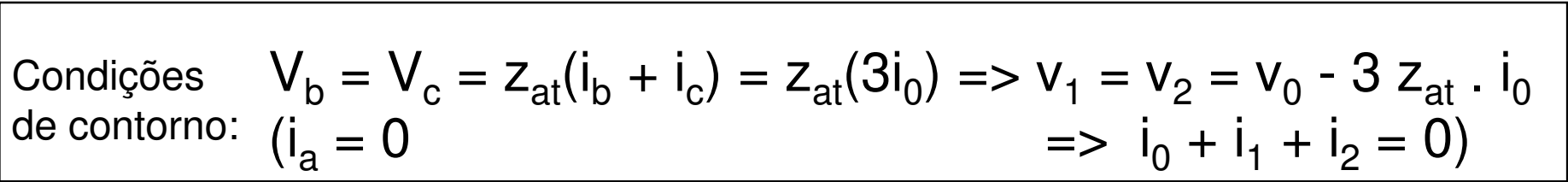
Resultam as componentes de fase de tensão e corrente:

$$\begin{aligned} i_A &= 0, \\ i_B &= \frac{\alpha^2 \sqrt{3} e}{D} \left(z_2 \frac{/-30}{+} + z_0 \frac{/30}{+} \right) \\ i_C &= \frac{\alpha \sqrt{3} e}{D} \left(z_2 \frac{/30}{+} + z_0 \frac{/-30}{+} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v_A &= \frac{3z_2 z_o}{D} e \\ v_B &= v_C = 0 \end{aligned}$$

$$(D = z_1(z_o + z_2) + z_o z_2)$$

1. *Journal of the American Medical Association*, 2000; 283: 2689-2695.



Curto-circuito dupla fase-terra com impedância

Resultam as componentes de fase de tensão e corrente:

$$\begin{aligned}i_A &= 0, \\i_B &= \frac{\alpha^2 \sqrt{3} e}{D} \left(z_2 \frac{1 - 30}{1} + z'_0 \frac{1/30}{1} \right) \\i_C &= \frac{\alpha \sqrt{3} e}{D} \left(z_2 \frac{1/30}{1} + z'_0 \frac{1 - 30}{1} \right)\end{aligned}$$

$$z'_0 = z_o + 3z_{at}$$

$$v_A = \frac{3(z_o + 2z_{at})}{z_1 + 2z'_0} e$$

$$v_B = v_C = 3z_{at} i_o = \frac{-3z_{at}}{z_1 + 2z'_0} e$$

$$(D = z_1(z_1 + 2z'_0))$$

Resumo das correntes de curto-circuito

- curto trifásico :

$$|i| = \left| \frac{e}{z_1} \right|$$

- curto fase-terra :

$$|i| = \left| \frac{3e}{2z_1 + z_0 + 3z_{AT}} \right|$$

- curto dupla fase :

$$|i| = \left| \frac{\sqrt{3}e}{2z_1} \right|$$

- curto dupla fase-terra :

$$|i_B| = \left| \frac{\alpha^2 \sqrt{3} e (z_1 / -30^\circ + z_0 / +30^\circ)}{z_1 (z_1 + 2z_0)} \right|$$

$$|i_C| = \left| \frac{\alpha \sqrt{3} e (z_1 / +30^\circ + z_0 / -30^\circ)}{z_1 (z_1 + 2z_0)} \right|$$

Análise de sistemas aterrados e isolados



- ⌘ Análise dos defeitos fase-terra e dupla fase-terra. Cálculo de tensões e correntes no ponto de defeito em função da relação z_0 / z_1 , e das correntes de curto-circuito trifásico

Curto-circuito fase-terra

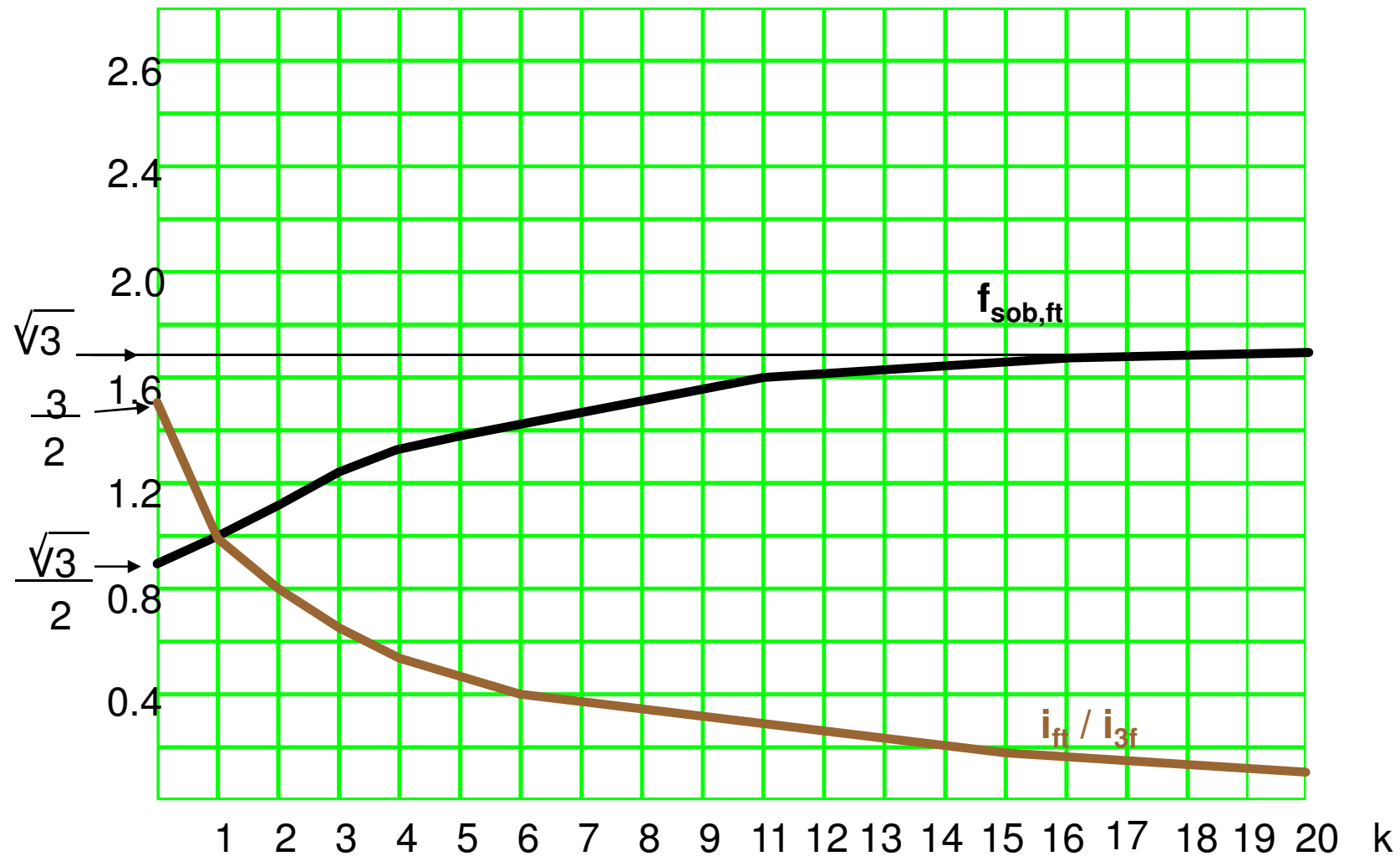
Por hipótese, $z_1 = z_2$ e $z_{at} = 0$. Sendo $z_1 = r_1 + jx_1$ e $z_0 = k.z_1 = kr_1 + jkx_1$, resulta:

$$|i_{ft}| = \frac{3}{2+k} |i_{3f}|$$

Neste caso, os fatores de sobretensão nas fases são (v_b/e e v_c/e), resultam:

$$f_{sob,\phi t} = f_{sob,b} = f_{sob,c} = \frac{\sqrt{3(1+k+k^2)}}{(2+k)}$$

Curto-circuito fase-terra



Conclusões (curto fase-terra)

- ⌘ O valor máximo da relação entre correntes de defeitos fase-terra e trifásico é $3/2$ e o valor de sobretensão mínimo ($\sqrt{3}/2$) ocorrem quando a impedância de seqüência zero é nula (quase impossível)
- ⌘ Os valores de sobretensão e a relação entre correntes de defeito são unitários quando as impedâncias de seqüência direta e zero se igualam.
- ⌘ Quando a impedância de seqüência zero é muito maior que a de seqüência direta, o fator de sobretensão pode chegar a $\sqrt{3}$, enquanto a corrente fase-terra é desprezível.

Curto-circuito dupla fase-terra

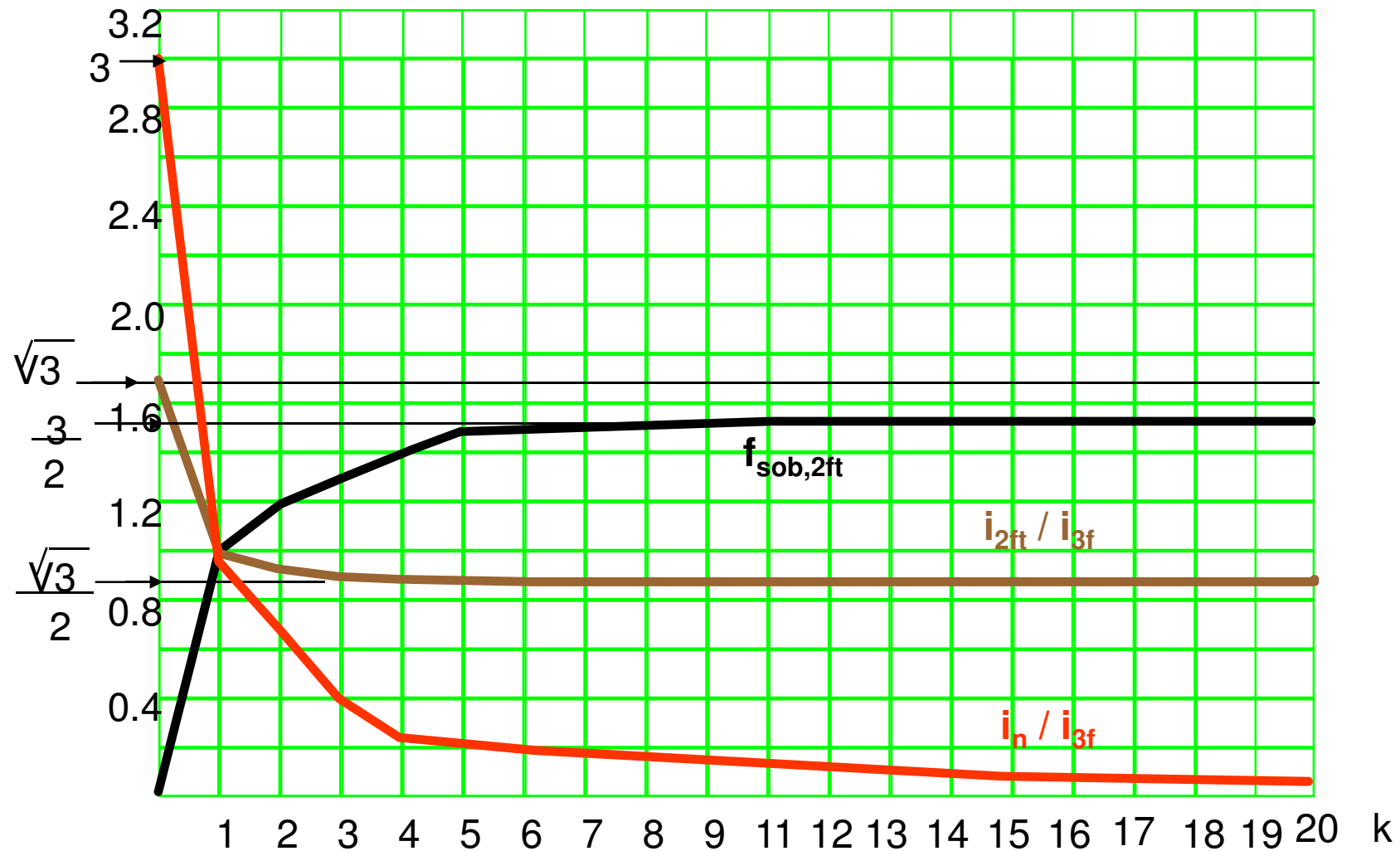
Por hipótese, $z_1 = z_2$ e $z_{at} = 0$. Sendo $z_1 = r_1 + jx_1$ e $z_0 = k.z_1 = kr_1 + jkx_1$, resulta:

$$|i_{2\phi t}| = |i_b| = |i_c| = \sqrt{3} \frac{\sqrt{1+k+k^2}}{(1+2k)} |i_{3\phi}|$$

$$|i_n| = \frac{3}{1+2k} |i_{3\phi}|$$

$$f_{sob,2\phi t} = \frac{|v_{an}|}{e} = \frac{3k}{1+2k}$$

Curto-circuito dupla fase-terra



Conclusões (curto dupla fase-terra)

⌘ para $z_0 = 0$:

- ☒ relação corrente dupla fase terra e trifásico vale $\sqrt{3}$
- ☒ relação corrente neutro e trifásico vale 3
- ☒ fator de sobretensão é nulo

para $z_0 = z_1$:

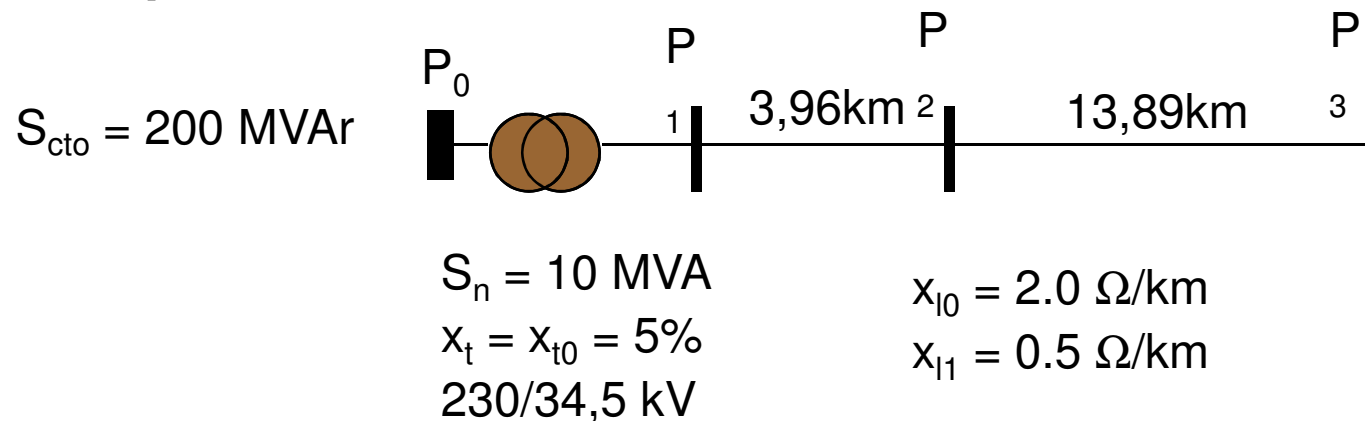
- ☒ correntes de neutro e dupla fase terra se igualam a corrente de curto trifásico
- ☒ fator de sobretensão é unitário

para $z_0 \gg z_1$:

- ☒ corrente de defeito dupla fase terra tende para a corrente de defeito dupla fase $(\sqrt{3}/2)$
- ☒ a corrente de neutro tende a zero
- ☒ fator de sobretensão tende ao seu máximo valor (1,5)

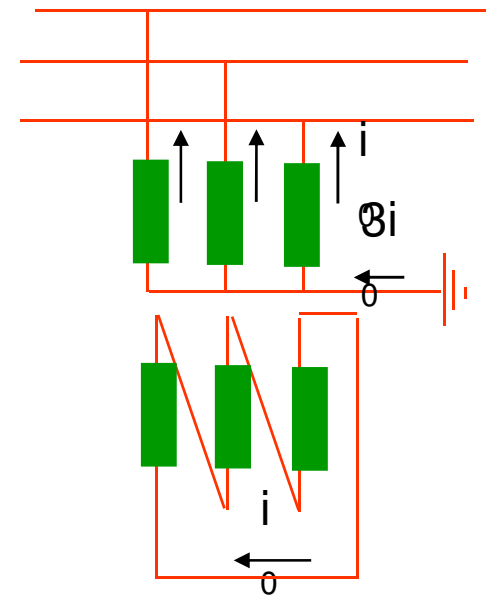
Exemplo

Para a rede da figura abaixo, determine os fatores de sobretensão e a relação entre as correntes de curto circuito fase terra e trifásico para defeitos fase-terra nos pontos P1, P2 e P3.

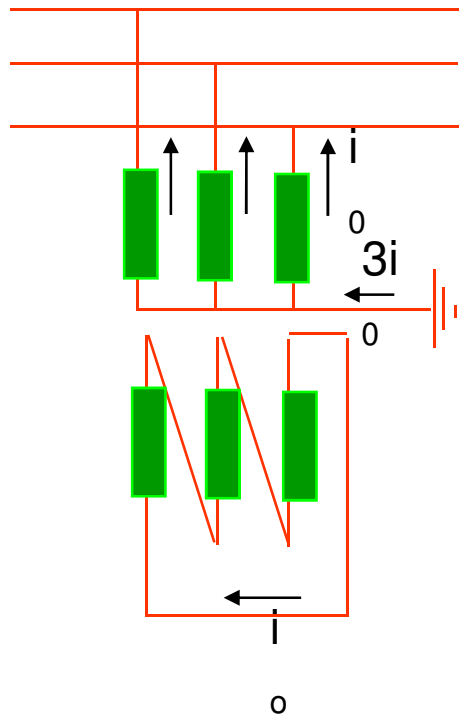


Observações

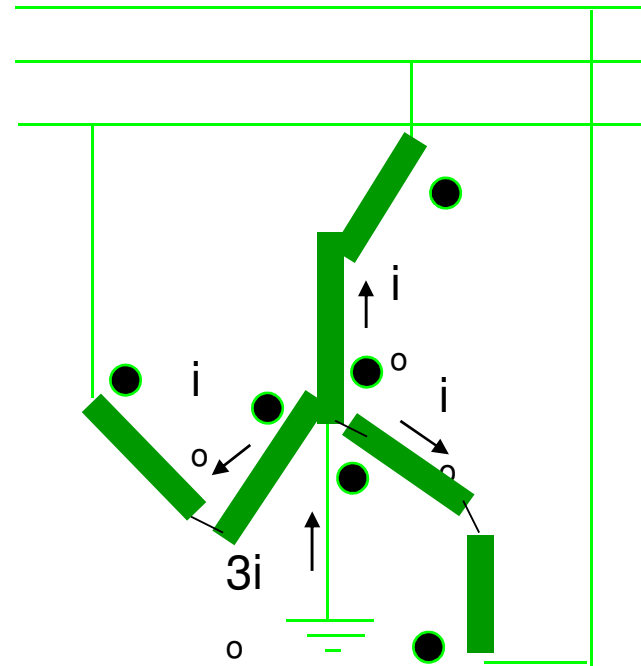
- ⌘ O transformador $\triangle \downarrow$ funciona como um reset na impedância de seq. zero, provocando uma diminuição brusca na relação z_0/z_1 , e aterrando o sistema neste ponto;
- ⌘ A relação entre z_{l0}/z_{l1} em linhas de distribuição quando muito alta tende a tornar o sistema mais isolado à medida que se afasta do transformador;
- ⌘ Uma solução é instalar o trafo de aterramento. Basta instalarmos um transformador conforme a figura ao lado.



Transformadores de aterramento

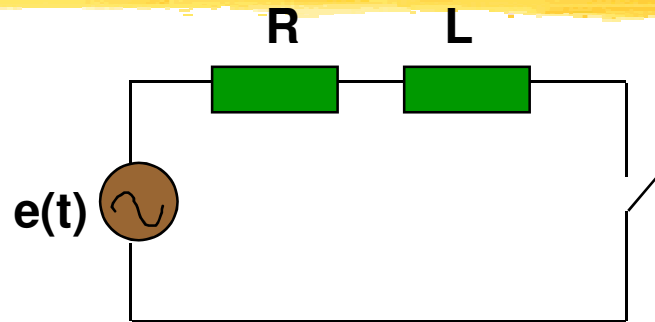


transformador $\star/\Delta$

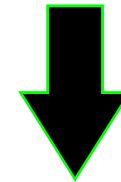


transformador zig-zag

Componente transitória das correntes de curto-circuito



$$e(t) = R i(t) + L \frac{di(t)}{dt}$$



$$i(t) = \frac{E_M}{Z} \left[-\cos(\alpha - \varphi) e^{-\frac{R}{L}t} \right] + \frac{E_M}{Z} [\cos(\omega t + \alpha - \varphi)]$$

$$I_M = \frac{E_M}{Z} \quad ; \quad \dot{Z} = R + j\omega L = Z / \varphi$$

Casos particulares

- comp. unidirecional nula : $i_a(t) = 0 \Rightarrow (\alpha - \varphi) = \pm k \frac{\pi}{2}$, $k = 1, 2, \dots$

Exemplo :

circuito puramente indutivo : $\varphi = \frac{\pi}{2}$, $\alpha = 0 \Rightarrow e(0) = E_M$, $i_a(t) = 0$

- comp. unidirecional máxima :

$$i_a(t) = \pm I_M e^{-\frac{R}{L}t} \Rightarrow (\alpha - \varphi) = \pm k \pi , k = 0, 1, 2, \dots$$

Exemplo :

circuito puramente indutivo: $\varphi = \frac{\pi}{2}$, $\alpha = \frac{\pi}{2} \Rightarrow e(0) = 0$, $i_a(t) = -I_M$

$$\text{então } i(t) = I_M (\cos \omega t - 1) \quad \left| \frac{i(t)}{I_M} \right| \leq 2$$

Valor eficaz da corrente total

para $i(t)$ qualquer:

$$I_{\text{ef}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i(t)^2 dt}$$

para $i(t) = I_M \cos \omega t \Rightarrow I_{\text{ef}} = I_s = \frac{I_M}{\sqrt{2}}$

para $i'(t) = I_M \left[-\cos(\alpha - \varphi) e^{-\frac{R}{L}t} + \cos(\omega t + \alpha - \varphi) \right]$

$$\Rightarrow I_{\text{ef}} = I_a = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i'(t)^2 dt}$$

Aproximação :

$$I_a = f \cdot I_s$$

f : função da relação **X / R**

- para curto-circuito trifásico:

$$\frac{\mathbf{X}}{\mathbf{r}} = \frac{\mathbf{X}_1}{\mathbf{r}_1}$$

- para curto-circuito fase-terra:

$$\frac{\mathbf{X}}{\mathbf{r}} = \frac{2 \mathbf{X}_1 + \mathbf{X}_0}{2 \mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_0}$$

Valores para o fator de assimetria (f)

X/R ≤	Fator	X/R ≤	Fator	X/R ≤	Fator	X/R ≤	Fator	X/R ≤	Fator	X/R ≤	Fator
0,25	1,000	1,25	1,029	2,30	1,085	4,10	1,212	6,80	1,360	15,00	1,550
0,30	1,004	1,30	1,030	2,40	1,090	4,20	1,220	7,00	1,362	16,00	1,560
0,40	1,005	1,35	1,033	2,50	1,104	4,30	1,225	7,25	1,372	17,00	1,570
0,50	1,006	1,40	1,035	2,60	1,110	4,40	1,230	7,50	1,385	18,00	1,580
0,55	1,007	1,45	1,037	2,70	1,115	4,50	1,235	7,75	1,391	19,00	1,590
0,60	1,008	1,50	1,040	2,80	1,123	4,60	1,249	8,00	1,405	20,00	1,600
0,65	1,009	1,55	1,043	2,90	1,130	4,70	1,255	8,25	1,410	22,50	1,610
0,70	1,010	1,60	1,045	3,00	1,140	4,80	1,260	8,50	1,420	25,00	1,615
0,75	1,011	1,65	1,047	3,10	1,142	4,90	1,264	8,75	1,425	27,75	1,625
0,80	1,012	1,70	1,050	3,20	1,150	5,00	1,270	9,00	1,435	30,00	1,630
0,85	1,013	1,75	1,055	3,30	1,155	5,20	1,275	9,25	1,440	35,00	1,636
0,90	1,015	1,80	1,060	3,40	1,162	5,40	1,290	9,50	1,450	40,00	1,648
0,95	1,018	1,85	1,063	3,50	1,170	5,60	1,303	9,75	1,455	45,00	1,653
1,00	1,020	1,90	1,065	3,60	1,175	5,80	1,310	10,00	1,465	50,00	1,659
1,05	1,023	1,95	1,068	3,70	1,182	6,00	1,315	11,00	1,480	55,00	1,660
1,10	1,025	2,00	1,070	3,80	1,190	6,20	1,324	12,00	1,500	60,00	1,680
1,15	1,026	2,10	1,075	3,90	1,192	6,40	1,335	13,00	1,515	∞	1,732
1,20	1,028	2,20	1,080	4,00	1,210	6,60	1,350	14,00	1,525		

Conclusões



- Metodologia para determinação de correntes de curto-circuito
- Estudo detalhado da componente de regime permanente (4 defeitos)
- Aproximação para consideração da componente transitória