

## Plano de Aula

Camila Molina Buffo, N° USP: 7127838.

Emike Luzia Pereira Correia, N°: USP: 7232989.

Fabiano Rogério Ramos, N° USP: 5881910.

Rita de Cássia Idem; N° USP: 7127870.

### *Proposta Plano de Aula*

Disciplina: Matemática

Série: 1º ano Série Ensino Médio – 1º Bimestre

Conteúdo: Sequências

Duração: 5 aulas

## Desenvolvimento

**1) Diagnóstico:** para a abordagem dos conteúdos pretendidos na aula é necessário que os alunos tenham como pré-requisitos o conhecimento sobre reconhecer padrões, operações básicas (adição, subtração, multiplicação e divisão), potenciação e radiciação.

### 2) Objetivos Gerais

- Saber reconhecer padrões e regularidades em sequências numéricas, expressando-as matematicamente, quando possível.
- Conhecer as características principais das progressões aritméticas – expressão do termo geral, soma dos  $n$  primeiros termos, entre outras –, sabendo aplicá-las em diferentes contextos.
- Conhecer as características principais das progressões geométricas – expressão do termo geral, soma dos  $n$  primeiros termos, entre outras –, sabendo aplicá-las em diferentes contextos.

### 3) Tópicos a Serem Trabalhados:

- Sequências Numéricas
- Progressão Aritmética
- Progressão Geométrica

**4) Objetivo Específico:** Reconhecer padrões em diferentes sequências, calcular o termo de sequências (numéricas, PA e PG), identificar e diferenciar uma PA de uma PG.

**5) Estratégias:** Para se atingir os objetivos proposto para a aula se utilizarão as seguintes estratégias de ensino:

- Estudo Dirigido

### 6) Mecânicas de Gamification:

- *Blissful Productivity*: atividades diferenciadas para tornar o ensino mais atrativo.
- *Bonuses*: proporcionar recompensa pelas atividades realizadas.
- *Community Collaboration*: trabalho em grupo para a realização das atividades.
- *Discovery*: através dos desafios propostos, os alunos farão descobertas.
- *Points*: as atividades receberão pontuações, que se somarão ao final, e os alunos melhores pontuados receberão recompensas.

- *Quests*: expor aos alunos quais objetivos e recompensas eles receberão por trabalho realizado.

**7) Avaliação:** O processo será avaliado em todas as etapas, assim, será feita uma avaliação formativa. Cada atividade terá um tipo de avaliação, seguindo critérios previamente apresentados aos alunos. Uma prova escrita será realizada pelos alunos piores classificados nas pontuações.

## 8) Detalhamento das Aulas

Em todas as aulas haverá uma pontuação aos alunos, seja por bom comportamento, pela realização das tarefas ou pelo desempenho deles nessas tarefas. Ao final, os alunos melhores classificados receberão uma premiação: não farão avaliação do conteúdo, aos que não atingirem a pontuação necessária, será entregue uma avaliação tradicional.

### Aula 1: Conhecendo Sequências Numéricas

<i>Duração</i>	10 min	40 min
<i>Conteúdo</i>	Sequências Numéricas	Sequências Numéricas
<i>Atividades do Professor</i>	Introduzir o Conteúdo	Orientação
<i>Atividade dos Alunos</i>	Diálogo com o professor	Descoberta
<i>Estratégias/Recursos Materiais</i>	Estratégia: Aula Dialogada Recursos: giz, lousa	Estratégia: Estudo Dirigido Recursos: Computador, Objeto Educacional criado no Scratch

Ao introduzir o conteúdo na lousa de forma dialogada, o professor exemplificará sequências numéricas, e pedirá aos alunos que identifiquem o que há em comum com os elementos destas sequências. Em seguida, explicará que esse “em comum” é o *padrão* das sequências.

Sequências:

1, 2, 3, 4, 5 ... *Padrão = somar 1*

3, 6, 9, 12, 15 ... *Padrão = somar 3*

2, 10, 12, 16, 17, 18, 19, 200 ... *Padrão = números começados com a letra D*

100, 90, 80, 70 ... *Padrão = subtrair 10*

10, 5, 7, 2, 4 ... *Padrão = subtrair 5 e somar 2*

Dando sequência à aula, os alunos se dividirão em duplas para utilizar o objeto de aprendizagem criado no Scratch, chamado “Descubra o próximo termo das sequências”. Nesse “jogo”, os alunos devem informar um número, o programa cria uma sequência, então os alunos devem reconhecer o padrão da sequência e informar o próximo termo. Será entregue aos alunos um estudo dirigido sobre esse programa, para ser respondido em dupla, em seguida, e a partir da correção os alunos receberão uma pontuação. Quem acertar os números para todas as sequências receberá uma recompensa em forma de pontuação para a atividade seguinte.

Exemplo de uma sequência:


a

-1

b

0

Descubra o próximo termo da sequência!



Sequência

(vazio)

comprimento: 0

a

-1

b

0

Digite um Número



Sequência

(vazio)

comprimento: 0

☒

Número igual a 10

a

20

b

0

Qual o Próximo Termo da Sequência?



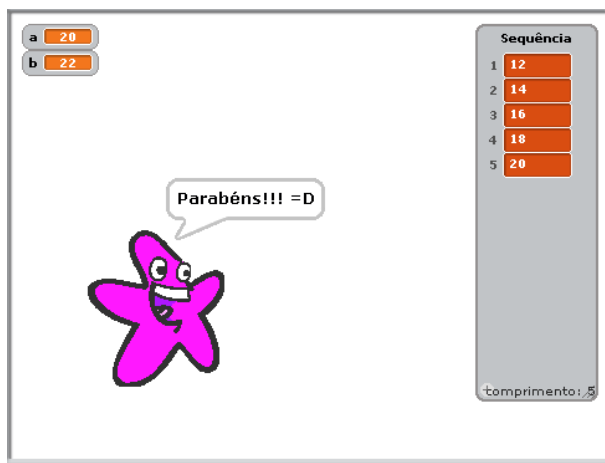
Sequência

1	12
2	14
3	16
4	18
5	20

comprimento: 5

☒

Quando acerta



Quando erra



No programa existem quatro diferentes padrões de sequências, assim, será entregue a cada dupla o seguinte estudo dirigido:

Sequência 1
Que número foi digitado?
Informe a sequência criada pelo programa.
Qual o padrão dessa sequência?
Qual o próximo termo?
Acertou?

Essas questões serão as mesmas para todas as sequências.

Com o trabalho em grupo, utiliza-se a mecânica *Community Collaboration*, e com a estratégia da atividade diferenciada do Scratch utiliza-se a mecânica de *gamification* chamada *Blissful Productivity*. Como o roteiro do estudo dirigido incita a descoberta, a mecânica utilizada é *Discovery*. Utiliza-se, também a mecânica do *Points*, pois os

alunos receberão pontuações e a mecânica *Bonuses*, pois será dada uma recompensa para o aluno que acertar todas as sequências no *Scratch*.

## Aula 2: Sequência de Fibonacci

<i>Duração</i>	15 min	35 min
<i>Conteúdo</i>	Sequências de Fibonacci	Sequências de Fibonacci
<i>Atividades do Professor</i>	Auxiliar no entendimento do vídeo	Orientação na resolução do Estudo Dirigido
<i>Atividade dos Alunos</i>	Assistir ao vídeo	Responder ao Estudo Dirigido
<i>Estratégias/Recursos Materiais</i>	Estratégia: Aula Dialogada Recursos: Televisão, vídeo	Estratégia: Estudo Dirigido

Nesta aula haverá a transmissão de um vídeo de dez minutos que conta a história de Fibonacci de forma lúdica e explicativa. O nome do vídeo é “Eu acho que vi um coelhinho”, pertencente à coleção da “Matemática Multimídia”.

Este vídeo apresenta ao estudante a famosa sequência de Fibonacci, tratando de relacioná-la com o problema de criação de coelhos que lhe deu origem.



Na ficção, não há um número suficiente de coelhinhos entregadores de ovos de Páscoa para atender todas as criancinhas do planeta, o que deixa o querubim Lucas muito triste e preocupado. Seu patrão, consciente da presente situação, questiona-lhe a razão disto, ao que o querubim responde explicando-lhe que a criação de coelhos divina não tem acompanhado o crescimento da população mundial. É então que, solicitado a encontrar uma solução para este problema, o querubim Lucas lembra-se do seu amigo Manoel que tem uma grande fazenda aonde poderia criar coelhos e também interesse em garantir um lugarzinho no céu.

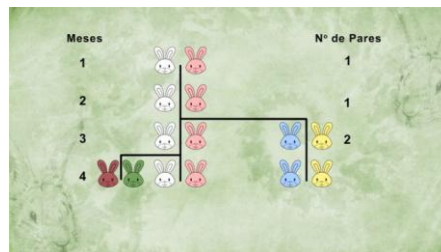


A sequência de números,

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ...

foi descoberta pelo matemático italiano Leonardo de Pisa, também conhecido por Fibonacci, e recebeu o nome de seu descobridor. Fibonacci a encontrou ao estudar o crescimento idealizado de uma população de coelhos, que tinha início com um único par de coelhos recém-nascidos, sendo um deles um macho e o outro, uma fêmea, sobre a qual assumia-se o seguinte:

- Os coelhos atingiam a maturação sexual dentro de um período de um mês, quando se acasalavam e ao final do segundo mês a fêmea tinha como cria outro casal de coelhos;
- Em cada mês, a partir do segundo mês de vida, cada casal de coelhos dava origem a um novo casal de coelhos;
- Nenhum coelho morria.



Estudo Dirigido:

1. Que problema o querubim Lucas encontrou e que faz com que não haja páscoa no próximo ano?
2. Qual a solução encontrada pelo querubim para resolver esse problema?
3. Como é a sequência de Fibonacci descrita pelo querubim?
4. A razão da sequência de Fibonacci é chamada de número de ouro. Qual é o valor dessa razão?
5. Sabendo que a população mundial é de 7.000.000.000 (7 bilhões) e que cada casal de coelhos bota 1 ovo de páscoa durante a vida, quantos meses serão necessários para que haja, no mínimo, 1 ovo para cada habitante do nosso planeta?

O estudo dirigido será feito em grupos. Com o trabalho em grupo, utiliza-se a mecânica *Community Collaboration*, e com a estratégia da atividade diferenciada do Vídeo utiliza-se a mecânica de *gamification* chamada *Blissful Productivity*. Como o roteiro do estudo dirigido incita a descoberta, a mecânica utilizada é *Discovery*. Utiliza-se, também a mecânica do *Points*, pois os alunos receberão pontuações e a mecânica *Bonuses*, pois será dada uma recompensa para o aluno que acertar todas as questões do estudo dirigido.

### Aula 3: PA's e PG's

Duração	15 min	40 min
---------	--------	--------

Conteúdo	Progressão Aritmética e Geométrica	Progressão Aritmética e Geométrica
Atividades do Professor	Introduzir o Conteúdo	Orientação
Atividade dos Alunos	Diálogo com o professor	Descoberta
Estratégias/Recursos Materiais	Estratégia: Aula Dialogada Recursos: giz, lousa	Estratégia: Estudo Dirigido Recursos: Computador, Objeto Educacional criado no Scratch

Ao introduzir o conteúdo na lousa de forma dialogada, o professor exemplificará PA's e PG's, e pedirá aos alunos que identifiquem o que há de diferente entre as duas sequências. Em seguida, sistematizará o conhecimento para “Todas as sequências em se soma uma mesma razão para se constituir o próximo termo são chamadas de PA” e para “Todas as sequências em se multiplica uma mesma razão para se constituir o próximo termo são chamadas de PG”

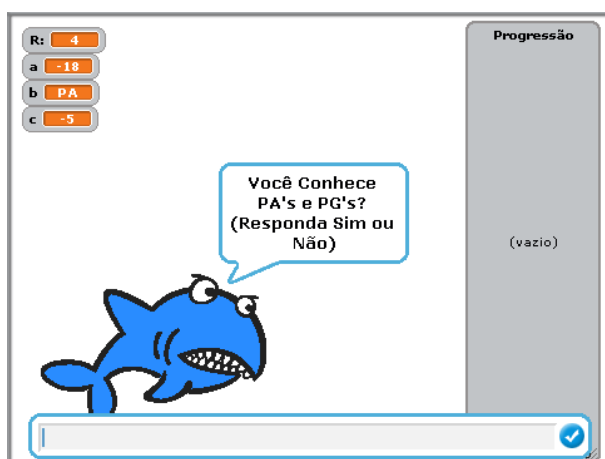
Exemplo:

$$\begin{aligned}
 &1, 2, 3, 4, 5 \dots PA, r = 1 \\
 &-3, -6, -9, -12, -15 \dots PA, r = -3 \\
 &1, 3, 9, 27, 81 \dots PG, q = 3 \\
 &32, 16, 8, 4 \dots PG, q = 1/2 \\
 &2, -4, 16, -32 \dots PG, q = -2
 \end{aligned}$$

Dando sequência à aula, os alunos se dividirão em duplas para utilizar o objeto de aprendizagem criado no Scratch, chamado “PA's e PG's”. Nesse “jogo”, os alunos devem informar um número, o programa cria uma sequência, então os alunos devem reconhecer o padrão da sequência e informar o se essa sequência é uma PA ou uma PG e informar qual a razão da progressão. Será entregue aos alunos um estudo dirigido sobre esse programa, para ser respondido em dupla, em seguida, e a partir da correção os alunos receberão uma pontuação. Quem acertar os números para todas as sequências receberá uma recompensa em forma de pontuação para a atividade seguinte.

Exemplo de uma sequência:

No início os alunos devem informar se conhecem ou não PA's e PG's.



Se o aluno responder não, o programa informa.

R: -4

a: -18

b: PA

c: -5

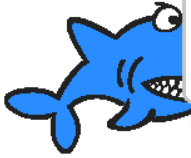
PA: sequência numérica onde o padrão é somar determinado número, podendo este ser positivo ou negativo.

PG: sequência numérica onde o padrão é multiplicar determinado número, podendo este ser positivo ou negativo, inteiro ou fracionário.

Progressão

(vazio)

+comprimento: 0%



Se o aluno responde sim, o programa já inicia o “jogo”.

R: -4

a: -18


b: PA

c: -5

Digite um Número diferente de zero!!!

Progressão

(vazio)



Exemplo número igual a 3.

R: -4

a: 18


b: PA

c: -5

A sequência é uma PA ou Uma PG?

Progressão

1 6  
2 9  
3 12  
4 15  
5 18



Se o aluno acerta.



R: -4

a: 18

b: PA

c: -5

Progressão

1: 6

2: 9

3: 12

4: 15

5: 18

Parabéns!!!

comprimento: 5

Se o aluno erra.

R: -4

a: 18

b: PG

c: -5

Progressão

1: 6

2: 9

3: 12

4: 15

5: 18

6: 6

7: 9

8: 12

9: 15

10: 18

É uma PA!!!

comprimento: 19

Em seguida.

R: -4

a: 18

b: PG

c: -5

Progressão

1: 6

2: 9

3: 12

4: 15

5: 18

6: 6

7: 9

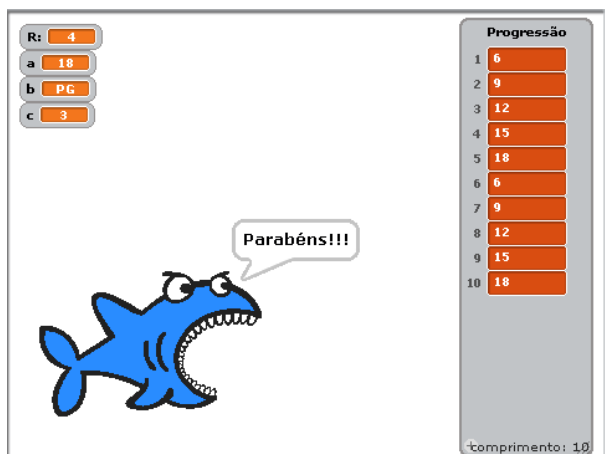
8: 12

9: 15

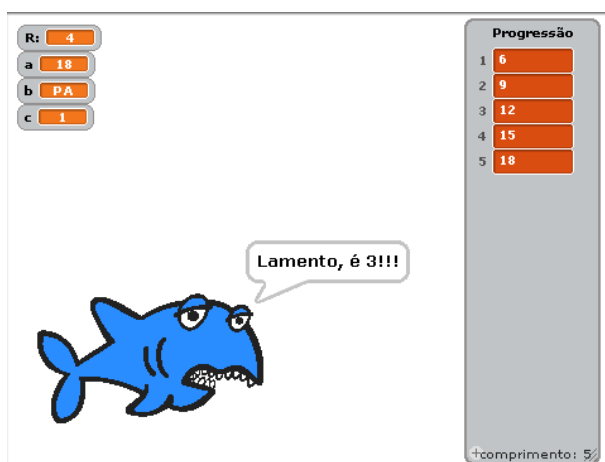
10: 18

Qual a razão da PA?

Se aluno acerta.



Se o aluno erra.



No programa existem quatro diferentes padrões de sequências, assim, será entregue a cada dupla o seguinte estudo dirigido:

Sequência 1
Que número foi digitado?
Informe a sequência criada pelo programa.
É uma PA ou uma PG?
Qual a razão?
O programa informa que o número digitado deve ser diferente de zero. Por que? Número igual a zero faria diferença nessa sequência?

Essas questões serão as mesmas para todas as sequências.

Com o trabalho em grupo, utiliza-se a mecânica *Community Collaboration*, e com a estratégia da atividade diferenciada do Scratch utiliza-se a mecânica de *gamification* chamada *Blissful Productivity*. Como o roteiro do estudo dirigido incita a descoberta, a

mecânica utilizada é *Discovery*. Utiliza-se, também a mecânica do *Points*, pois os alunos receberão pontuações e a mecânica *Bonuses*, pois será dada uma recompensa para o aluno que acertar todas as questões no *Scratch*.

#### Aula 4: Jogo da PA e da PG

<i>Duração</i>	10 min	40min
<i>Conteúdo</i>	Jogo	Jogo
<i>Atividades do Professor</i>	Explicar as regras do jogo	Auxiliar
<i>Atividade dos Alunos</i>	Entender as regras do jogo	Participarem do jogo
<i>Estratégias/Recursos Materiais</i>	Estratégia: Aula Dialogada	Estratégia: Jogo Recursos: cartas do jogo

Inicialmente o professor explicará as regras do jogo. Regras:

- Qualquer carta com o termo  $a_1$  começa o jogo.
- Um aluno dá as cartas e o aluno à direita que possuir a carta com o termo  $a_1$  começa jogando.
- É necessário jogar as cartas de forma a completar a sequência PA ou PG.
- Sempre que se chegar a uma nova carta com o termo  $a_1$ , começará uma nova sequência.
- Ganha o jogo o aluno que eliminar todas as suas cartas.
- Número de jogadores: 4.

Os alunos os se dividirão em grupos de 4 e jogarão o jogo, quem ganhar o jogo em cada equipe ficará somará pontos maiores, que será decrescente do primeiro ao último colocado.

Cartas do jogo:

2			4	8	16
PG	$a_1=2$	$r=2$			
32			36	40	44
PA	$a_1=32$	$r=4$			

<b>48</b>	<b>24</b>	<b>12</b>	<b><u>6</u></b>
PG	$a_1=48$	$q=1/2$	
<b>3</b>	<b>-2</b>	<b>-7</b>	<b>-12</b>
PA	$a_1=3$	$r=-5$	
<b>-17</b>	<b>34</b>	<b>-68</b>	<b>136</b>
PG	$a_1=-17$	$q=-2$	
<b>-272</b>	<b>-197</b>	<b>-122</b>	<b>-47</b>
PA	$a_1=-272$	$r=75$	
<b>28</b>	<b>21</b>	<b>14</b>	<b>7</b>
PA	$a_1=28$	$r=-7$	
<b>0</b>	<b><math>1/2</math></b>	<b>1</b>	<b><math>3/2</math></b>
PA	$a_1=0$	$r=1/2$	

Com o jogo, podem-se utilizar diferentes técnicas de *Gamification: Blissful Productivity*, por ser uma atividade diferenciada e motivadora. Com o incentivo a descoberta, a mecânica utilizada é *Discovery*. Utiliza-se, também a mecânica do *Points*, pois os alunos receberão pontuações e a mecânica *Bonuses*, pois será dada uma recompensa para os alunos melhores classificados no jogo.

#### Aula 5

<i>Duração</i>	50 min
<i>Conteúdo</i>	Sequências Numéricas, PA e PG.
<i>Atividades do Professor</i>	Orientar a resolução de uma Avaliação
<i>Atividade dos Alunos</i>	Avaliação
<i>Estratégias/Recursos Materiais</i>	Estratégia: Prova escrita

Desta aula só participarão os alunos piores classificados do somatório de pontos geral, sendo que a recompensa dos alunos melhores classificados é não realizar prova escrita.

Prova:

1) Complete as sequências numéricas:

a) 1, 4, 7, \_\_, 11, 14, \_\_, \_\_.

b) 12, 10, 8, \_\_, 4, 2, \_\_, \_\_.

c) 2, 4, 8, 32, \_\_, \_\_.

d) 0, 1, 1, 2, 3, 5, \_\_, \_\_, \_\_.

2) Complete as progressões aritméticas:

a) 2, \_\_, \_\_, \_\_.  $r = 8$

b) 10, \_\_, \_\_, \_\_.  $r = -2$

c) 4, \_\_, \_\_, \_\_.  $r = 0$

d) 3, \_\_, \_\_, \_\_.  $r = 4$

3) Complete as progressões geométricas:

a) 2, \_\_, \_\_, \_\_.  $q = 2$

b) 1, \_\_, \_\_, \_\_.  $q = 4$

c) 32, \_\_, \_\_, \_\_.  $q = 1/2$

d) 3, \_\_, \_\_, \_\_.  $q = 1$

## Bibliografia

Curiosidades sobre sequências numéricas. Disponível em: <http://www.mscabral.pro.br/sitemauro/curioso/papg.htm>. Acesso em: 5 out. 2012.

Progressão Aritmética. Disponível em: <http://pt.scribd.com/doc/80707572/Lista-de-Exercicios-sobre-PA>. Acesso em: 14 out. 2012.

Progressões Geométricas. Disponível em: <http://www.infoescola.com/matematica/progressoes-geometricas/exercicios/>. Acesso em: 16 out. 2012.

São Paulo (Estado) Caderno do Aluno: matemática, ensino médio – 1º ano, volume 1/ Secretaria da Educação; Coord. Geral Maria Inês Fini. São Paulo: SEE, 2011.

São Paulo (Estado) Secretaria da Educação. Currículo do Estado de São Paulo: Matemática e suas tecnologias / Secretaria da Educação; coordenação geral, Maria Inês Fini; coordenação de área, Nilson José Machado. – São Paulo : SEE, 2010.

Sequências numéricas. Disponível em: <http://rachacuca.com.br/quiz/2562/sequencias-numericas/>. Acesso em: 5 out. 2012.