Controle H_∞ - PPGEE - EPUSP
Lista 2 - entrega: 26/07/2016

Prof. Diego

Segundo Período 2016

Problema 1

Dada a planta instável e com zero no semi-plano direito:

$$G(s) = \frac{2(s-3)}{(s+3)(s-1)}$$

deseja-se projetar um controlador ótimo H_∞ do tipo sensibilidade mista. Pede-se:

1. Considerando inicialmente que não há atraso de transporte, determine limites inferiores para $\|S\|_\infty$ e $\|T\|_\infty$.
2. Para o caso do item anterior, projete um controlador por sensibilidade mista S/KS. Considere uma função peso de S da forma:

   $$W_p(s) = \frac{s/M + \omega_B^*}{s + \omega_B^* A}$$

   e procure fazer com que o erro estacionário à resposta ao degrau unitário de referência seja menor que 1%.
3. Considerando-se agora que existe um atraso de transporte de 1.0 segundo, recalcule os limites inferiores e o controlador para atender as mesmas especificações (considere utilizar aproximação de Padè para o atraso de transporte).

Nota: Plote diagramas de Bode de todas as FTMA e FTMF, além dos diagramas de Nyquist, assim como resposta ao degrau unitário e sinal de controle correspondente.

Problema 2

Uma planta é representada por uma família de modelos do tipo:

$$\mathcal{G} = \left\{ \frac{2}{s+(2+\delta)},\ |\delta| < 1, \delta \in \mathbb{C} \right\}$$

e suponha ainda que se deseja controlar este sistema com um controlador proporcional $K(s) = k$, onde $k \in \mathbb{R}$.

1. Considerando $k = 1$, plote os diagramas de Nyquist de uma amostra da família de plantas acima, ou seja, escolha pelo menos 20 valores aleatórios de δ na faixa $|\delta| < 1$ (todos no mesmo gráfico).

2. Ainda com $k = 1$, plote os diagramas de Bode de $L(s) = kG(s) = G(s)$ e de $S(s)$ para a mesma amostra escolhida acima. Determine os valores de ω e δ que forneceram o máximo de $\|S\|_\infty$, que corresponde à menor distância em relação ao ponto crítico.

3. Encontre condições sobre o controlador em questão para se ter estabilidade nominal e estabilidade robusta usando-se o método apresentado em sala de aula

4. Analise a estabilidade nominal e robusta do sistema usando o Lugar Geométrico das Raízes (LGR). Use LGR em função de dois parâmetros, como pode ser encontrado em livros de Controle Clássico.

Problema 3

Uma planta nominal é da forma:

$$G_o(s) = \frac{1}{(s + 0.1)^2}$$

e a função limite da família de plantas (incerteza multiplicativa) é dada por:

$$W(s) = \frac{0.21s}{0.1s + 1}$$

Deseja-se projetar um controlador de forma que haja seguimento de referência na faixa de frequências $[0, 1]$. Para tanto, escolha a função peso $W_p(s)$ como sendo um filtro Butterworth de terceira ordem com frequência de corte 1.0 radiano por segundo e ganho unitário nas baixas frequências.

1. Encontre um controlador que satisfaça as especificações, para isso use sensibilidade mista S/KS, isto é, com as funções $W_p(s)$ e $W_u(s)$

2. Verifique se a condição de robustez de estabilidade $\|WT\|_\infty < 1$ é satisfeita. Caso não seja, refaça o projeto, ou justifique caso não consiga.

3. Projete agora um controlador por sensibilidade mista $S/T/KS$ considerando $W(s)$ como uma função peso para $T(s)$. Procure atender as especificações da melhor forma possível.

4. Para os itens anteriores, analise se a condição de robustez de desempenho é satisfeita.

Nota: Plote diagramas de Bode de todas as FTMA e FTMF, além dos diagramas de Nyquist necessárias, assim como resposta ao degrau unitário e sinal de controle correspondente.

Problema 4

Dado $\mathbf{u} \in \mathbb{C}^n$, motre que:

$$\lim_{p \to \infty} \|\mathbf{u}\|_p = \|\mathbf{u}\|_\infty$$

Problema 5

Com relação à decomposição em valores singulares, foi mostrado em sala de aula que se pode associar a uma matriz quadrada G de tamanho dois uma elipse que representa os ganhos máximo e mínimo e as respectivas direções. Quando expressa nas coordenadas da base de saida (ou seja, β_1, β_2) é dada pela equação:

$$\left(\frac{\beta_1}{\overline{\sigma}}\right)^2 + \left(\frac{\beta_2}{\underline{\sigma}}\right)^2 = 1$$

onde $\overline{\sigma}$ e $\underline{\sigma}$ são os valores singulares máximo e mínimo, respectivamente.

Pede-se:

1. Encontre a equação desta elipse expressa nas coordenadas da base de entrada, isto é α_1, α_2. Deixe esta equação em função dos valores singulares máximo, mínimo e do ângulo θ entre os vetores $\mathbf{b}_1$ e $\tilde{\mathbf{b}}_1$ das bases de entrada e de saida.

2. Faça um programa que plote os valores singulares máximo, mínimo e o ângulo θ em função da frequência angular ω e que desenhe as elipses para algumas frequências que voce selecionar.

3. Execute seu programa para quatro diferentes matrizes de funções de transferência quadradas de tamanho dois, sendo que: 1) uma delas atenua em todas as direções; 2) outra amplifica em todas as direções; 3) outra atenua e amplifica (porém não é mal condicionada) e 4) outra mal condicionada. Escolha convenientemente escala linear ou logarítmica (decibéis ou não).