

Instituto de Física
USP

Física V - Aula 26

Professora: Mazé Bechara

Onde estamos, quem somos nós?

- Ocorreu alguma data importante à Vida da USP, recentemente?

- E à Vida do Brasil?

-

-

*USP e a batalha da R. Maria Antonia, com morte do
estudante secundarista José Guimarães, em 03/10/1968*



FFCLUSP- Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da USP em 1968, após a "batalha"



A constituição assinada em 5/10/1988 – 20 anos depois de 1968!



(Charge de Miguel Paiva, *O-Estado de S. Paulo*, 5/10/88 — ed. histórica, p. 3)

***A USP: 45 depois da “batalha” e
25 anos depois da constituição...***



*A docente da USP e seus estudantes,
45 depois da “batalha” e 25 anos
depois da constituição...*



Prêmio Nobel de Física 2013

- **Teóricos da partícula de Higgs ganham Nobel de Física** O belga François Englert, 80, e o britânico Peter Higgs, 84, ganharam o Prêmio Nobel de Física 2013, anunciou nesta terça-feira, 08 de outubro, a instituição, em Estocolmo, na Suécia.
- Ambos foram laureados pela descoberta da existência de uma partícula elementar batizada como bóson de Higgs, também conhecida como "partícula de Deus", que confere massa a outras partículas.
- A dupla, separadamente, previu a existência da partícula - fundamental para explicar porque a matéria tem massa elementar - há quase 50 anos.
- **O trabalho teórico foi finalmente provado no ano passado em experiências feitas no gigantesco colisor do Laboratório Europeu de Física de Partículas (CERN).**
- Higgs é professor emérito da Universidade de Edimburgo, na Escócia. Já Englert é professor emérito da Universidade Livre de Bruxelas, na Bélgica, da universidade de Tel Aviv, em Israel, e da Chapman University, nos Estados Unidos.
- **Higgs, Englert e outro belga, Robert Brout, eram favoritos porque tiveram os trabalhos citados com mais frequência por outros pesquisadores. No entanto,**
- **Brout morreu em 2011 e o prêmio não pode ser concedido postumamente.** ●

AVISOS

Já estão na página da disciplina:

1. Guia ao tópico IV;

2. Notas sobre interpretações da Mecânica Quântica.

3. N aula d quinta-feira próxima serão discutidas Aplicações do final do Tópico II e do Tópico III, como consta do programa aula a aula na página da disciplina.

**O Tópico IV se inicia na última aula desta semana.
Mexa-se!**

Aula 26 – Procurando as ondas da partícula (!) - conceitos de ondas. A relação de dispersão e o princípio de incerteza de Heisenberg.

1. Comprimentos de onda e frequências de partículas materiais e de fótons – comparação de valores numéricos.
2. Ondas não harmônicas – sempre uma composição de ondas harmônicas (Fourier) . **Batimento** – fenômeno da onda composta de duas ondas monocromáticas (clássicas). As relações dispersão na onda de batimento. **Outros pacotes de onda e as relações de dispersão.** O pacote gaussiano ou o de menor relação de dispersão.
3. As relações de dispersão quando valem as relações de de Broglie – as **relações de incerteza de Heisenberg.** **Interpretações e consequências.**

O comprimento de onda das partículas em termos das suas energias – comparação com fótons

1. Relação do comprimento de onda de partículas com **velocidades não relativísticas (NR)** e suas energias:

$$\lambda_{NR} = \frac{h}{p_{NR}} = \frac{hc}{\sqrt{2m_0c^2\varepsilon_c}} = \frac{hc}{\sqrt{2\varepsilon_0\varepsilon_c}}$$

2. Comprimento de onda de partículas com **velocidades relativísticas (R)** e suas energias:

$$\lambda_R = \frac{h}{p_R} = \frac{hc}{\sqrt{\varepsilon^2 - \varepsilon_0^2}} = \frac{hc}{\sqrt{\varepsilon_c^2 + 2\varepsilon_0\varepsilon_c}}$$

3. O comprimento de onda do fóton e sua energia:

$$\lambda_f = \frac{h}{p_f} = \frac{hc}{\varepsilon_f}$$

O comprimento de onda de elétrons e de fótons – valores numéricos

$\varepsilon_0 = 0,511 \text{ MeV}$

ε_c	$\varepsilon_c^2 (\text{eV}^2)$	$2\varepsilon_0 \varepsilon_c (\text{eV}^2)$	$\lambda_{NR} (\text{A})$	$\lambda_R (\text{A})$	$\lambda_f (\text{A})$
1eV	1	$1,022 \times 10^6$	12,3	12,3	12408
10 eV	100	$1,022 \times 10^7$	3,88	3,88	1240,8
54eV	2916	$5,519 \times 10^7$	1,67	1,67	229,7
100eV	10^4	$1,022 \times 10^8$	1,23	1,23	124,1
1KeV	10^6	$1,022 \times 10^9$	0,388	0,388	12,4

10KeV	10^8	$1,022 \times 10^{10}$	0,1227	0,1221	1,24
100KeV	10^{10}	$1,022 \times 10^{11}$	$3,88 \times 10^{-2}$	$3,70 \times 10^{-2}$	0,124
500KeV	$2,5 \times 10^{10}$	$5,11 \times 10^{11}$	$1,73 \times 10^{-2}$	$1,42 \times 10^{-2}$	$2,48 \times 10^{-2}$
1MeV	10^{12}	$1,022 \times 10^{12}$	$1,23 \times 10^{-2}$	$8,73 \times 10^{-3}$	$1,24 \times 10^{-2}$
2MeV	4×10^{12}	$2,044 \times 10^{12}$	$8,68 \times 10^{-3}$	$5,05 \times 10^{-3}$	$0,63 \times 10^{-2}$

A frequência de partículas em movimentos não relativísticos e relativísticos – comparação com fótons

1. A frequência da onda de partículas com velocidades não relativísticas (NR), está relacionada com a energia dos movimentos não relativísticos, que é, para $U=0$, a energia cinética.

$$v_{NR} = \frac{\varepsilon_c}{h} = \frac{p^2}{h2m} = \frac{h}{2m\lambda^2} = \frac{hc}{2\varepsilon_o\lambda^2}$$

2. A frequência da onda de partículas com velocidades relativísticas (R), está associada à energia total: cinética mais de repouso:

$$v_R = \frac{\varepsilon}{h} = \frac{\sqrt{p^2c^2 + \varepsilon_o^2}}{h} = \frac{1}{h} \sqrt{\frac{h^2c^2}{\lambda^2} + \varepsilon_o^2}$$

3. A frequência do fóton:

$$v_f = \frac{\varepsilon_f}{h} = \frac{p_f c}{h} = \frac{hc}{\lambda}$$

Há um “salto” nas frequências da onda das partículas NR e R!

$\varepsilon_0 = 0,511 \text{ MeV}$ (se usar ε_0 para partículas NR, todas teriam mesma v_e)

ε_c	$v_{eNR}(\text{H})$	$v_{eR}(\text{H})$	$v_f(\text{H})$
1eV	$2,4 \times 10^{14}$	$1,2 \times 10^{20}$	$2,4 \times 10^{14}$
10 eV	$2,4 \times 10^{15}$	$1,2 \times 10^{20}$	$2,4 \times 10^{15}$
54eV	$1,3 \times 10^{16}$	$1,2 \times 10^{20}$	$1,3 \times 10^{16}$
100eV	$2,4 \times 10^{16}$	$1,2 \times 10^{20}$	$2,4 \times 10^{16}$
1KeV	$2,4 \times 10^{17}$	$1,2 \times 10^{20}$	$2,4 \times 10^{17}$
10KeV	$2,4 \times 10^{18}$	$1,2 \times 10^{20}$	$2,4 \times 10^{18}$

100KeV	$2,4 \times 10^{19}$	$1,5 \times 10^{20}$	$2,4 \times 10^{19}$
500KeV	$1,2 \times 10^{20}$	$2,4 \times 10^{20}$	$1,2 \times 10^{20}$
1MeV	$2,4 \times 10^{20}$	$3,7 \times 10^{20}$	$2,4 \times 10^{20}$
2MeV	$4,8 \times 10^{20}$	$6,1 \times 10^{20}$	$4,8 \times 10^{20}$

Ondas não monocromáticas e periódicas, na Física Clássica

1. A equação de toda onda é linear e na forma abaixo.

Assim qualquer **função periódica** que **obedece a equação de onda**:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)\psi(x,t) = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \psi(x,t)$$

pode ser escrita como **uma série infinita de senos e cossenos (série de Fourier)**:

$$\psi(x,t) = \sum_n [a_n \cos(k_n x - w_n t) + b_n \text{sen}(k_n x - w_n t)] = \sum_n A_n e^{i(k_n x - w_n t)}$$

Ondas Clássicas - não monocromáticas e não periódicas

2. Qualquer função que obedece a equação de onda, e sendo não periódica, obedece a integral de Fourier:

$$\psi(x,t) = \int_0^{\infty} d\omega \int_0^{\infty} dk [a(k, \omega) \cos(k_n x - \omega_n t) + b(k, \omega) \text{sen}(k_n x - \omega_n t)] = \int_0^{\infty} d\omega \int_0^{\infty} dk A(k, \omega) e^{i(kx - \omega t)}$$

Vai daí que qualquer pode ser pensada como a soma ou a integral de ondas monocromáticas

Batimento – soma de duas monocromáticas com pequena variação de k e w

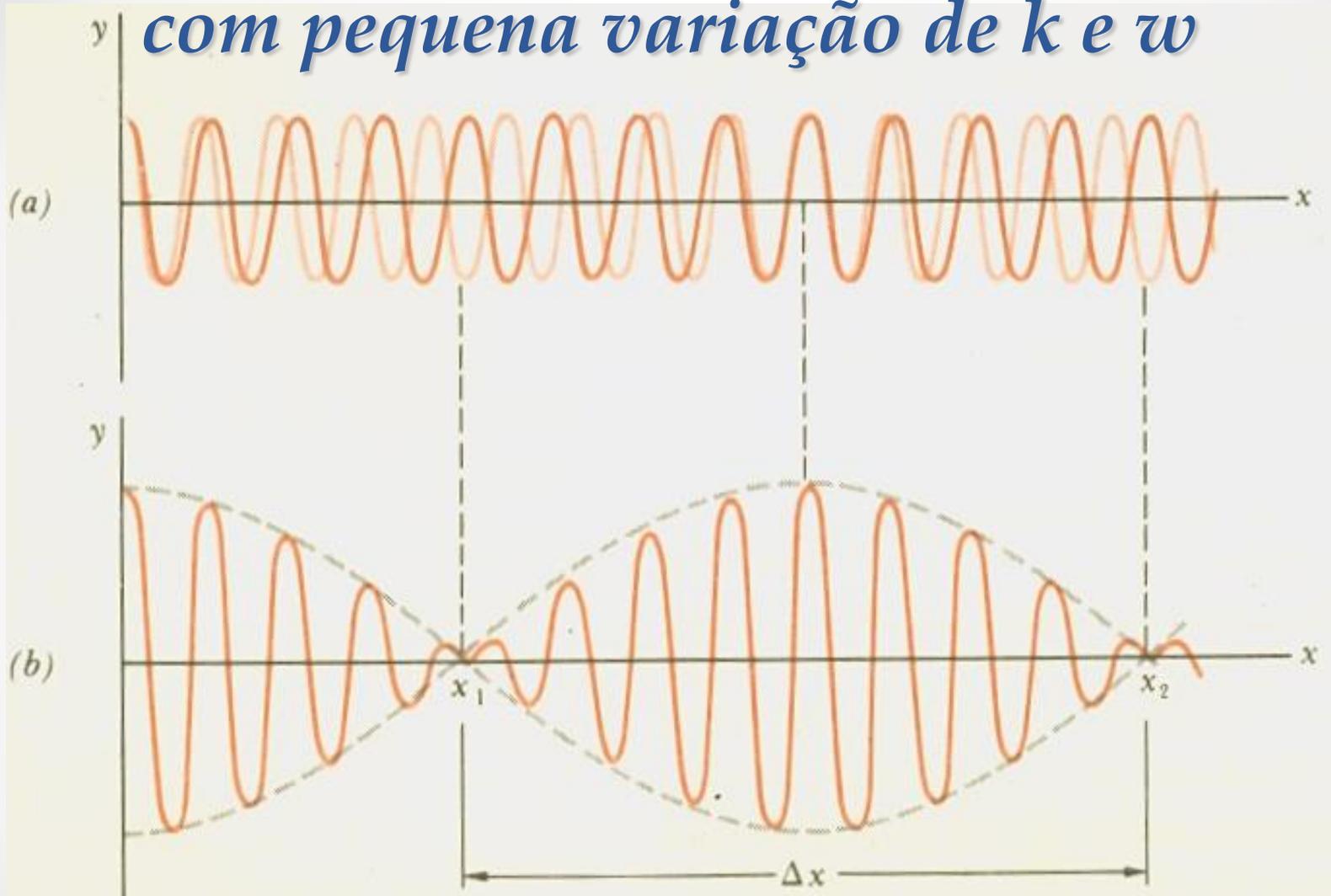
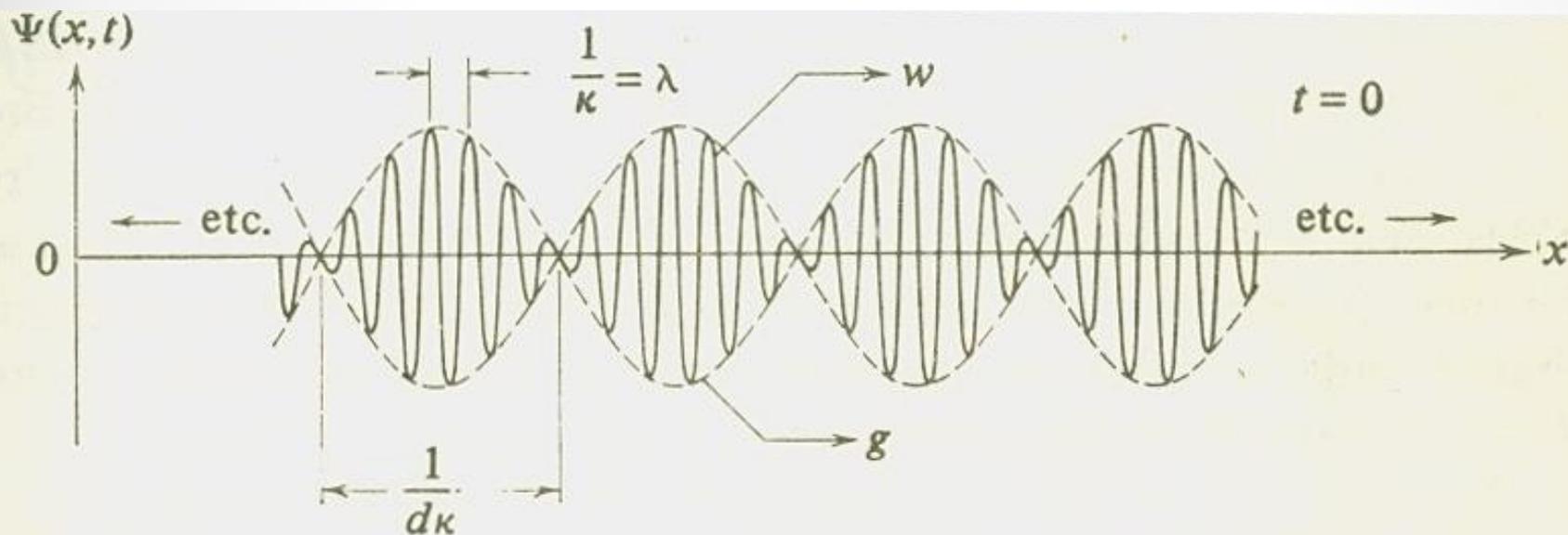


Figura (a) as duas ondas de mesma amplitude e frequências e número de onda com diferenças infinitesimais. Figura (b): A soma das duas ondas cossenoidais na mesma região do espaço

Batimento: a velocidade de grupo, $\Delta\omega/\Delta k$, é a velocidade da onda



A soma de duas ondas senoidais de frequências e números de onda ligeiramente diferentes.

Dedução das expressões de $\psi(x,t)$ e das relações $\Delta x \Delta k = 2\pi$ e $\Delta \omega \Delta t = 2\pi$ com discussão de seus significados em sala de aula

Figura do R. Eisberg e R. Resnick

⇐ Sete ondas cossenoidais de diferentes amplitudes com diferenças infinitesimais nas frequências: $\Delta\nu, 2\Delta\nu, 3\Delta\nu\dots$ e
⇐ números de onda: $\Delta k, 2\Delta k, 3\Delta k\dots$

Observe que em relação ao batimento, combinação de apenas duas ondas de frequências próximas, o "grupo" fica mais distante do outro. Há uma relação numérica: $\Delta x \Delta k = C$ e $\Delta \omega \Delta t = C$, com $C < 2\pi$.

⇐ Onda soma de todas as ondas desenhadas acima

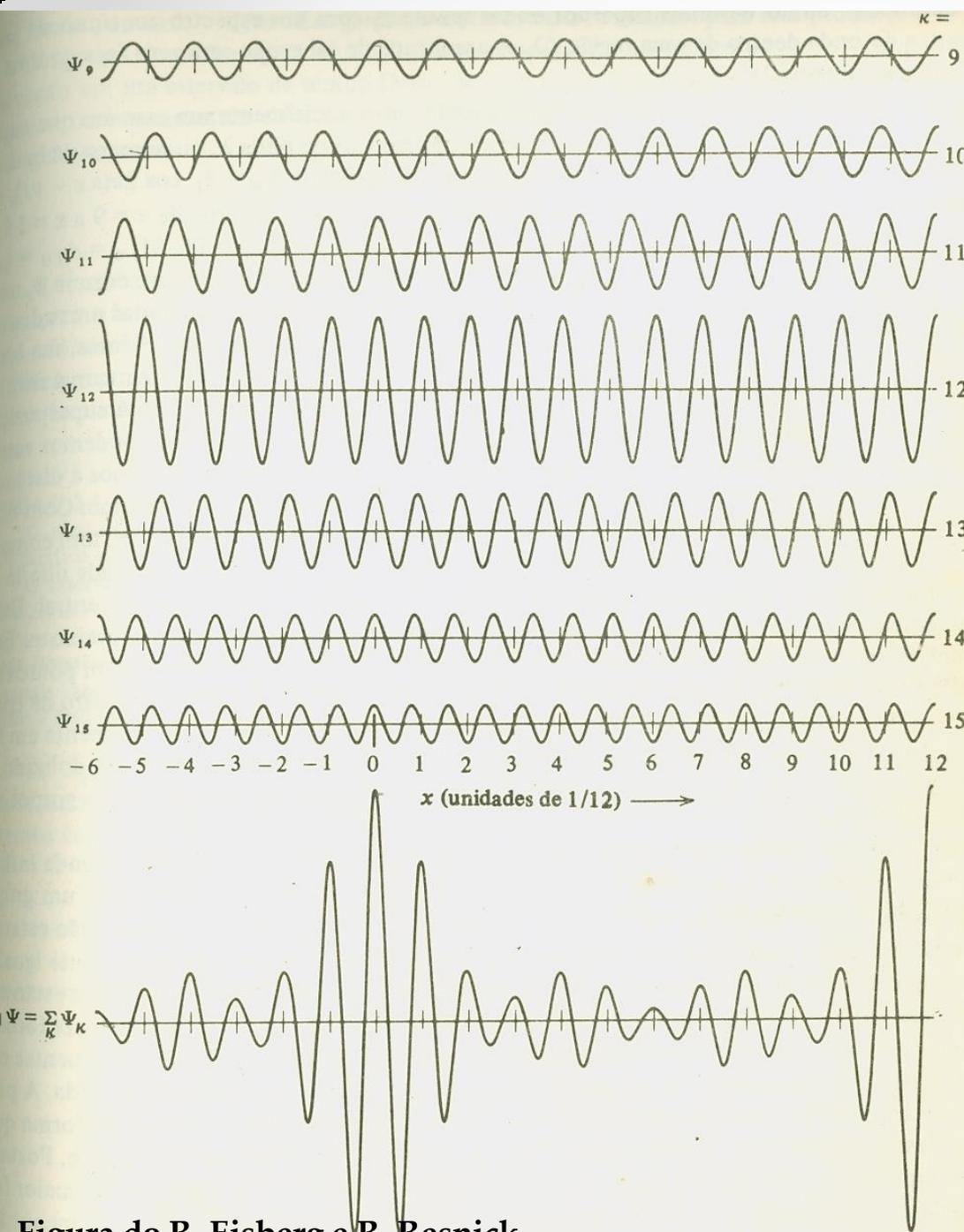
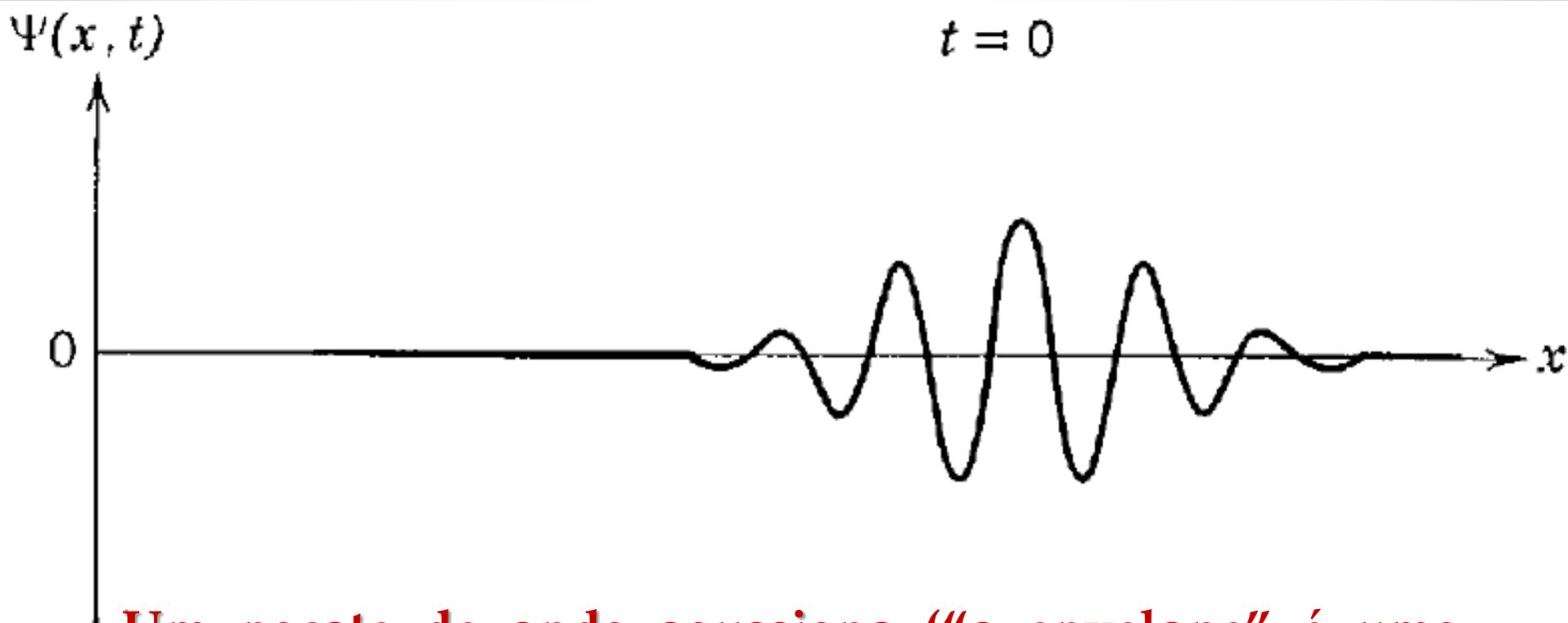


Figura do R. Eisberg e R. Resnick



Um pacote de onda gaussiano (“o envelope” é uma gaussiana) - resultado da soma de infinitas ondas com frequências com diferenças infinitesimais - a integral de Fourier.

Este pacote define as relações de dispersão mínima de qualquer pacote de onda: $\Delta x \Delta k \geq 1/2$ e $\Delta \omega \Delta t \geq 1/2$.

O Princípio de Incerteza ou de Indeterminação de Heisenberg: relações de de Broglie nas relações de dispersão mínima de onda

$$\Delta p_x \Delta x \geq \frac{\hbar}{2}$$

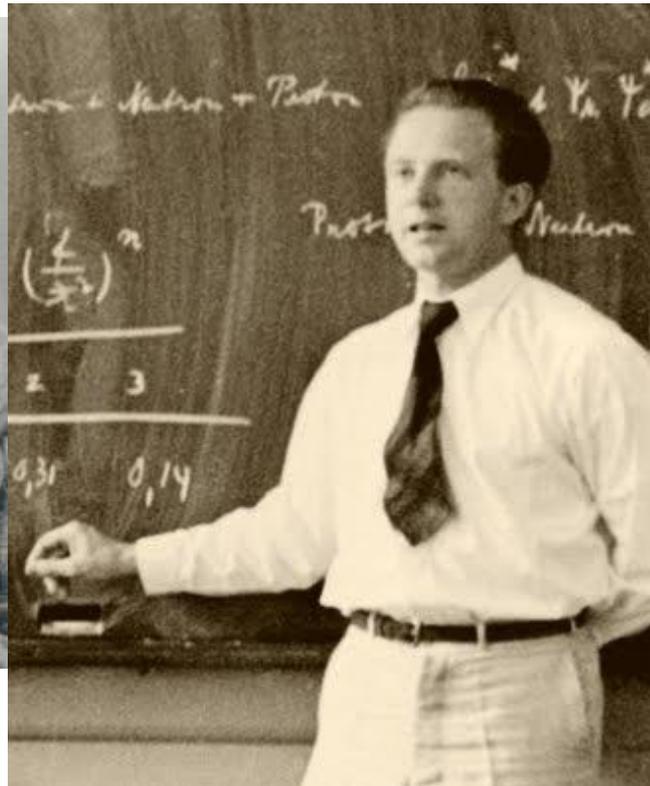
$$\Delta p_y \Delta y \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$\Delta p_z \Delta z \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

Sendo $\Delta x^2 = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2$

Werner Heisenberg – físico alemão (1901-1976) prêmio Nobel de Física em 1932



O princípio de indeterminação de Heisenberg ou a interpretação da dispersão na onda da partícula material.

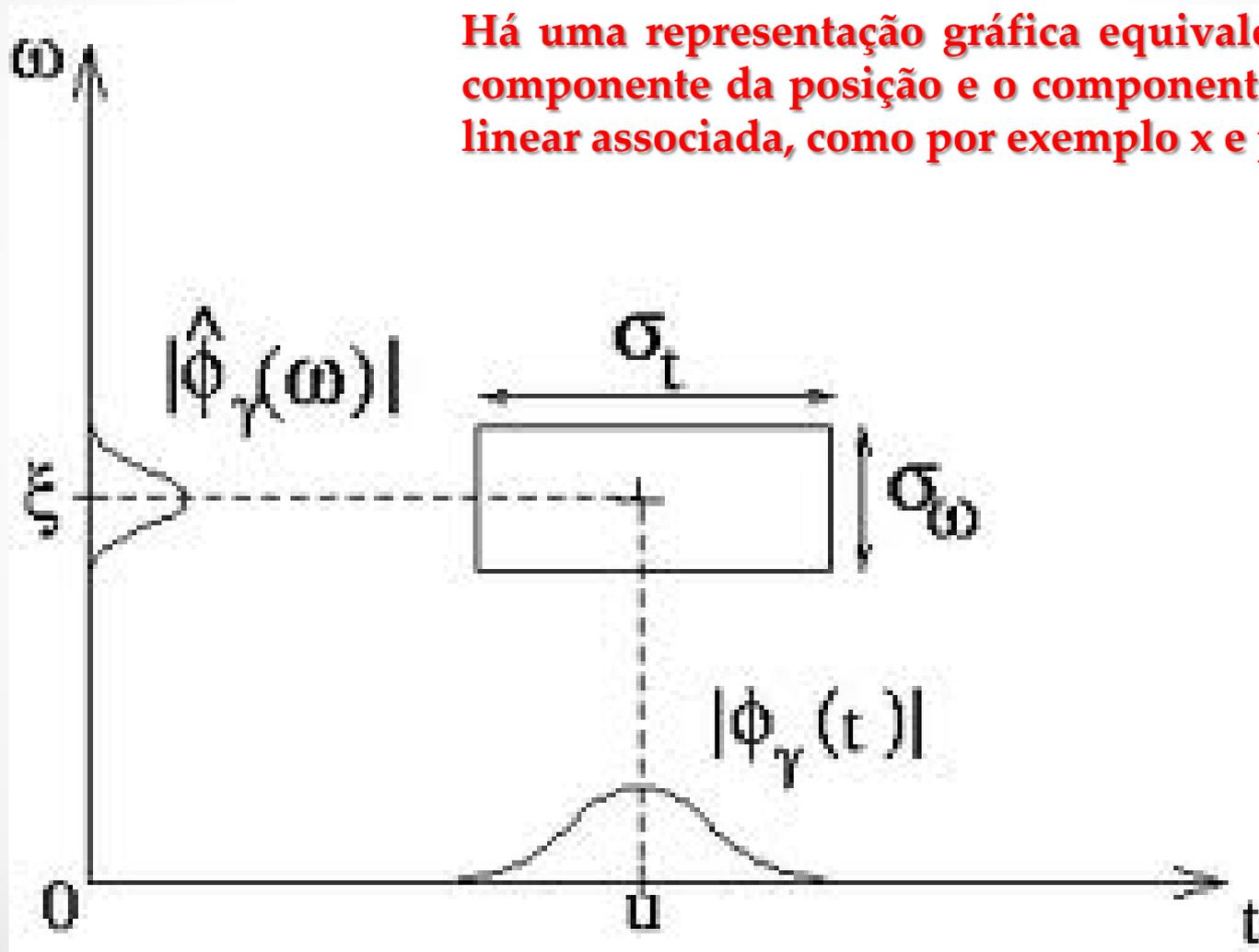
- **Δx é interpretado como uma indeterminação intrínseca da natureza física** (não do experimento) na coordenada de posição da partícula, como **Δp_x é uma indeterminação intrínseca na componente x do momento linear.**
- Assim, **a relação de dispersão da onda de partícula diz da impossibilidade de se ter no mesmo instante um conhecimento real (teórico) com precisão infinita de uma coordenada e seu momento associado, ou seja, $\Delta x=0$ e $\Delta p_x=0$, mesmo que pudéssemos fazer um experimento com indeterminação zero!**
- **Daí o nome de princípio de indeterminação ou de incerteza.**

O Princípio de Indeterminação de Heisenberg ou a interpretação da dispersão na onda da partícula material.

- ΔE é interpretado como uma indeterminação intrínseca da natureza física (não do experimento) na energia do estado da partícula-onda assim como Δt é o intervalo de tempo no qual a partícula-onda permanece sem mudanças no seu estado físico. Observe que o instante t , diferentemente da posição, momento linear e energia, não é uma grandeza dinâmica, mas um parâmetro da mudança nas grandezas dinâmicas.
- Assim, a relação de dispersão da onda de partícula diz da impossibilidade de se ter no mesmo instante um conhecimento real (teórico) com precisão infinita da energia e do intervalo de tempo no qual o estado físico tem essa energia, ou seja, a impossibilidade de $\Delta E=0$ e $\Delta t=0$, mesmo que pudéssemos fazer uma medida com incerteza experimental nula!

Indeterminação de Heisenberg: energia e tempo (do estado quântico)

Há uma representação gráfica equivalente para cada componente da posição e o componente do momento linear associada, como por exemplo x e p_x



Consequências do Princípio de Incerteza

1. O que o princípio de incerteza diz sobre uma partícula parada?
2. Em função à sua resposta ao item 1, o que o princípio de incerteza diz sobre a temperatura mínima da matéria ?