

*Instituto de Física*  
*USP*

*Física V - Aula 21*

*Professora: Mazé Bechara*

# *Aula 21 – A dimensão nuclear em experimentos de Rutherford. A questão estabilidade do átomo nucleado e as hipóteses de Niels Bohr*

- 1. A mínima distância entre núcleo e partícula alfa espalhada em espalhamento partícula-partícula. A dimensão nuclear, a partir de resultados experimentais de espalhamento.**
- 2. Aplicação.**
- 3. A questão da estabilidade deste átomo nucleado e as hipóteses de Bohr para a estrutura e as transições atômicas.**
- 4. Resultados do modelo de Bohr para o átomo de Hidrogênio: distância entre o elétron e o núcleo, e a energia dos estados atômicos.**

# Uma alfa espalhada elasticamente por um núcleo com ângulo de espalhamento $\theta \neq \pi$ .

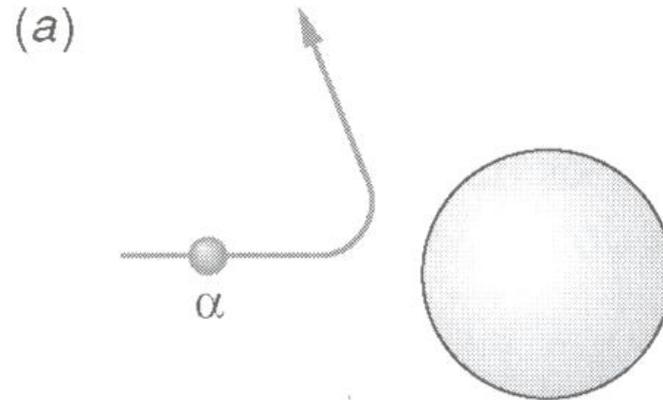


# A seção de choque de Rutherford

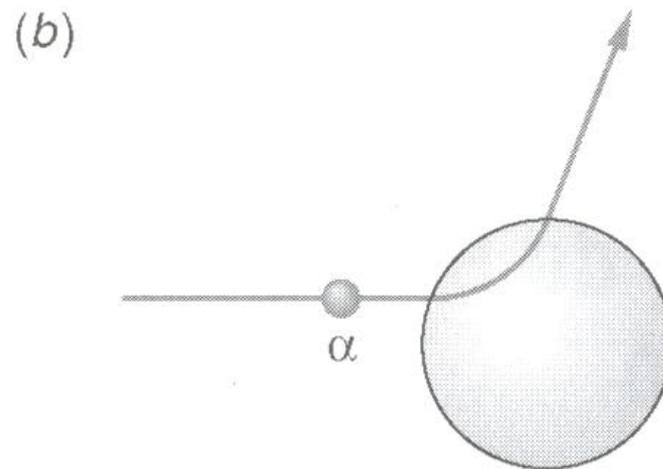
A **seção de choque de Rutherford** é o resultado para o **espalhamento elástico por interação coulombiana repulsiva**.

$$\frac{d\sigma_{Ruth}(\theta)}{d\Omega} = \frac{dN_{esp}^{1N(carga-carga)}(\theta)}{I_0 dt d\Omega} = \frac{1}{16} \left( \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 E_{inc}} \right)^2 \frac{1}{\text{sen}^4 \frac{\theta}{2}}$$

**Obs. O resultado para o cálculo da Mecânica Quântica coincide com o resultado da Mecânica Clássica.**



**Espalhamento Rutherford:**  
A repulsão coulombiana entre carga puntiforme da alfa de carga  $+2e$  com a carga puntiforme do núcleo  $+Ze$ .



**Espalhamento da alfa quando ela penetra no núcleo:**  
A repulsão coulombiana entre a esfera carregada da alfa de carga total  $+2e$  com a esfera carregada do núcleo de carga  $+Ze$ .

**Fig. 4-13** (a) Se a partícula  $\alpha$  não penetra no núcleo, este pode ser considerado uma carga pontual. (b) Se a partícula  $\alpha$  tem energia suficiente para penetrar no núcleo, a lei de espalhamento de Rutherford deixa de ser válida, já que parte da carga do núcleo não é “vista” pela partícula durante o espalhamento.

# Resultados da mecânica clássica para a mínima distância entre as “partículas”

A energia constante  $E$  é igual a energia incidente do feixe  $E_{inc}$ .

No caso da interação partícula-partícula e parâmetro de impacto  $b=0$ , a trajetória é retilínea,  $L=0$  e  $\theta=180^\circ$  (colisão frontal). Com este parâmetro de impacto as partículas do feixe param antes de retornar por efeito da repulsão do núcleo (partícula) alvo.

Assim, a **mínima distância entre partícula incidente e o núcleo é dado por:**

$$E_{inc} = 0 + \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 r_{min}}$$

$$r_{min} = 0 + \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 E_{inc}}$$

**Veja que tal distância depende linearmente das cargas que interagem, e inversamente da energia das partículas incidentes.**

# *A mínima distância entre as “partículas” na interação coulombiana repulsiva ( $b \neq 0$ )*

A máxima aproximação entre a partícula espalhada e o núcleo espalhador, que é igual à mínima distância entre partícula incidente e o núcleo, em cada ângulo de espalhamento  $\theta$ , tem relação com a energia  $E$  (Marion – Mecânica):.

$$r_{\min} = D_{\max} = \frac{1}{2} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 E_{inc}} \left(1 + \frac{1}{\sin \frac{\theta}{2}}\right)$$

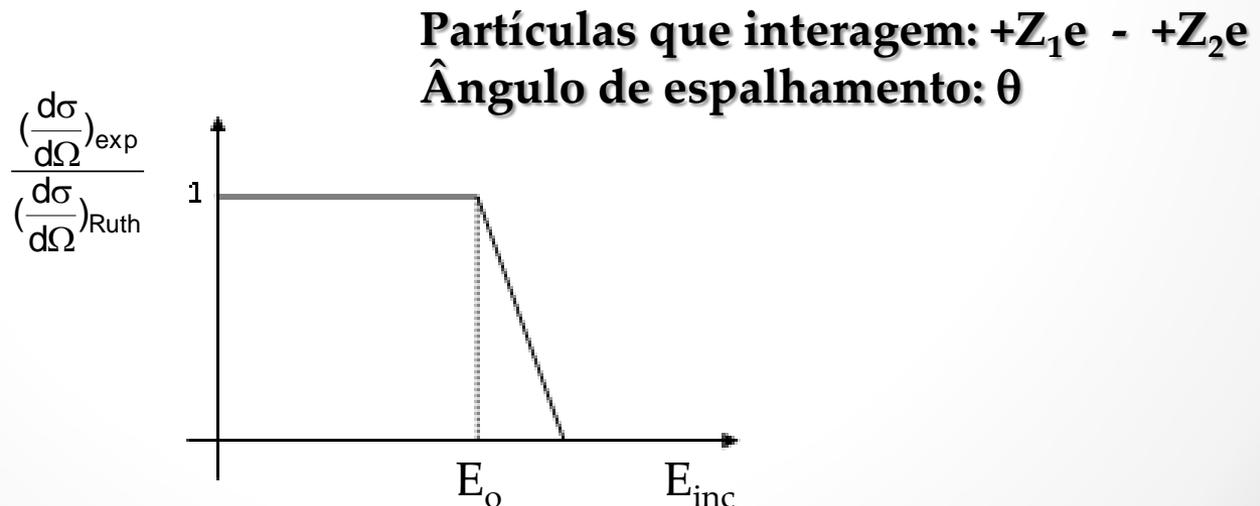
•Veja a dependência com o inverso da energia, e proporcionalmente com as cargas que interagem.

•Observe também que a relação acima para  $\theta=180^\circ$  ( $b=0$  e  $L=0$ ) coincide com o da transparência anterior. É neste ângulo, para cada energia e par que interage, que se tem a menor distância entre o núcleo e a alfa espalhada.

# Observação importante sobre o espalhamento de Rutherford experimental

Em experimentos de Rutherford no qual se varia a energia das partículas incidentes, a partir de certo valor  $E_0$ , que depende das partículas incidentes, dos núcleos espalhadores, e do ângulo de espalhamento, o resultado experimental deixa de concordar com a previsão do “espalhamento de Rutherford”.

De forma genérica e esquemática o comportamento é aproximadamente o seguinte:



Faça o gráfico de  $r_{min}$  versus  $E$ .

# Interpretação dos resultados experimentais quando “fogem” do previsto por Rutherford

**Interpretação:** para energias maiores do que  $E_0$  a partícula incidente chega a distâncias menores do que a soma dos dois raios nucleares que interagem, e a interação eletromagnética deixa de ser a carga-carga.

Além da interação entre as cargas ser outra, pode haver outro tipo de interação, e de fato há a interação nuclear neste caso em que as partículas do feixe são núcleo de hélio, e as espalhadora são os núcleos de algum elemento.

Assim, *a máxima energia incidente  $E_0$  com a qual há apenas espalhamento de Rutherford está associada à aproximação entre a partícula espalhada e o núcleo espalhador de forma a seus raios se tangenciarem, ou seja:*

$$r_{\min} = \frac{1}{2} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{4\pi\epsilon_0 E_0} \left(1 + \frac{1}{\sin \frac{\theta}{2}}\right) \cong r_N + r_{\text{alfa}} \cong 2r_N$$

O grupo de Rutherford não podia mudar muito a energia das alfas incidentes, que eram de fontes radioativas, então fizeram as medidas para estimar os raios dos núcleos em núcleos mais leves, particularmente usando folhas de alumínio.

**Sabe-se hoje que:**

$$r_N = 1,20 \times A^{1/3} (10^{-15}\text{m}) = 1,20 \times A^{1/3} \text{ fm (fermis)}$$

# *A dimensão nuclear*

Estes experimentos permitiram estimar o raio do núcleo como sendo da ordem de  $10^{-15}$  m, ou seja, 100.000 vezes menor do que o raio do átomo ( $10^{-10}$  m).

## **Uma comparação futebolística**

**Se o núcleo tiver a dimensão da cabeça de um alfinete, ou seja, um raio de  $1,5 \text{ mm} = 1,5 \times 10^{-3} \text{ m}$ , o átomo teria a dimensão de  $1,5 \times 10^2 \text{ m} = 150 \text{ m}$ , que é aproximadamente a dimensão de um campo de futebol.**

# *Aula de Física também é CULTURA*

## **DIMENSÕES DO CAMPO DE FUTEBOL**

Um campo de futebol é retangular e deve ter um comprimento mínimo de 90 m e no máximo de 120 m. A largura deverá ser de 45 m no mínimo e de 90 m no máximo.

## **DIMENSÕES DOS CAMPOS para JOGOS INTERNACIONAIS**

Quando uma equipe tem de participar num jogo de uma competição internacional, o comprimento do campo deve ser de 100 m no mínimo e de 110 m no máximo.

Neste tipo de jogos, a largura do recinto de jogo deverá ter um mínimo de 64 m e um máximo de 75 m.

# *Aplicação de Rutherford*

Um feixe de partículas alfa com  $1\text{nA}$  e energia cinética de  $6,0\text{MeV}$  incide perpendicularmente sobre uma fina folha de prata ( $M=108$ ,  $Z=47$ ,  $\rho_{\text{Ag}}=10,5\text{g/cm}^3$ ) de  $1\mu\text{m}$  de espessura. Um detetor de partículas alfa com  $5\text{mm}^2$  de área é colocado a  $2\text{cm}$  de distância do centro da folha.

(c) Determine a máxima aproximação da alfa com o núcleo espalhador no espalhamento a  $180^\circ$  e a  $90^\circ$ , pelo mesmo núcleo espalhador.

(d) A resposta ao item (c) sustenta a hipótese inicial que a única interação é espalhamento de Rutherford no espalhamento a  $90^\circ$ ? E a  $180^\circ$ ? E para ângulos menores do que  $90^\circ$ ? Justifique.

(e) Compare a densidade material, atômica e nuclear da prata.

# Aplicação de Rutherford

## respostas

Um feixe de partículas alfa com  $1\text{nA}$  e energia cinética de  $6,0\text{MeV}$  incide perpendicularmente sobre uma fina folha de prata ( $M=108$ ,  $Z=47$ ,  $\rho_{\text{Ag}}=10,5\text{g/cm}^3$ ) de  $1\mu\text{m}$  de espessura. Um detetor de partículas alfa com  $5\text{mm}^2$  de área é colocado a  $2\text{cm}$  de distância do centro da folha.

(c) Determine a máxima aproximação entre uma alfa espalhada a  $180^\circ$  e a  $90^\circ$  pelo mesmo núcleo espalhador.

**Respostas:  $2,3 \times 10^{-14}\text{m}$  e  $3,2 \times 10^{-14}\text{m}$ .**

(d) A resposta ao item (c) sustenta a hipótese inicial que a única interação é espalhamento de Rutherford no espalhamento a  $90^\circ$ ? E a  $180^\circ$ ? E para ângulos menores do que  $90^\circ$ ? Justifique.

(e) Compare a densidade da prata (tabela) com estimativas das densidades atômica e nuclear da prata. **Respostas:  $10,5 \times 10^6\text{g/m}^3$ ,  $\sim 1,5 \times 10^7\text{g/m}^3$ ,  $2,4 \times 10^{20}\text{g/m}^3$  respectivamente.**

# *Densidade de matéria (tabela), atômica e nuclear da prata (estimadas)*

1. Densidade de matéria:  $\rho_{\text{mat}} = 10,5 \times 10 \text{ g/cm}^3 = 10,5 \times 10^6 \text{ g/m}^3$

2. Densidade atômica:  $\rho_{\text{atm}} = m_{\text{atm}} / (4\pi r_{\text{atm}}^3 / 3) \sim$   
 $\sim 108 \times 1,7 \times 10^{-24} \text{ g} / (4 \times 3,14 \times [1,4 \times 10^{-10}]^3 \text{ m}^3 / 3) = 1,5 \times 10^7 \text{ g/m}^3$

Fraqueza da estimativa – o uso do raio do átomo de 1,4 angstrom.

3. Densidade nuclear:  $\rho_{\text{nucl}} = m_{\text{nucl}} / (4\pi r_{\text{nucl}}^3 / 3) =$   
 $= 108 \times 1,7 \times 10^{-24} \text{ g} / (4 \times 3,14 \times [5,7 \times 10^{-15}]^3 \text{ m}^3 / 3) \sim 2,4 \times 10^{20} \text{ g/m}^3$

$$\rho_{\text{nucl}} \sim 10^{13} \rho_{\text{atm}} \sim 1,5 \rho_{\text{mat}}$$

*E a estabilidade de um átomo  
com núcleo?*

*Quem ousa desmentir  
o Maxwell?*

*E a estabilidade de um átomo com núcleo?*

*• Desmentir o Maxwell ?*

*Não! Mas contornar...*

*. Quem ousaria?*

**Niels Henrik David Bohr**

**(1885 – 1962) Físico dinamarquês -  
Prêmio Nobel de Física em 1922.**

# Niels Henrik David Bohr



*"Technology has advanced more in the last thirty years than in the previous two thousand. The exponential increase in advancement will only continue. Anthropological Commentary The opposite of a trivial truth is false; the opposite of a great truth is also true."*

*Niels Bohr*



# Hipóteses do Bohr para a estrutura Atômica

1. Os átomos são compostos por um **núcleo com carga  $+Ze$ , e dimensão muito menor (100.000 vezes) do que a dimensão do átomo, e no qual se concentra a maior parte da massa do átomo. Este núcleo interage com os  $Z$  elétrons, ao seu redor dentro das dimensões atômicas ( $\sim 10^{-10}$  m = 1 angstrom), por meio de interações coulombianas (carga - carga) atrativas.**
2. Cada elétron tem **órbita circular** em torno do núcleo, que é a trajetória de mínima energia, segundo a mecânica clássica newtoniana para o potencial atrativo inverso à distância no movimento relativo. (Relembre o potencial efetivo de Mecânica para forças centrais).

# Hipóteses do Bohr para a estrutura Atômica

3. Diferentemente do que é observado no universo físico macroscópico, **só são permitidas** aos elétrons **as trajetórias circulares com o módulo de momento angular orbital quantizado da seguinte forma:**

$$L = n \frac{h}{2\pi} = n\hbar \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

4. Diferentemente do que diz o eletromagnetismo clássico, os elétrons, apesar de acelerados, **são estáveis (não emitem radiação eletromagnética por um tempo) nestas órbitas permitidas.**

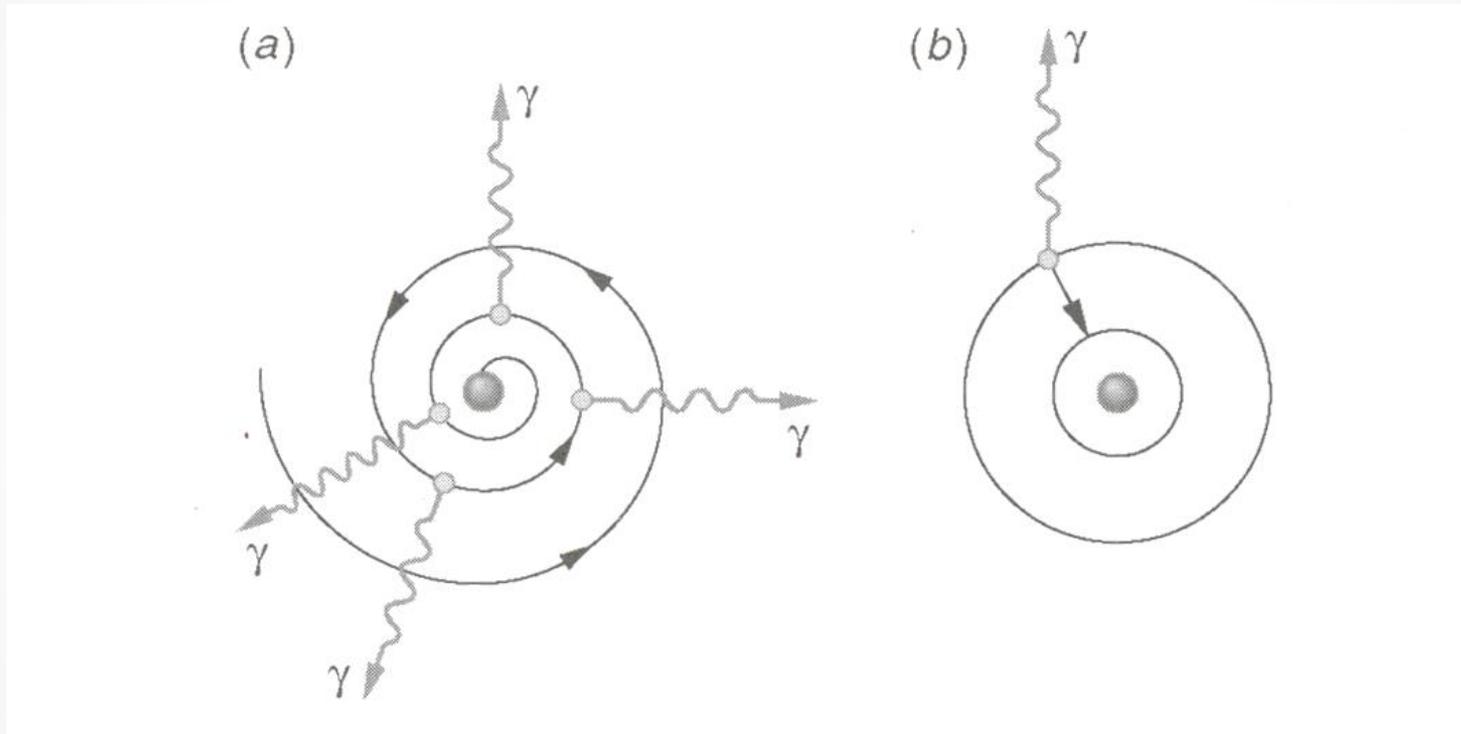
# Hipóteses do Bohr para a estrutura Atômica

5. **Somente a órbita de menor energia está em equilíbrio estável – o estado fundamental do átomo. (Base experimental)**
6. **A outras órbitas permitidas formam o conjunto de estados chamados excitados, que na verdade são permitidas mas instáveis, significando que depois de algum tempo típico das órbitas, o átomo passa espontaneamente para um estado de menor energia (outra órbita circular) até chegar ao estado fundamental. (Base experimental)**
7. **A energia do átomo é a soma das energias dos elétrons. Neste caso, além da força atrativa dos núcleos sobre cada elétron, há forças repulsivas entre os elétrons**

# Hipóteses do Bohr para as transições Atômicas

1. As transições atômicas , ou seja, de um estado possível para outro, ocorrem em “saltos” e um estado a outro. **Não se pense em trajetória intermediária entre uma e outra órbita como o observado no mundo macroscópico.**
2. **As transições para estados de menor energia ocorrem espontaneamente com a emissão de um fóton em cada transição.**
3. Para ir de um estado de menor para outro de maior energia o elétron precisa receber energia de um sistema externo.
4. **Se receber energia de REM um elétron absorve um fóton para cada transição atômica.**
5. Quando interage com partículas, um elétron absorve energia cinética no valor exato da energia que precisa para cada transição.

# A “correção” à instabilidade no átomo nucleado de Rutherford proposta por Bohr



**Fig. 4-15** (a) No modelo clássico do átomo, o elétron descreve uma espiral em direção ao núcleo porque está constantemente irradiando energia. (b) No modelo de Bohr, o elétron só irradia energia quando executa uma transição para uma órbita de raio menor.

# *As energias nas transições atômicas*

*Observações importantes.*

- 1. Há um recuo do átomo em cada uma das transições, para conservar o momento linear na interação.*
- 2. A energia do átomo como um todo, associado a este momento linear do seu centro de massa, é desprezível, dada a massa grande do átomo, e portanto ela está sendo desprezada na conservação de energia.*

# As energias nas transições atômicas

1. O decaimento de um estado de maior para outro de menor energia é feito com a emissão de um fóton obedecendo, a conservação de energia:

$$h\nu = E_n - E_{n'} \\ (E_n > E_{n'})$$

2. Na absorção de radiação eletromagnética, para cada transição o átomo absorve um fóton com a conservação de energia dos estados atômicos:

$$h\nu = E_n - E_{n'} \\ (E_n < E_{n'})$$

3. Os elétrons podem também absorver energia cinética de outras partículas para fazerem uma transição atômica, mas o fazem sempre absorvendo exatamente a diferença de energia entre os dois estados.

# Resultados do modelo de Bohr

## *Cálculos em aula - Refaça!*

- Os raios do movimento relativo:

$$r_n = \frac{n^2}{Z} \left[ \hbar^2 \frac{4\pi\epsilon_0}{e^2 \mu} \right] = \frac{n^2}{Z} r_{n=1} = \frac{n^2}{Z} r_B = \frac{n^2}{Z} 0,529 \text{ \AA}$$

- Observe que o raio depende da massa reduzida, e que o átomo de H ( $Z=1$  e  $\mu \cong m_e$ ) no estado fundamental tem raio de 0,529 angstroms
- Os raios crescem com  $n^2$  e caem linearmente com  $Z$ , Isto significa que maiores  $n$  têm raios “muito” maiores, e núcleos mais pesados tem raios menores para um elétron interagindo com ele e mesmo  $n$ , em comparação com o H.

# Resultados do modelo de Bohr (cálculos em aula – refaça!)

- As energias do movimento relativo de um elétron-e e de um núcleo +Ze:

$$E_n = -\frac{1}{2} \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r_n} = -\frac{Z^2}{n^2} \frac{\mu}{2\hbar^2} \left[ \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \right]^2 = -\frac{Z^2}{n^2} E_1 = -\frac{Z^2}{n^2} 13,60eV$$

- Observe que a menor energia ocorre para  $n=1$ , isto quer dizer que define o estado de menor energia para o H, ou seja o estado fundamental.
- A energia cresce (fica menos negativa) com o inverso do  $n^2$ , ou seja, os estados excitados para o átomo de H têm  $n=2,3,4...$
- A energia de um elétron interagindo com um núcleo +Ze cresce com  $Z^2$ . Este fato torna as energias atômicas dos átomos pesados (soma das energias de todos os elétrons ligados ao núcleo) muito menores (mais negativas) do que as energias do hidrogênio, mesmo levando em conta que há um papel da repulsão coulombiana (energias positivas) entre os elétrons, e que nem todos os elétrons poderão estar no estado com menor energia. Quanto a este último aspecto,
- **Aguarde!**