Mecânica Quântica II - 4300404

4ª lista

- 1) a) Suponha que voce coloque os dois elétrons, no átomo de hélio, no estado $n=2$. Qual seria a energia emitida quando um dos elétrons retorna ao estado $n=1$? Desconsidere a energia de repulsão entre os elétrons.
b) Descreva como seria o espectro de comprimentos de onda da radiação emitida pelo íon He^+ , se pudéssemos desprezar a energia de repulsão entre os elétrons.
- 2) Discuta qualitativamente o esquema de níveis de energia do átomo de hélio se:
a) os elétrons forem bósons idênticos.
b) os elétrons forem partículas distinguíveis.
c) os elétrons forem férmions idênticos de spin $1/2$.

3) Considerando que a função de onda do estado fundamental do átomo de hélio é dada por:

$$\psi_0(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \psi_{100}(\vec{r}_1)\psi_{100}(\vec{r}_2),$$

mostre que a)

$$\left\langle \frac{1}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} \right\rangle = \frac{5}{4a_0}.$$

Dica: use coordenadas esféricas tal que

$$|\vec{r}_1 - \vec{r}_2| = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1r_2 \cos \theta_2}$$

e integre primeiro em $\vec{r}_2$.

b) Use o resultado de a) para mostrar que a energia de interação dos elétrons no estado fundamental do átomo de hélio é dada por

$$\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0} \left\langle \frac{1}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|} \right\rangle = 34 \text{ eV}.$$

Veja que se somarmos isso aos -109 eV (obtidos como a energia do estado fundamental do átomo de hélio quando desprezamos a energia de repulsão entre os elétrons), obtemos $(34-109) \text{ eV} = -75 \text{ eV}$, muito próximo do valor experimental -79 eV .

4) Considere um sistema de dois elétrons. Suponha que os elétrons sejam descritos por pacotes de onda gaussianos, um em torno de $x = a$ e outro em torno de $x = -a$, de forma que as funções de onda sejam dadas por $(\mu^2/\pi)^{1/4}e^{-\frac{\mu^2}{2}(x-a)^2}$ e $(\mu^2/\pi)^{1/4}e^{-\frac{\mu^2}{2}(x+a)^2}$ respectivamente. Construa as funções de onda normalizadas dos dois elétrons para o caso em que os elétrons tenham a mesma projeção de spin.

5) A densidade do cobre é 8.96 g/cm^3 , e seu peso atômico é 63.5 g/mol .

- a) Calcule a energia de Fermi do cobre. Assuma que o cobre tenha um elétron livre por átomo e dê sua resposta em elétron volts.
b) Se E_F for a energia cinética dos elétrons mais rápidos no material, é razoável supor que os elétrons no cobre não são relativísticos?

- c) Calcule a temperatura supondo que a energia térmica dos elétrons seja igual à energia de Fermi. Compare essa temperatura com a temperatura de fusão do cobre: 1356 K.
- 6) Calcule a energia de Fermi de elétrons, não ineragentes, confinados em um poço infinito quadrado bidimensional, contendo σ elétrons por unidade de área.