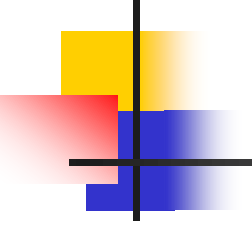


Polarização de Renda

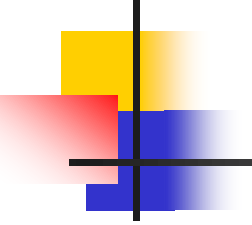
Luiz Guilherme Scorzafave (FEA-RP/USP)

Maio/ 2016



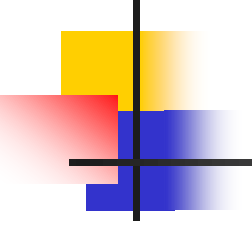
1. Origem do tema

- Polarização captaria fenômeno de desaparecimento da “classe média” nos EUA nos anos 80, que pode não estaria sendo captado pelas medidas tradicionais de desigualdade (Gini, Theil, etc.).
- A partir de meados dos anos 90, surgem as primeiras propostas para se medir a polarização da renda, como medida alternativa à desigualdade.



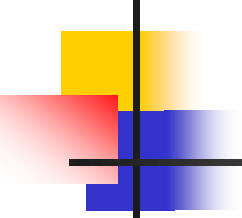
1. Origem do tema

- Polarização captaria fenômeno de desaparecimento da “classe média” nos EUA nos anos 80, que pode não estaria sendo captado pelas medidas tradicionais de desigualdade (Gini, Theil, etc.).
- A partir de meados dos anos 90, surgem as primeiras propostas para se medir a polarização da renda, como medida alternativa à desigualdade.



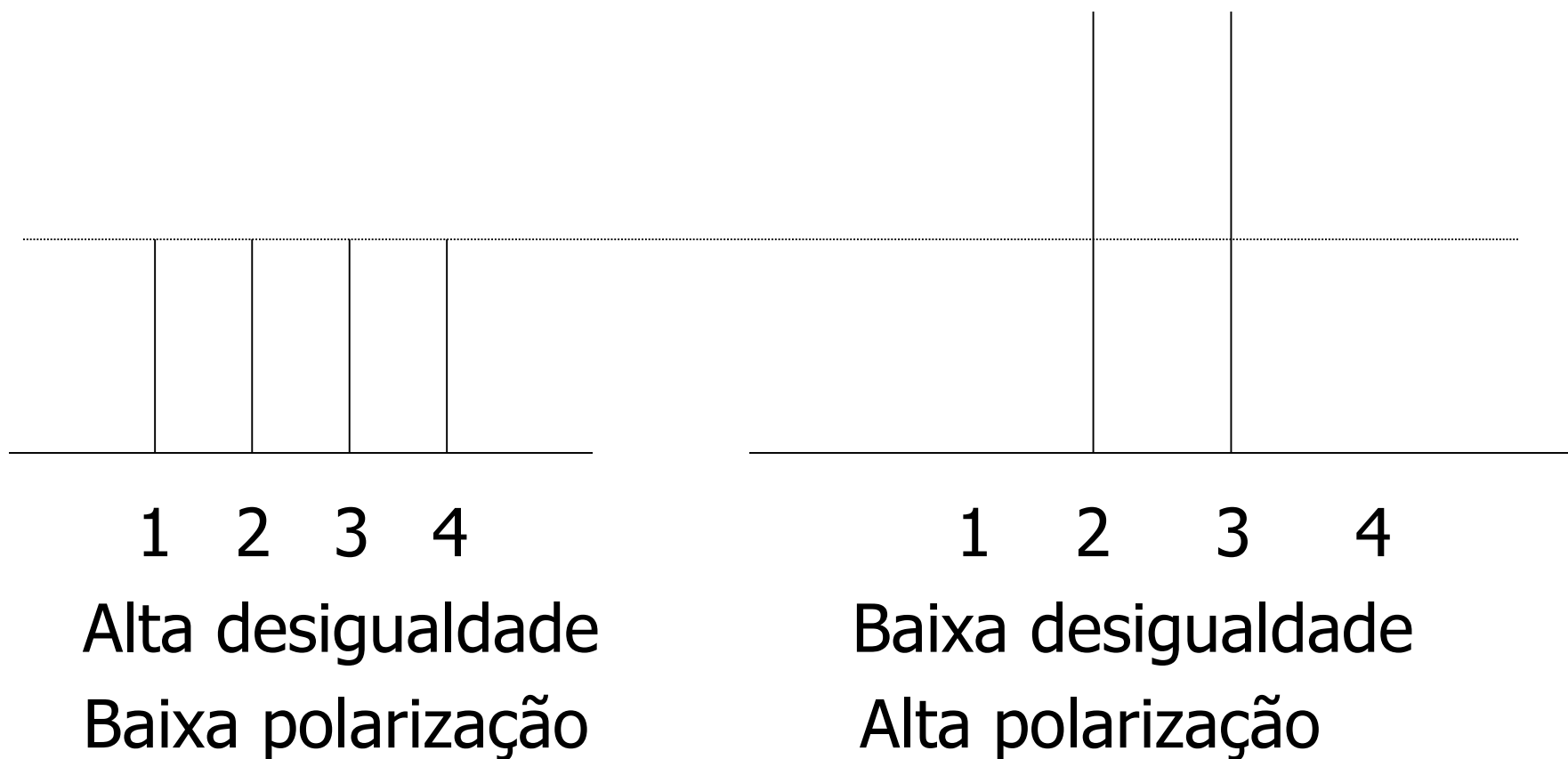
1. Origem do tema

- Trabalhos pioneiros:
 - Esteban e Ray (1994): definição da medida em bases axiomáticas
 - Wolfson (1994): definição de medida de polarização com base na curva de Lorenz



2. Intuição

Diferença entre Polarização e Desigualdade



2. Intuição

Diferença entre Polarização e Desigualdade

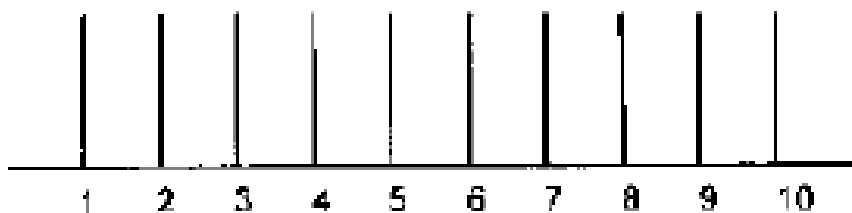


FIGURE 1A

Alta desigualdade
Baixa polarização

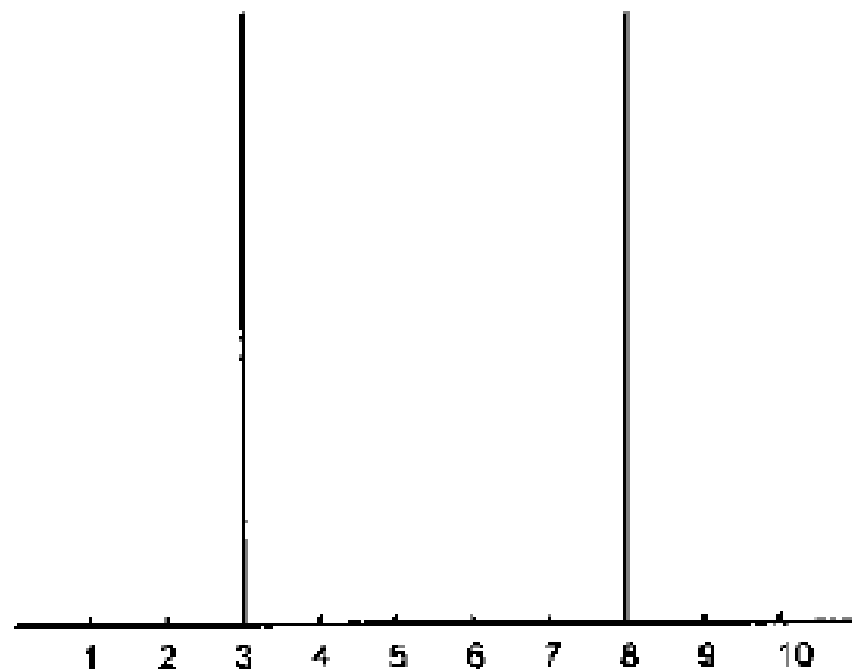
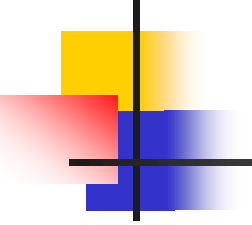


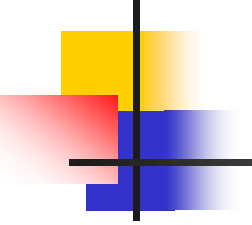
FIGURE 1B

Baixa desigualdade
Alta polarização



4. Metodologia

- Hipóteses de Esteban e Ray (1994):
- **Identificação:** $I=I(p)$, onde p é a proporção de indivíduos com o mesmo "atributo"
- **Alienação:** $a=|y-y'|$, onde y e y' são os valores da renda para os dois grupos
- **Antagonismos efetivo:** $T=T(I,a)$

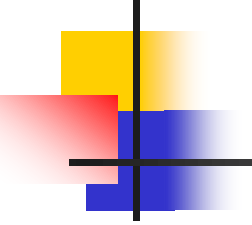


4. Metodologia

- Esteban e Ray (1994) definem polarização como:

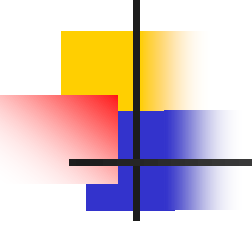
$$P(\pi, y) = \sum_i \sum_j \pi_i^{1+\alpha} \pi_j \mid \mu_i - \mu_j \mid$$

- π_i e π_j : a proporção de indivíduos nos grupos i e j
- μ_i e μ_j são as rendas médias dos indivíduos dos grupos i e j
- α indica o peso que é dado ao sentimento de identificação



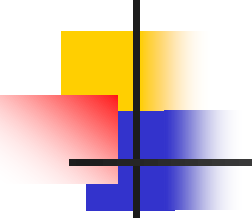
4. Metodologia

- Limitação de Esteban e Ray (1994): método indicado para a formação de grupos definidos de acordo com atributos qualitativos como sexo, região, raça e religião.
- Não há nenhum critério *a priori* para a divisão dos indivíduos por faixas de renda
- Solução: Esteban, Gradin e Ray (2007)



4. Metodologia

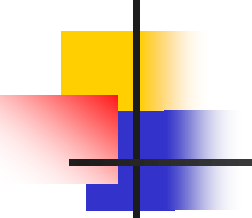
- Idéia de Esteban, Gradin e Ray (2007):
 - Ao tratar os indivíduos de uma mesma classe de renda de forma homogênea, estamos cometendo um erro de aproximação. Entretanto, pode-se dividir as classes de renda de forma a minimizar este erro.



4. Metodologia de EGR (2007)

- Seja uma função densidade f a representação de uma distribuição de renda. As rendas são normalizadas para a renda média, $\mu = 1$.
- Uma *representação* da densidade f com n pólos é uma coleção ρ de números $(Y_0, Y_1, \dots, Y_n; \pi_1, \dots, \pi_n; \mu_1, \dots, \mu_n)$ tal que:

$$\pi_i = \int_{Y_{i-1}}^{Y_i} f(y) dy \qquad \mu_i = (1/\pi_i) \int_{Y_{i-1}}^{Y_i} y f(y) dy$$

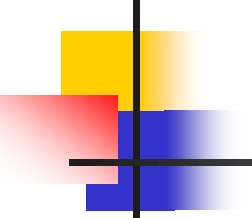


4. Metodologia de EGR (2007)

- Cada representação ρ de f , induz a um erro de aproximação, $\varepsilon(f, \rho)$. Assim, a medida de polarização (polarização ampliada) passa a ser dada por:

$$P(f, \alpha, \beta) = ER(\alpha, \rho) - \beta \varepsilon(f, \rho)$$

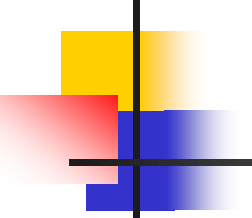
- β é o peso que atribuímos ao erro de medida.
- $ER(\alpha, \rho)$ é a medida de polarização apresentada por ER (1994) com o parâmetro α aplicado à representação ρ com n -grupos (polarização simples)



4. Metodologia de EGR (2007)

- EGR (2007) escolhem arbitrariamente o número de grupos (n) e propõe um método para determinar a localização dos grupos endogenamente.
- Seguindo Aghevli e Mehran (1981) e Davies e Shorrocks (1989), EGR (1999) definem o erro de aproximação $\varepsilon(f, \rho)$ como:

$$\varepsilon(f, \rho) = \frac{1}{2} \sum_i \int_{y_{i-1}}^{y_i} \int_{y_{i-1}}^{y_i} |x - z| f(x)f(z) dx dz$$

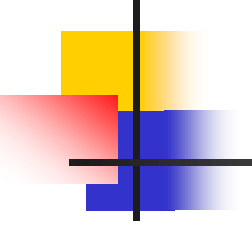


4. Metodologia de EGR (2007)

- A solução da minimização do erro em relação a ρ é dada por:

$$y_i^* = (\pi_i^* \mu_i^* + \pi_{i+1}^* \mu_{i+1}^*) / (\pi_i^* + \pi_{i+1}^*)$$

- Ou seja, a renda que divide quaisquer dois intervalos adjacentes (y_i^*) tem que ser igual a renda média destes dois intervalos.

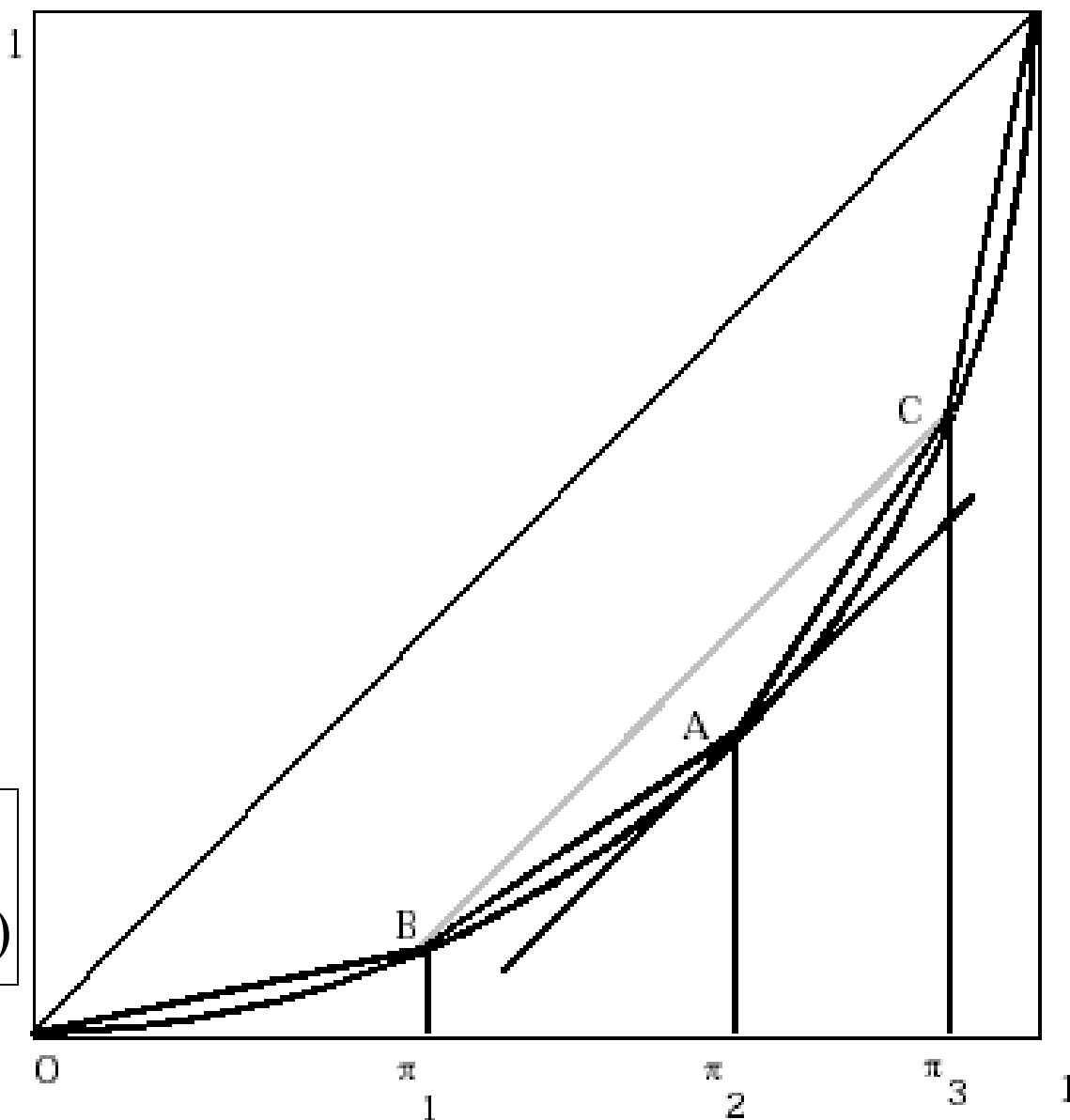


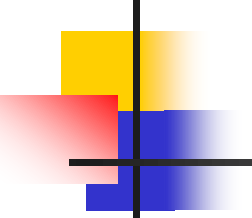
4. Metodologia de EGR (2007)

- Graficamente, a solução corresponde a minimizar a área entre a curva de Lorenz original e a representação linear em intervalos discretos desta mesma curva.

4. Metodologia de EGR (2007)

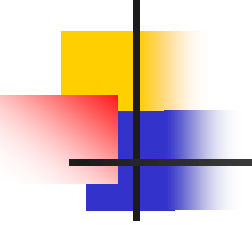
Assim,
 $\varepsilon(f, \rho^*) = G(f) - G(\rho^*)$





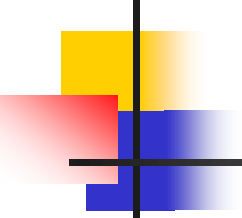
4. Metodologia de EGR (2007)

- Assim, a medida de polarização de EGR(2007) é dada por:
- $P(f, \alpha, \beta) = ER(\alpha, \beta) - \beta[G(f) - G(\rho^*)]$
- Para $n=2$ (bipolarização):
- $P(f; \alpha, \beta) = [\pi_\mu^\alpha + (1 - \pi_\mu)^\alpha][\pi_\mu - L(\pi_\mu)] - \beta\{G - [\pi_\mu - L(\pi_\mu)]\}$
 - π_μ é a proporção de indivíduos que ganham até a média μ (normalizada para 1)
 - $L(\pi_\mu)$ é a ordenada da curva de Lorenz em π_μ
 - G é o índice de Gini



5. Dados e Resultados

- PNAD (1981, 2003)
- Conceitos de Renda Domiciliar:
 - $RPC = \text{renda domiciliar} / n$
 - $REQ1 = \text{renda domiciliar} / (n)^{1/2}$
 - $REQ_OCDE = \text{renda domic} / (1 + 0,4 \text{ cri} + 0,7 \text{ ad})$
- Unidade de análise é o *domicílio* e não a pessoa.

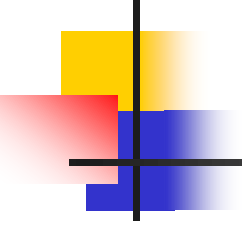


5. Dados e Resultados

Polarização Estendida - EGR (2007)

	RPC				REQ1			
	$\alpha=1$	$\alpha=1,3$	$\alpha=1,6$	Gini	$\alpha=1$	$\alpha=1,3$	$\alpha=1,6$	Gini
1981	0.2955	0.2283	0.1763	0.5918	0.2726	0.2080	0.1577	0.5582
2003	0.2832	0.2185	0.1686	0.5798	0.2687	0.2062	0.1578	0.5503

- Polarização praticamente constante
- $RPC > REQ1 \rightarrow$ domicílios pobres numerosos

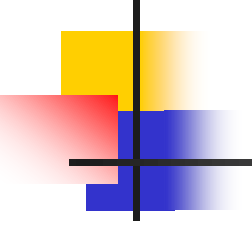


4. Dados e Resultados

Polarizacao Simples - ER (1994)

Polarização ER (1994)							
	RPC			REQ1			
	$\alpha = 1$	$\alpha=1,3$	$\alpha=1,6$	$\alpha = 1$	$\alpha=1,3$	$\alpha=1,6$	$\alpha = 1$
1981	0,4437	0,3764	0,3244	0,4154	0,3508	0,3006	0,4133
2003	0,4315	0,3668	0,3169	0,4095	0,3470	0,2986	0,4108

- Padrão de estabilidade nos dois períodos

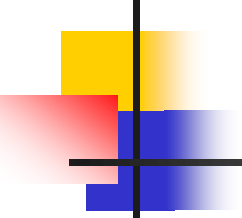


5. Dados e Resultados

Polarizacao Estendida – Dispersao intra-grupo

	RPC			REQ1			
	$\alpha = 1$	$\alpha=1,3$	$\alpha=1,6$	$\alpha = 1$	$\alpha=1,3$	$\alpha=1,6$	$\alpha = 1$
1981	0,1482	0,1481	0,1481	0,1428	0,1428	0,1429	0,1423
2003	0,1483	0,1483	0,1483	0,1408	0,1408	0,1408	0,1418

- Representação da distribuição de renda através de apenas dois grupos responde por 75% do Gini da distribuição original.

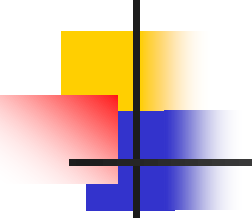


5. Dados e Resultados

Tamanho Relativo dos grupos

	Grupo 1		Grupo 2	
	1981	2003	1981	2003
RPC	73,63	74,15	26,37	25,85
REQ1	72,33	73,30	27,67	26,70

- Elevação muito pequena no grupo mais pobre.

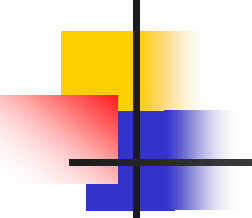


5. Dados e Resultados

Renda Média dos grupos

	Grupo 1		Grupo 2	
	1981	2003	1981	2003
RPC	0,3974	0,4181	2,6823	2,6693
REQ1	0,4257	0,4414	2,5013	2,5338
REQ_OCDE	0,4307	0,4414	2,5088	2,5517

- Cresce renda média do grupo pobre
- Cai a do grupo rico
- Grande disparidade permanece

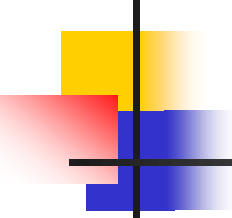


5. Dados e Resultados

Renda Média dos grupos

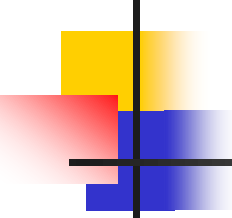
	Grupo 1		Grupo 2	
	1981	2003	1981	2003
RPC	0,3974	0,4181	2,6823	2,6693
REQ1	0,4257	0,4414	2,5013	2,5338
REQ_OCDE	0,4307	0,4414	2,5088	2,5517

- Cresce renda média do grupo pobre
- Cai a do grupo rico
- Grande disparidade permanece



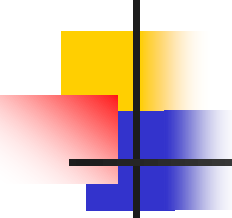
6. Conclusões

- Polarização no Brasil maior que em 5 países pesquisados por EGR (2007)
- Fatores que explicariam:
 - Grande distância entre a renda média dos grupos
 - Maior proporção de domicílios no grupo pobre, que reduziria a polarização, não compensa a alienação.



7. Outra medida de polarização

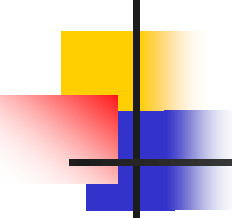
- Duclos, Esteban e Ray (2005) desenvolveram uma medida de polarização mais apropriada para a divisão dos grupos de acordo com variáveis contínuas, como a renda
- Seja f a função de densidade do nosso interesse (a renda). Um indivíduo localizado em uma renda x supostamente terá um sentimento de identificação que dependerá da densidade em x , $f(x)$.
- Um indivíduo localizado em x sente uma alienação $|x - y|$ em relação a um indivíduo localizado em y .



7. Outra medida de polarização

- Assim como em ER (1994), o antagonismo efetivo dos indivíduos com renda x em relação àqueles com renda y (sob f) é definido como uma função não-negativa: $T(i, a)$
- Onde $i=f(x)$ e $a= |x - y|$
- A medida de polarização de DER (2005) é dada por:

$$P(F) = \iint T(f(x), |x - y|) f(x) f(y) dx dy,$$



7. Outra medida de polarização

- Colocada dessa forma genérica, essa medida não é operacional, dependendo da escolha da forma funcional de T .
- Assim, DER (2005) estabelecem alguns axiomas tais que seja possível restringir as possíveis formas funcionais que T pode assumir.
- Axioma 1. Se uma distribuição for composta apenas por uma densidade básica, então uma compressão dessa densidade não pode aumentar a polarização.

Axioma 1

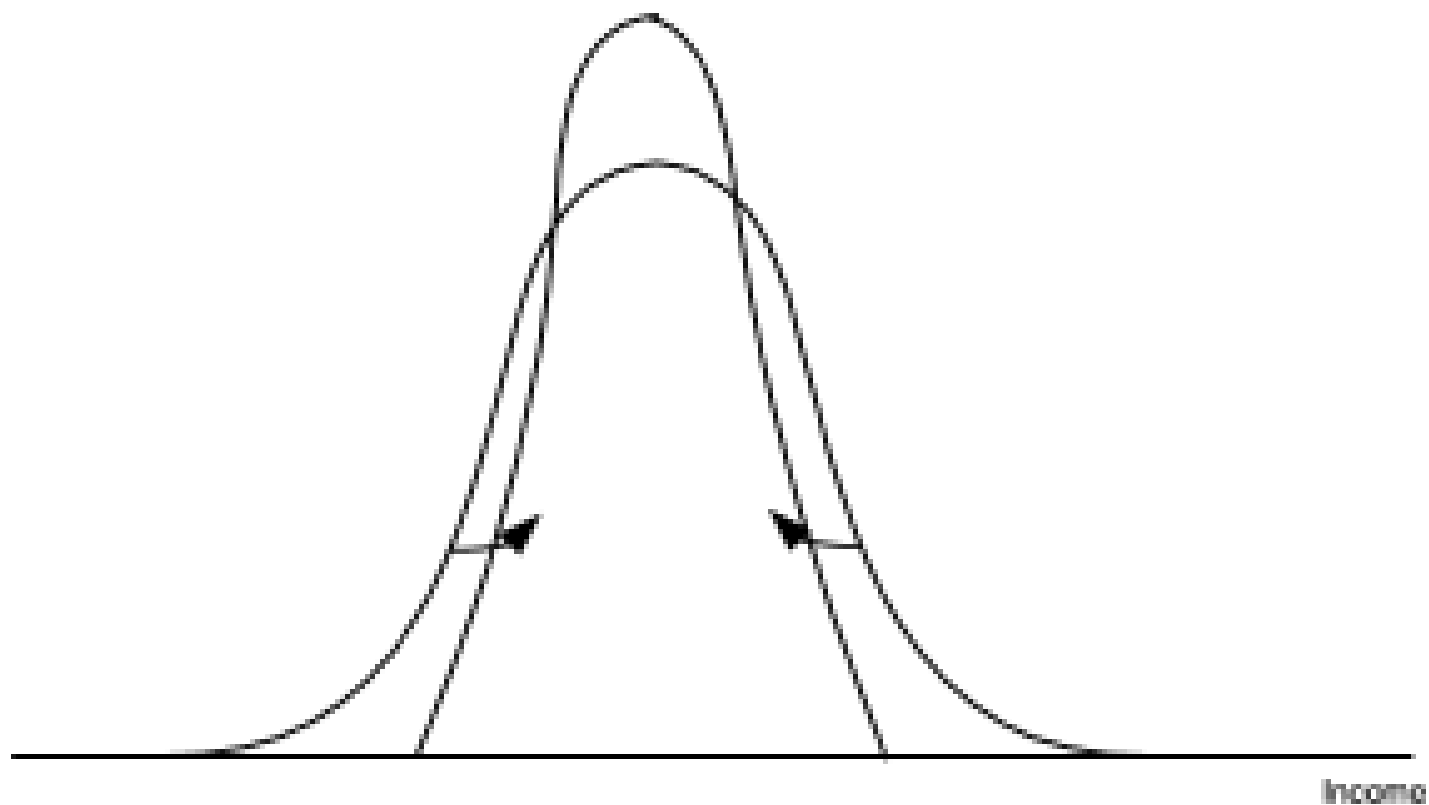
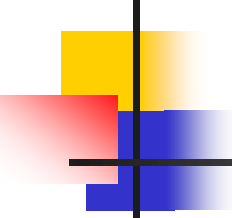


FIGURE 1.—A single squeeze cannot increase polarization.



7. Outra medida de polarização

- Colocada dessa forma genérica, essa medida não é operacional, dependendo da escolha da forma funcional de T .
- Assim, DER (2005) estabelecem alguns axiomas tais que seja possível restringir as possíveis formas funcionais que T pode assumir.
- Axioma 1 Se uma distribuição for composta apenas por uma densidade básica, então uma compressão dessa densidade não pode aumentar a polarização.

Axioma 2

- Axioma 2 Se uma distribuição simétrica for composta por três densidades básicas com a mesma raiz e suportes mutuamente disjuntos, então uma compressão simétrica das densidades laterais não pode reduzir a polarização.

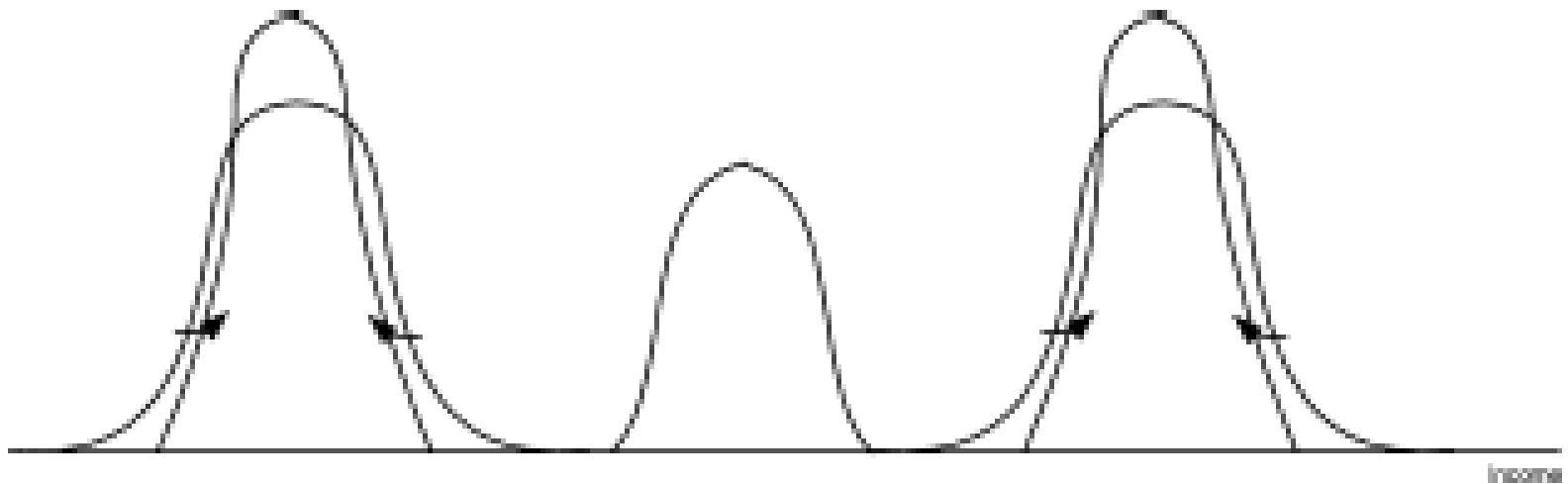


FIGURE 2.—A double squeeze cannot lower polarization.

Axioma 3

- Axioma 3 Considere uma distribuição simétrica composta por quatro densidades com suportes mutuamente disjuntos. Deslize as duas densidades do meio para o lado de fora (mantendo todos os suportes disjuntos). Então a polarização deve aumentar.

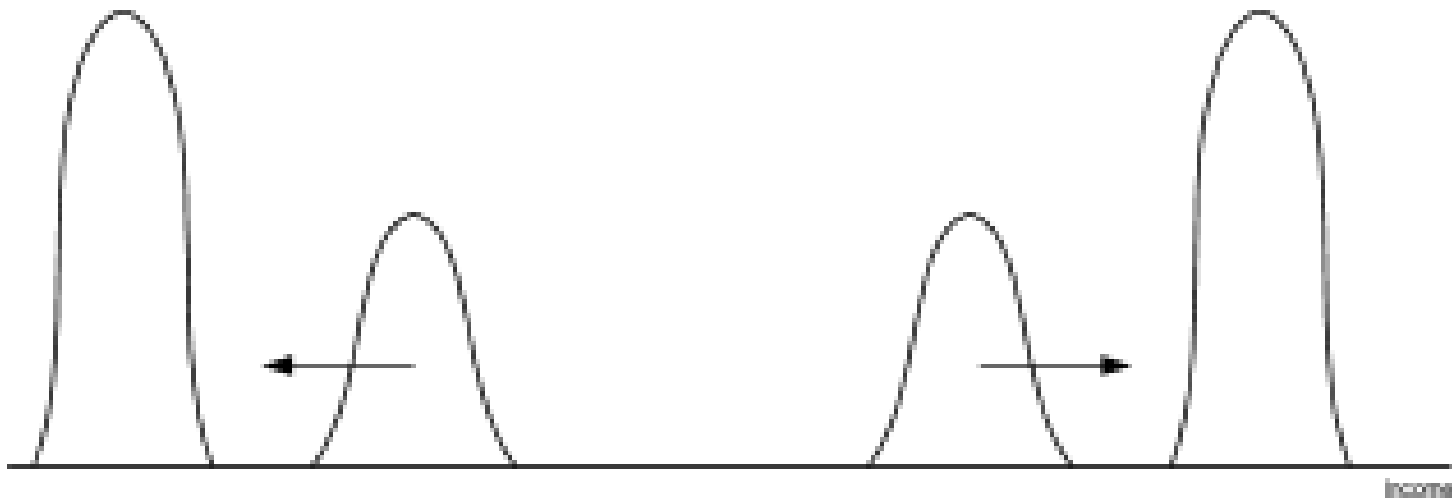
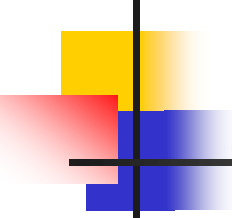
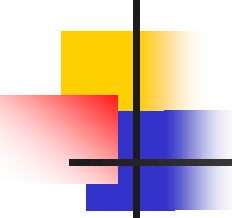


FIGURE 3.—A “symmetric outward slide” must raise polarization.



Axioma 4

- Axioma 4: Se $P(F) \geq P(G)$ e $p > 0$, então $P(pF) \geq P(pG)$, onde pF e pG representam replicações populacionais (idênticas) de F e G respectivamente.
- Corresponde ao princípio da invariância populacional.
 - Se uma situação possui maior polarização que outra, isso continuará a ocorrer se em ambas as situações as populações mudarem na mesma proporção p .

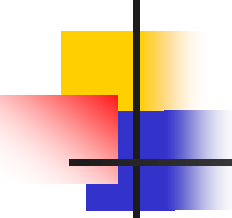


DER (2005)

- A medida de DER (2005) que respeita os 4 axiomas é dada por:

$$P_{\alpha}(\hat{F}) = n^{-1} \sum_{i=1}^n \hat{f}(y_i)^{\alpha} \hat{a}(y_i),$$

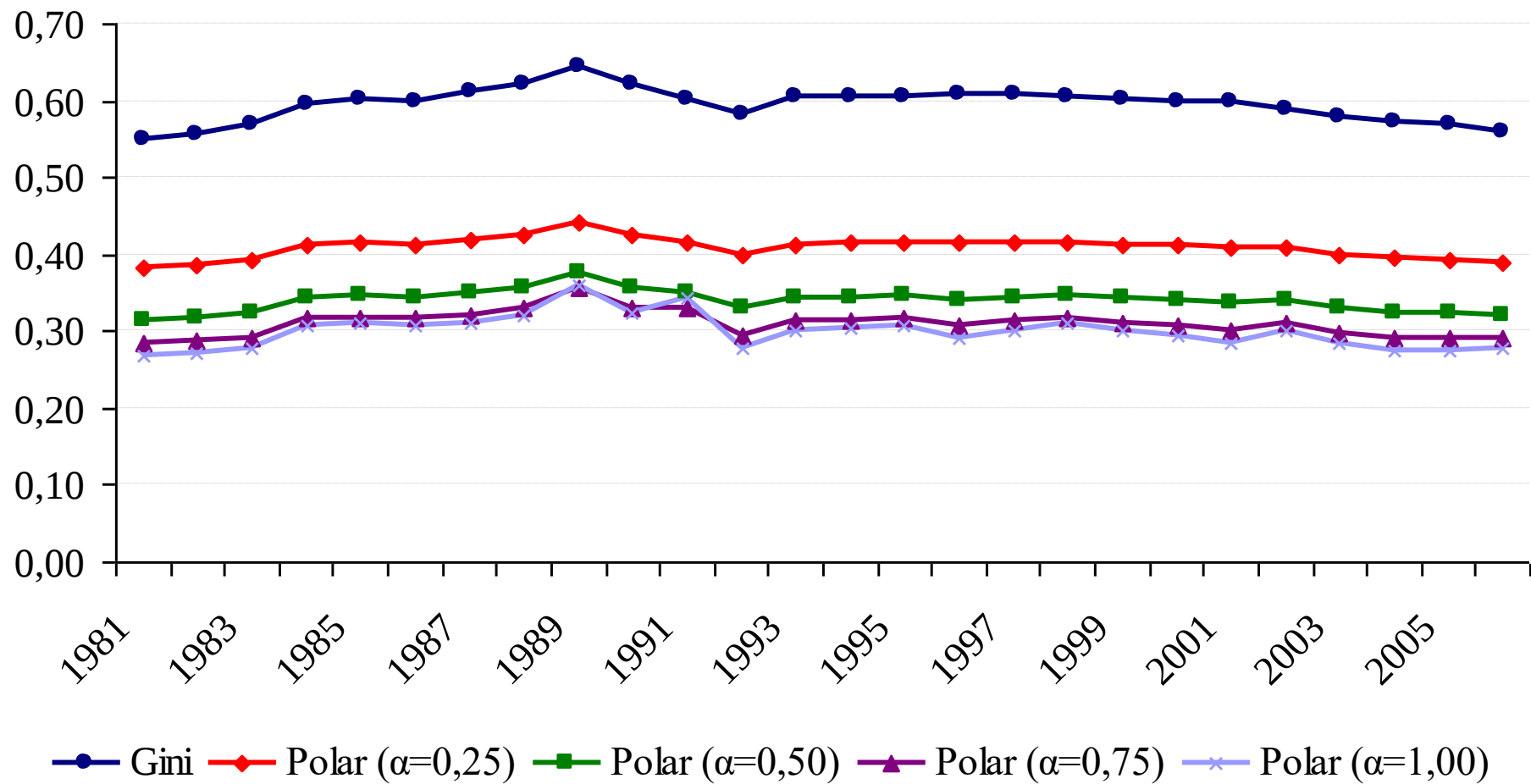
- Onde $\hat{a}(y_i) = \hat{\mu} + y_i(n^{-1}(2i-1)-1) - n^{-1}\left(2\sum_{j=1}^{i-1} y_j + y_i\right).$
- E $\hat{f}(y_i)$ é estimado não parametricamente via kernel.



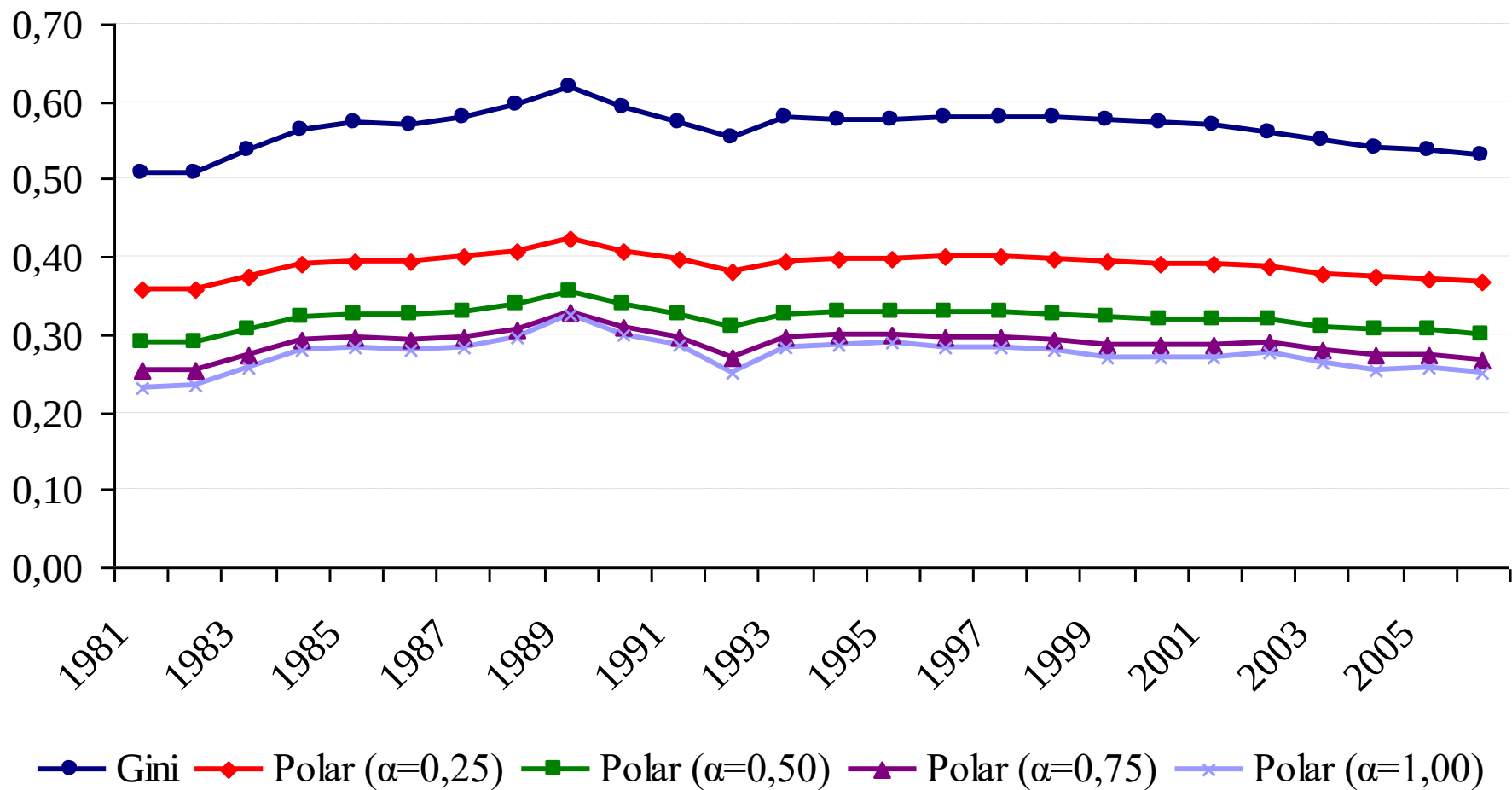
DER (2005)

- Aplicação para o Brasil
- Dados da PNAD de 1981 a 2006

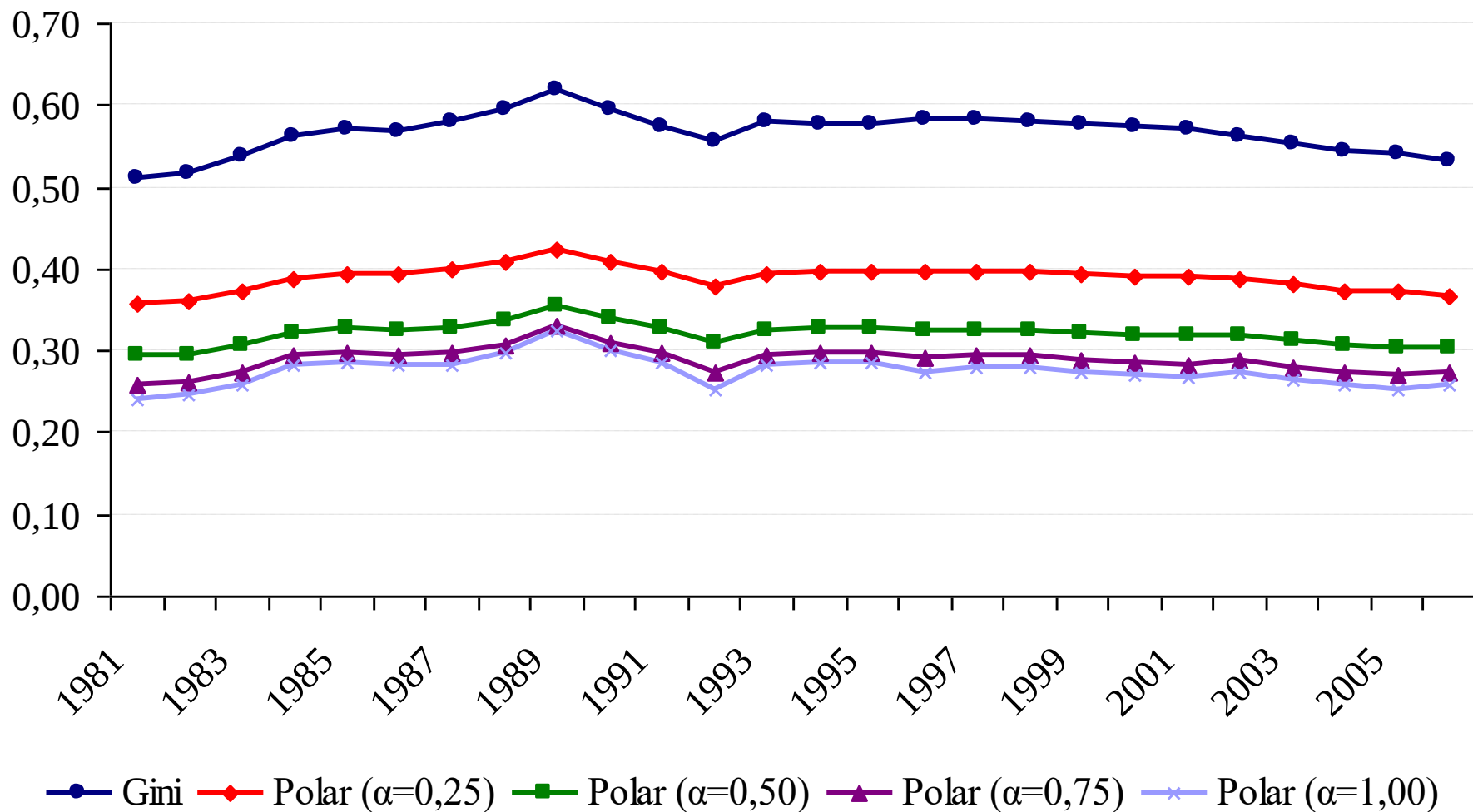
Evolução da Polarização (RDPC)

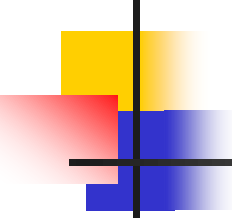


Evolução da Polarização (R_EQ1)



Evolução da Polarização (R_OCDE)

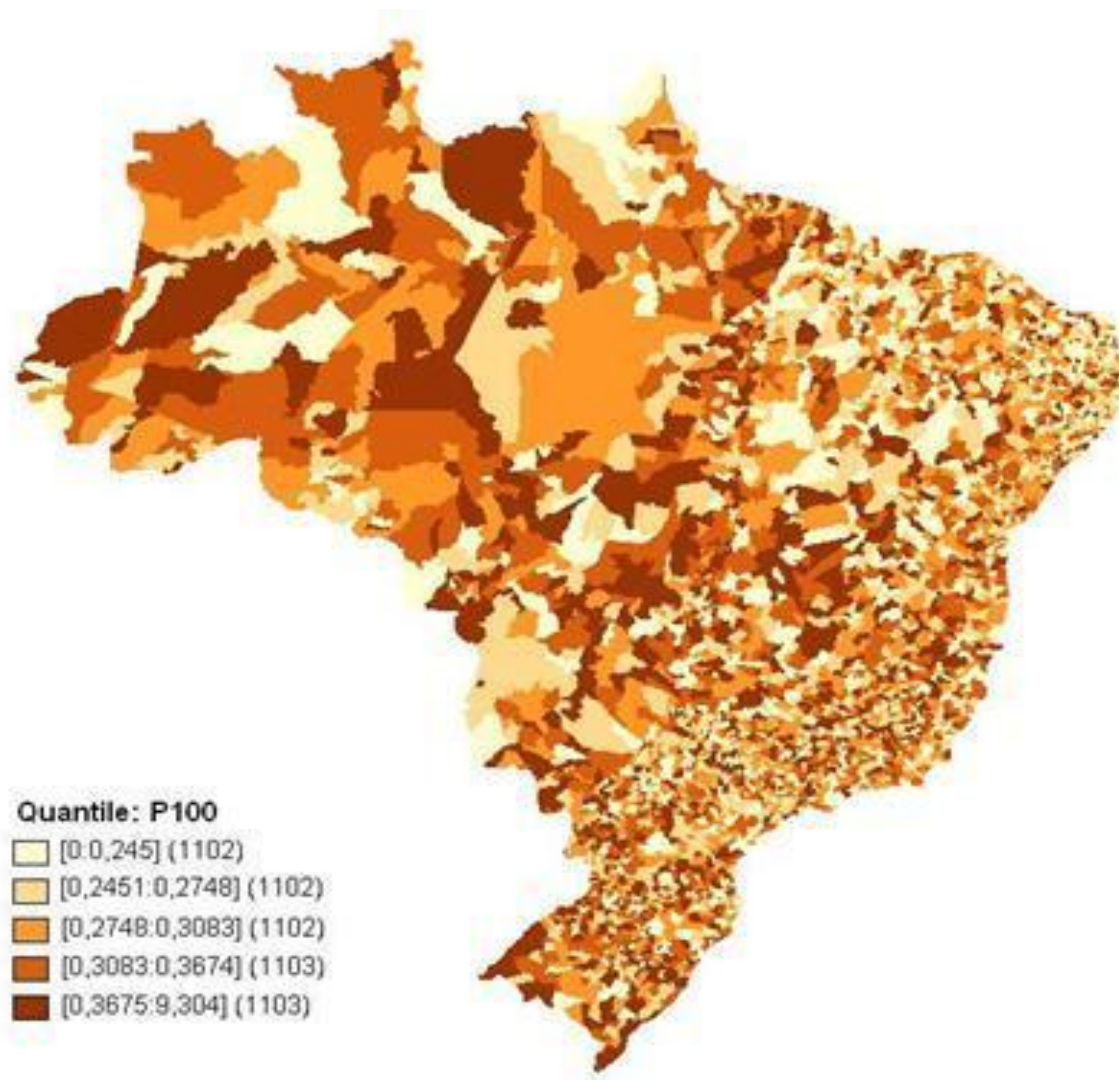


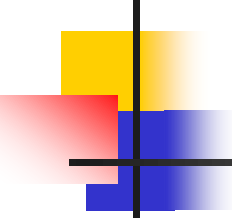


Correlação Polarização x Gini - PNAD

	$\alpha = 0,25$	$\alpha = 0,50$	$\alpha = 0,75$	$\alpha = 1,00$
	Polarização PC			
Coeficiente de Gini	0,994	0,971	0,931	0,864
	Polarização EQ1			
Coeficiente de Gini	0,992	0,979	0,965	0,951
	Polarização EQ_OCDE			
Coeficiente de Gini	0,991	0,970	0,944	0,921

Polarização Municipal – Censo 2000

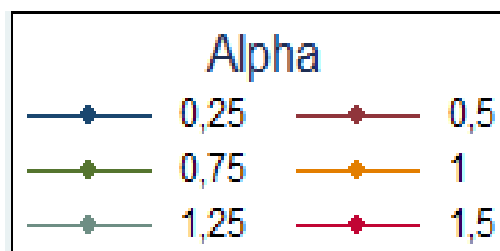
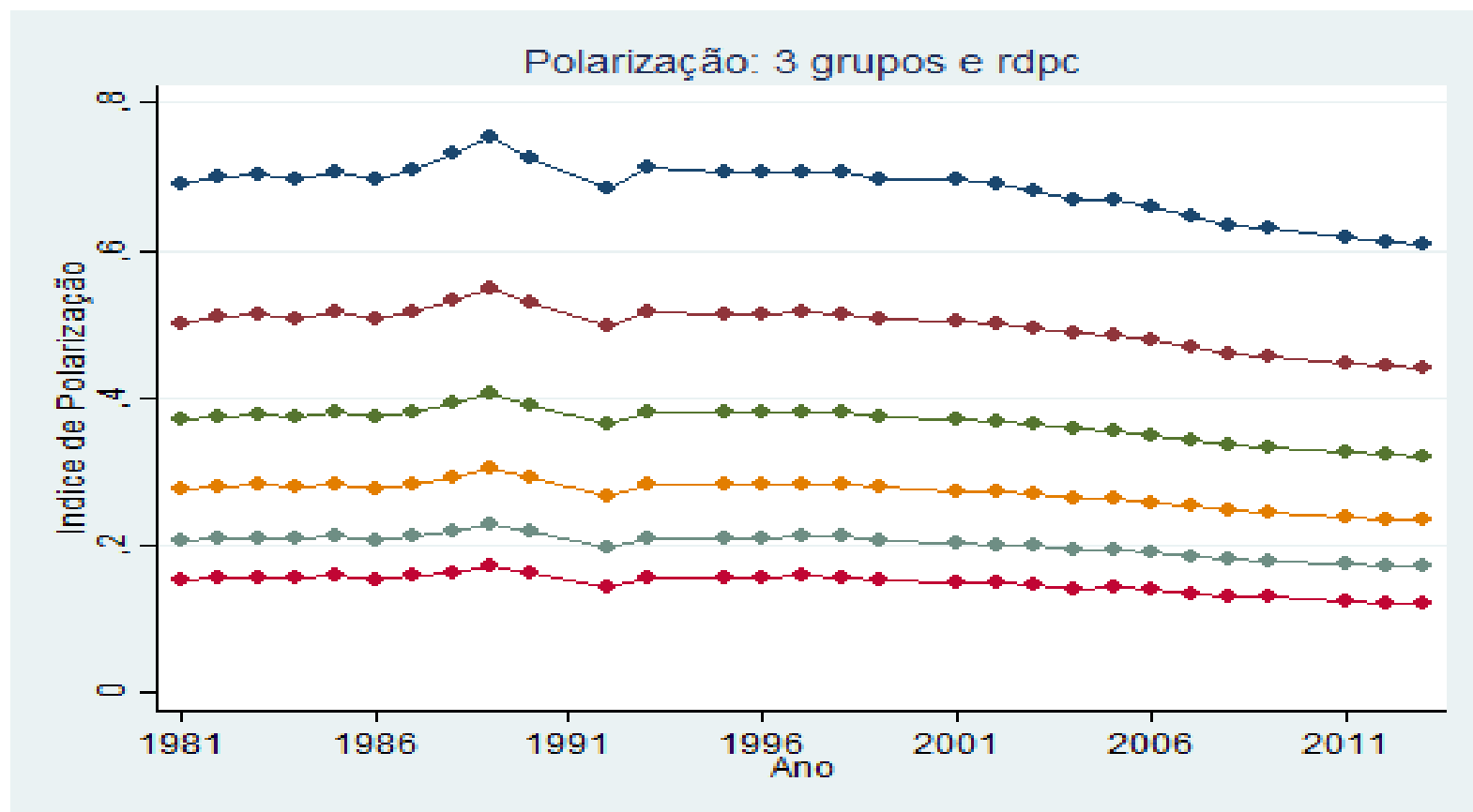




Polarização e Classes de Renda

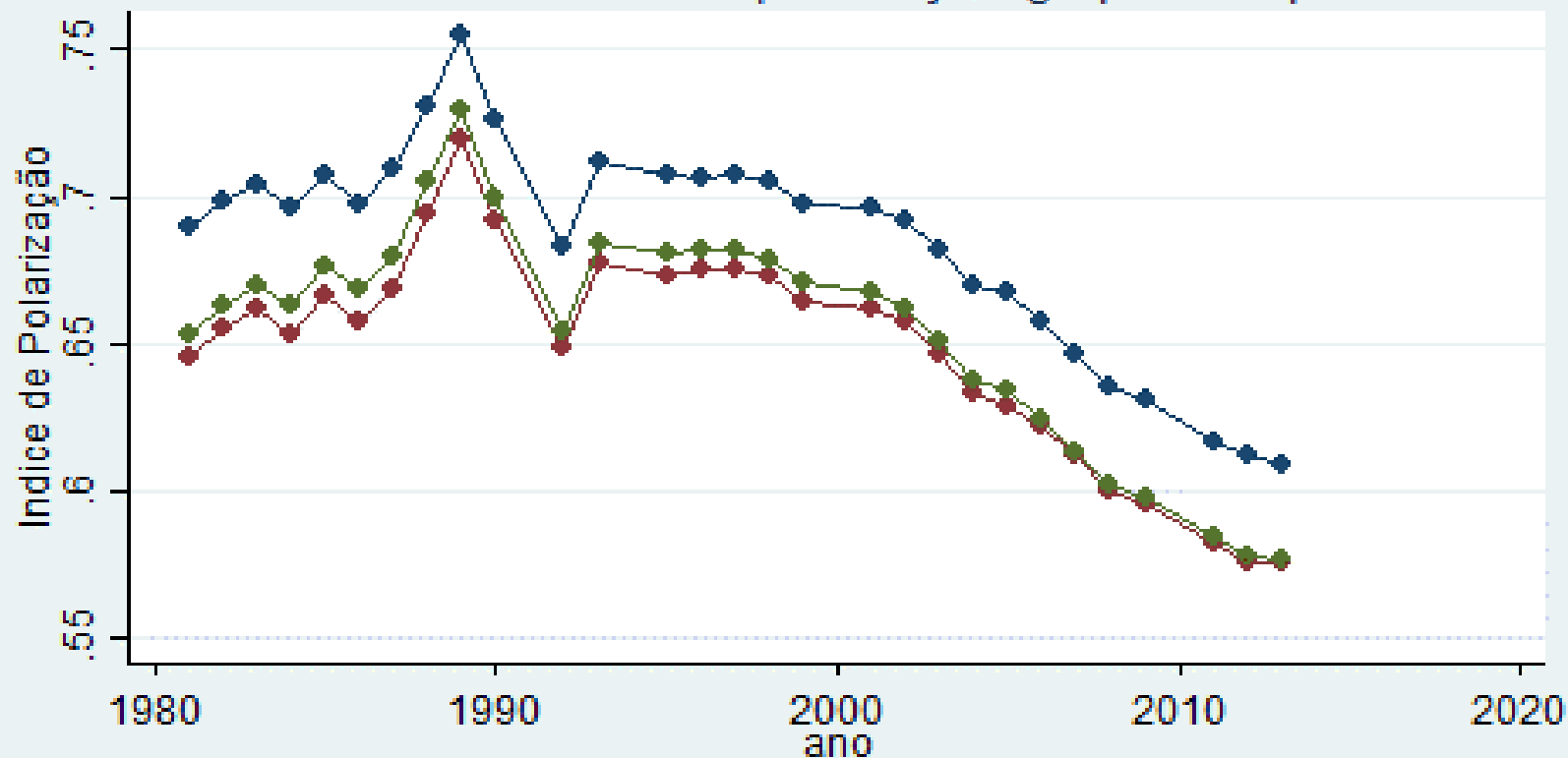
- Recentemente, aplicamos a metodologia de EGR (2007) para o Brasil como um todo e para os municípios até 2013, mas focando na determinação do tamanho relativo das classes de renda e nos valores de renda que determinavam o corte entre elas.

Polarização e Classes de Renda



Polarização e Classes de Renda

Tendência do nível de polarização: grupo 3 e Alpha 1



Conceito de renda

rdpc

rdpc.eq

rdpc.eq.ocde

rdpc.eq

rdpc.eq.ocde



Polarização e Classes de Renda

10 menos polarizados		Alpha		
Município	Gini	0,5	0,75	1,00
BOTUVERÁ(SC)	0,146	0,241	0,174	0,125
SANTA ROSA DE LIMA(SC)	0,312	0,268	0,194	0,138
NOSSA SENHORA DAS GRAÇAS(PR)	0,323	0,272	0,196	0,138
PEDRAS GRANDES(SC)	0,321	0,275	0,197	0,139
FLORESTÓPOLIS(PR)	0,342	0,276	0,198	0,140
SÃO JOÃO BATISTA(SC)	0,328	0,276	0,200	0,143
SÃO JOÃO DO PAU D ALHO(SP)	0,339	0,278	0,202	0,145
ÁGUAS MORNAS(SC)	0,342	0,281	0,203	0,145
BANDEIRA DO SUL(MG)	0,342	0,283	0,205	0,146
GUABIRUBA(SC)	0,345	0,284	0,205	0,147



Polarização e Classes de Renda

10 mais polarizados		Alpha		
Município	Gini	0,5	0,75	1,00
ISAÍAS COELHO(PI)	0,782	0,642	0,495	0,396
ALTO PARNAÍBA(MA)	0,756	0,635	0,487	0,388
SANTANA DE PARNAÍBA(SP)	0,677	0,615	0,472	0,372
NOVA LIMA(MG)	0,682	0,603	0,456	0,354
S.GABRIEL DA CACHOEIRA(AM)	0,731	0,61	0,457	0,353
CABEDELO(PB)	0,681	0,595	0,446	0,342
MARAÚ(BA)	0,707	0,584	0,438	0,338
PAUINI(MA)	0,712	0,591	0,442	0,337
IGARAPAVA(SP)	0,669	0,546	0,416	0,33
RECIFE(PE)	0,665	0,585	0,435	0,329

Ranking das Capitais – Polarização- 2010 - EGR

	CAPITAL	GINI	POLAR		CAPITAL	GINI	POLAR
1	RECIFE(PE)	0,665	0,793	14	VITÓRIA(ES)	0,6	0,713
2	BRASÍLIA(DF)	0,626	0,748	15	TERESINA(PI)	0,612	0,719
3	MACEIÓ(AL)	0,627	0,737	16	BOA VISTA(RR)	0,617	0,715
4	ARACAJU(SE)	0,623	0,738	17	MANAUS(AM)	0,623	0,718
5	SALVADOR(BA)	0,626	0,739	18	B. HORIZONTE(MG)	0,600	0,709
6	JOÃO PESSOA(PB)	0,618	0,731	19	MACAPÁ(AP)	0,598	0,700
7	RIO DE JANEIRO(RJ)	0,620	0,731	20	RIO BRANCO(AC)	0,593	0,694
8	SÃO PAULO(SP)	0,621	0,728	21	CUIABÁ(MT)	0,564	0,678
9	BELÉM(PA)	0,609	0,721	22	GOIÂNIA(GO)	0,566	0,667
10	NATAL(RN)	0,614	0,721	23	C. GRANDE(MS)	0,567	0,665
11	FORTALEZA(CE)	0,613	0,72	24	CURITIBA(PR)	0,553	0,653
12	SÃO LUÍS(MA)	0,603	0,717	25	FLORIANÓPOLIS-SC	0,541	0,645
13	PORTO ALEGRE(RS)	0,606	0,715	26	PORTO VELHO(RO)	0,544	0,641

Evolução do tamanho relativo das classes de renda

