

GABARITO EXERCÍCIOS LISTA IV

6) (ANPEC 2003) Considere um duopólio de Cournot no qual as firmas escolhem simultaneamente as quantidades. A função de demanda inversa é dada por $P = 6 - Q$. Suponha que as firmas possuam custos marginais constantes respectivamente iguais a $c_1 = 1$ e $c_2 = 2$ (os custos fixos para ambas firmas são nulos). Em equilíbrio, qual a razão entre os lucros das firmas 1 e 2 (isto é, π_1 e π_2)?

RESOLUÇÃO

***(Não é a resolução completa, apenas uma guia para o desenvolvimento do exercício – Na prova vocês devem deixar claro o passo a passo de cada etapa! Atenção!)**

Duopólio de Cournot

- (i) Firms competem pela quantidade
- (ii) Cada empresa considera no nível de produção do rival como fixo (dado)

Função Demanda Inversa: $P = 6 - Q$

Sendo duopólio, temos $Q = q_1 + q_2$. Assim, a demanda inversa pode ser escrita $P = 6 - (q_1 + q_2)$, que é igual a $P = 6 - q_1 - q_2$.

Temos a demanda e os custos marginais. Podemos calcular a função lucro (Receita menos o Custo) de cada firma, dessa forma:

$$\pi_1 = Pq_1 - q_1c_1$$

Lembrar que $P = 6 - q_1 - q_2$.

Como estamos em um modelo de Cournot, podemos fazer a condição de primeira ordem: $\frac{d\pi_1}{dq_1} = 0$. Encontramos $q_1 = \frac{5-q_2}{2}$ (Ou seja, q_1 em função de q_2).

Fazemos o mesmo para a empresa 2, e encontramos $q_2 = \frac{4-q_1}{2}$, (Ou seja, q_2 em função de q_1).

De posse destas duas equações, podemos encontrar as quantidades de equilíbrio e, em seguida, o lucro.

Teremos $\pi_1 = 4$ e $\pi_2 = 1$

8) Qual é o resultado esperado no modelo de Cournot quando o número de firmas tende ao infinito ($N \rightarrow \infty$)? Explique matematicamente.

RESOLUÇÃO: (* Não é a resolução completa, apenas uma guia para o desenvolvimento)

N firmas com mesmo custo de produção $P(Q) = A - bQ = A - b(\sum q_i)$

$$C_i = cq_i \quad CMg_i = c$$

RMg firma i, se espera que os rivais produzam $\sum q_j$

$$RMg_i \left(q_i, \sum_{j \neq i} q_j \right) = \left(A - b \sum_{j \neq i} q_j \right) - 2bq_i$$

$$CPO: \quad RMg_i = CMg_i$$

$$\left(A - b \sum_{j \neq i} q_j \right) - 2bq_i = c \quad \text{Eq. I}$$

Para resolver o equilíbrio:

- N equações e N incógnitas
- Dado que as N firmas têm funções de custo iguais e os produtos são homogêneos, o equilíbrio será simétrico:

$$q^c = q_1 = q_2 = q_3 = \dots = q_N$$

Substituindo na equação (1):

$$A - b \sum_{j \neq i} q^c - 2bq^c = c$$

$$A - b(N-1)q^c - 2bq^c = c$$

Resolvendo para q^c

$$q^c = \frac{A - c}{(N+1)b}$$

$$Q^c = Nq^c = \frac{(A - c)N}{(N+1)b}$$

$$P^c = \frac{A + Nc}{N+1}$$

$$\pi^c = \left(\frac{A - c}{N+1} \right)^2 \left(\frac{1}{b} \right)$$

Aumentando o número de firmas: $N \rightarrow \infty$

$$\lim_{N \rightarrow \infty} q^c = 0 \quad \text{Duopólio: } q^c = \frac{A - c}{3b}$$

$$\lim_{N \rightarrow \infty} Q^c = \lim_{N \rightarrow \infty} \left(\frac{A - c}{b} \right) \left(\frac{N}{N+1} \right) = \left(\frac{A - c}{b} \right)$$

$$\text{Duopólio: } \frac{2(A - c)}{3b}$$

$$\lim_{N \rightarrow \infty} p^c = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{A}{N+1} + \frac{Nc}{N+1} = c = p^e$$

Portanto, o preço de equilíbrio se aproxima do preço da competição perfeita!!! $P = CMg$

Lembrar que é necessário utilizar a regra de L'Hospital para estes limites!

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}, \text{ se } \lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x) = \infty$$