

Introdução à Teoria da Relatividade

Sérgio R. Muniz, Universidade de São Paulo, IFSC-USP

Julho de 2015

Neste capítulo veremos uma breve introdução à Teoria da Relatividade Especial, proposta por Albert Einstein, em 1905. Faremos uma rápida revisão dos conceitos da Relatividade Clássica, discutindo os problemas dessa teoria com o Eletromagnetismo. Em seguida, apresentaremos a solução proposta por Einstein e algumas de suas consequências e aplicações.

Relatividade de Galileu

O conceito de relatividade na mecânica clássica não é novo. Ele já está presente na teoria de Galileu Galilei, que introduziu o conceito de **referencial inercial**, em relação ao qual **corpos livres da ação de forças** estão em repouso ou movimento retilíneo uniforme. Segundo Galileu, qualquer referencial inercial é completamente equivalente e deve descrever as mesmas leis mecânicas. É justamente isso o que estabelece o chamado princípio da **relatividade de Galileu**.

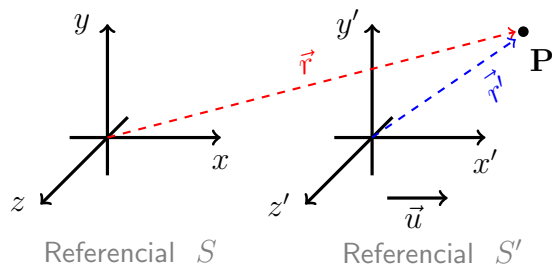


Figura 1: Relação entre as coordenadas dos referenciais inerciais S e S' .

Para entender melhor esses conceitos, vamos considerar uma situação concreta, com dois sistemas de coordenadas inerciais: S , com eixos $\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}$ parados com relação à Terra, e outro S' , com eixos $\hat{x}', \hat{y}', \hat{z}'$ paralelos aos primeiros, porém em movimento de translação retilínea uniforme de velocidade \vec{u} , paralela aos eixos \hat{x} e \hat{x}' , conforme indicado na Fig. 1. Para simplificar, assume-se que as origens dos dois referenciais coincidem no instante inicial, tal que: $t = t' = 0$.

Observe que um ponto P do espaço é descrito pelo conjunto de coordenadas (x, y, z) em S e pelas coordenadas (x', y', z') em S' . Assim, para descrever um evento ocorrido num dado instante de tempo t no ponto P , podemos usar a relação entre os dois conjuntos de coordenadas, que é dada pela **transformação de coordenadas galileanas**:

$$\begin{aligned}x' &= x - u \cdot t \\y' &= y \\z' &= z\end{aligned}\quad (1)$$

Na relatividade de Galileu, o **tempo é absoluto**, o que significa dizer que ele transcorre igualmente nos dois referenciais S e S' , não dependendo de onde é medido, portanto:

$$t = t' \quad (2)$$

conforme sugere a intuição clássica, baseada na experiência cotidiana.

Como consequência direta da **invariância do tempo** nas transformadas de Galileu, decorre a **invariância do comprimento**. Isso pode ser

facilmente verificado, a partir da definição em cada um dos referenciais: $\Delta x = x_2 - x_1 = \Delta x'$. Disto resulta que, por essas transformações de coordenadas, tanto o comprimento como o tempo são absolutos e invariantes, isto é: *não dependem do referencial onde são medidos*.

Embora aparentemente intuitivas, veremos que essas conclusões levam a consequências problemáticas e contraditórias, no contexto da Física Clássica, particularmente no eletromagnetismo.

A relatividade de Newton

Vamos agora considerar um caso bem geral, onde uma partícula no ponto \mathbf{P} tem massa m e velocidade \vec{v} , no referencial S . Como a velocidade relativa \vec{u} , entre os dois referenciais, é constante, podemos relacionar as velocidades e acelerações da partícula em \mathbf{P} , através da soma vetorial $\vec{v}' = \vec{v} + \vec{u}$. No caso específico dos referenciais S e S' , descritos na figura 1, assumindo que \vec{v} aponta para a direita, isso resulta nas expressões:

$$\begin{aligned} v'_x &= v_x - u & a'_x &= a_x \\ v'_y &= v_y & a'_y &= a_y \\ v'_z &= v_z & a'_z &= a_z \end{aligned} \quad (3)$$

Essas equações decorrem diretamente da definição de velocidade $v = \Delta x / \Delta t$, e aceleração $a = \Delta v / \Delta t$, aplicadas em cada referencial, como é usual. A primeira equação da velocidade, formulada por Galileu, expressa a adição clássica de velocidades que é bem comum à nossa experiência cotidiana. Sabemos, por exemplo, que um corpo que se movimenta em direção a nós irá parecer mais rápido se também começarmos a nos mover em direção a ele, e vice-versa. Note, porém, que as **acelerações são as mesmas nos dois referenciais**.

Como na relatividade newtoniana a massa também é uma grandeza absoluta, que independe do sistema de referencial inercial adotado, conclui-se que a força resultante ($\vec{F} = m\vec{a} = \vec{F}'$) também é invariante, isto é, independe do referencial em que é medida.

Portanto, as **leis de Newton são idênticas em todos os referenciais inerciais**, e não há um sistema de referência privilegiado. A princípio, isso é um fato positivo, afinal apenas reafirma o princípio da relatividade de Galileu,

que é algo lógico e desejável numa descrição científica coerente do Universo: leis físicas não devem depender de onde são formuladas.

Porém, como veremos a seguir, certos preceitos da física clássica são limitados e só parecem valer para a mecânica, criando sérios problemas na descrição de certos fenômenos do eletromagnetismo.

Inconsistência da relatividade clássica com o eletromagnetismo

É fácil observar que ao passar de um referencial inercial para outro, usando as transformações de Galileu, as equações do eletromagnetismo produzem resultados diferentes e conflitantes para o mesmo fenômeno físico. Isso parece violar o princípio de Galileu sobre a independência das leis físicas dos sistemas de referenciais inerciais.

Um exemplo simples desse tipo de situação pode ser visto na figura 2, que representa um fio infinito, percorrido por uma corrente elétrica I , e uma carga elétrica q , próxima ao fio.

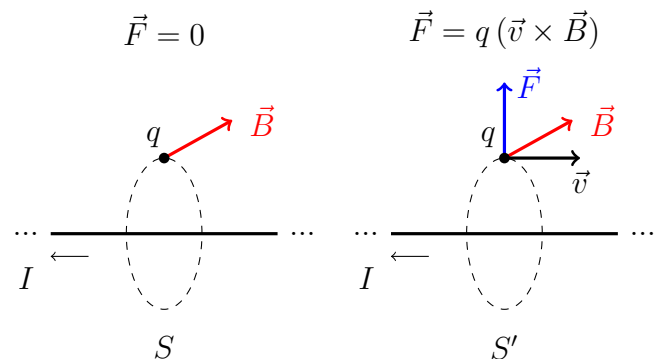


Figura 2: *Discrepância do eletromagnetismo com a relatividade clássica: no referencial em movimento há uma força \vec{F} devido a velocidade \vec{v} na presença do campo \vec{B} .*

No referencial S , a carga é estacionária e só observa a presença de um campo magnético \vec{B} , gerado pela corrente I , que percorre o fio. Porém, o mesmo sistema físico, quando observado em um referencial S' , que se move com velocidade $-\vec{v}$ (para a esquerda) deveria observar também a presença de uma força magnética \vec{F} , pois em S' a carga parece estar em movimento para a direita, na presença de \vec{B} . Isso parece violar o princípio da relatividade de Galileu, pelo menos

se o estendermos para leis físicas que vão além da mecânica.

Além disso, outro resultado bem conhecido da teoria eletromagnética diz que, segundo as equações de Maxwell (conjunto de equações que resumem todo o eletromagnetismo clássico), as ondas eletromagnéticas apresentam uma velocidade de propagação no vácuo que é uma constante universal, $c = 1/\sqrt{\epsilon_0\mu_0}$, onde ϵ_0 e μ_0 são as constantes elétrica e magnética do vácuo.

Isso também não é consistente com o resultado da adição de velocidades de Galileu, para um observador que se movimenta em relação a uma fonte de luz (radiação eletromagnética), onde a velocidade observada, a princípio, deveria ser maior ou menor que c , dependendo da velocidade relativa do observador com relação a fonte de luz.

Esses resultados intrigavam os físicos do século XIX, pois pareciam indicar que as leis do eletromagnetismo não são independentes do referencial, em outras palavras: não são invariantes. Chegou-se a pensar-se que talvez existisse um referencial inercial privilegiado, que fosse compatível com as leis do eletromagnetismo. A questão era qual seria esse referencial?

Uma proposta muito popular na época, até mesmo considerada essencial antes das equações de Maxwell, era a existência de um meio com propriedades físicas muito especiais, chamado de **éter luminífero**, no qual se propagava a luz. Esse meio deveria preencher todo o espaço, inclusive o "vácuo", onde a luz se propagaria com velocidade constante, igual a c .

O éter deveria ter uma rigidez bastante grande, para ser consistente com a alta velocidade observada para a luz, mas ao mesmo tempo deveria ser essencialmente transparente à matéria e a própria luz, do contrário não teríamos o movimento dos planetas e nem poderíamos observar as coisas ao nosso redor. Esse meio super especial era algo invisível e nunca havia sido detectado de fato, mas acreditava-se que deveria existir, por conta do que se conhecia na época. Afinal, sabia-se que qualquer onda mecânica precisa de um meio material para se propagar. Acreditava-se que a luz seria um tipo de onda que se propagava nesse meio especial, chamado éter.

Experimento de Michelson e Morley

Para os pioneiros da óptica era natural pensar na luz como ondas que se propagavam num meio elástico, chamado éter. Além de explicar a propagação da luz, o éter também representava o candidato natural ao referencial de repouso absoluto, ou o sistema em relação ao qual tudo se deslocava. Parecia ser, então, o referencial privilegiado do eletromagnetismo.

Porém, com o desenvolvimento da teoria eletromagnética da luz em 1864, por Maxwell, e sua inquestionável comprovação experimental por Hertz, em 1887, a teoria do éter começou a perder força. Isto porque já não era mais necessário um meio elástico para explicar a propagação da luz. Apesar de não mais necessário para explicar a propagação da luz, o éter ainda auxiliava outros conceitos, como a questão da velocidade de propagação indicada na equação das ondas eletromagnéticas. Porém, várias críticas e questões começaram a surgir com respeito a real existência do éter.

Apesar das críticas, a idéia básica que a luz deveria propagar-se relativamente a um sistema de referencial universal, para manter a consistência do eletromagnetismo com a mecânica, mantinha vivo o conceito do éter.

Vários experimentos tentaram observar a presença do éter, mas um deles é muito especial na história da física moderna. Esse experimento, proposto e realizado por Albert Michelson e Edward Morley em 1887, tinha como objetivo detectar o movimento da Terra com relação ao éter (suposto estar estacionário no Universo).

A idéia do experimento era simples: essencialmente procurava observar diferenças no tempo de propagação da luz entre dois braços de um interferômetro, devido ao movimento do mesmo com relação ao éter, como indicado na figura 3.

Segundo a física clássica, as velocidades relativas se somam de acordo com a transformação de Galileu, assim, dependendo da direção de movimento relativo da Terra com relação ao éter, deveria ser possível observar diferenças, mesmo que pequenas, no percurso da luz entre os dois braços do interferômetro de Michelson, dependendo da orientação dos braços com relação ao movimento da Terra em relação ao éter, que se refletem na posição das franjas de interferência

observadas no experimento.

Michelson e Morley realizaram inúmeras medidas, em diferentes estações do ano (diferentes pontos da órbita da Terra ao redor do Sol). Eles também desenvolveram um aparato, mostrado na figura 5, que podia rodar toda a mesa onde o interferômetro foi construído.

Porém, para a surpresa de todos, indiferente a todas as tentativas, o resultado era sempre o mesmo: a velocidade da luz parecia ser sempre constante, independente da direção e forma como as medidas eram realizada. Isso indicava que a velocidade da luz, quando observada na Terra, não dependia do movimento relativo da Terra com relação ao éter. Mas como entender isso?

Transformações de Lorentz

Uma das hipóteses que surgiram tentando explicar as observações de Michelson e Morley, foi proposta por George Fitzgerald, em 1889, e independentemente por Hendrik Lorentz, em 1892. Eles lançaram a ideia de que o resultado negativo de Michelson-Morley era devido a uma contração das distâncias por um fator $\gamma^{-1} = \sqrt{1 - u^2/c^2}$ ao longo da direção do movimento, com velocidade relativa \vec{u} . Chegou-se a propor que qualquer corpo em movimento através ao éter sofreria tal contração na direção do movimento.

Essas considerações levaram às chamadas transformações de Lorentz, um conjunto de transformações de coordenadas espaço-temporal que tem a propriedade adicional de manter as equações de Maxwell invariantes em diferentes referenciais inerciais. Isso, ao menos matematicamente, solucionava a aparente incongruência entre o eletromagnetismo e a mecânica.

$$x' = \gamma (x - u \cdot t) \quad (4)$$

$$y' = y$$

$$z' = z$$

$$t' = \gamma \left(t - \frac{u \cdot x}{c^2} \right)$$

onde:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} \quad (5)$$

é chamado de **fator de Lorentz**.

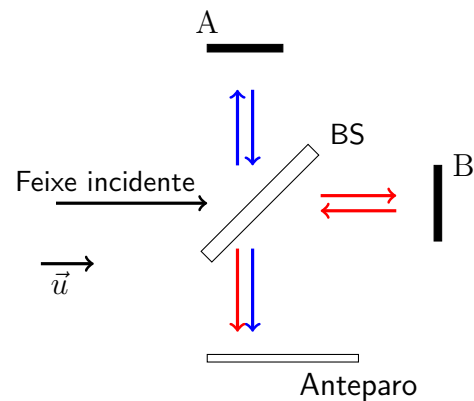


Figura 3: Esquema simplificado de um interferômetro de Michelson. Um divisor de feixe (BS) faz a luz percorrer dois caminhos A e B, com mesmo comprimento, e interferir em um detector, de modo a medir mínimas diferenças entre os dois caminhos ópticos.

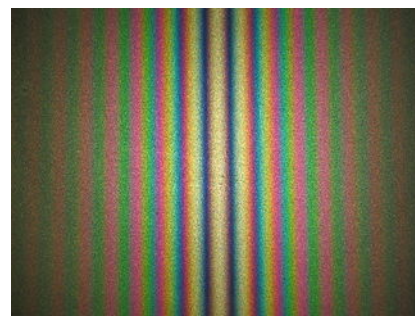


Figura 4: Franjas de interferência com luz branca.

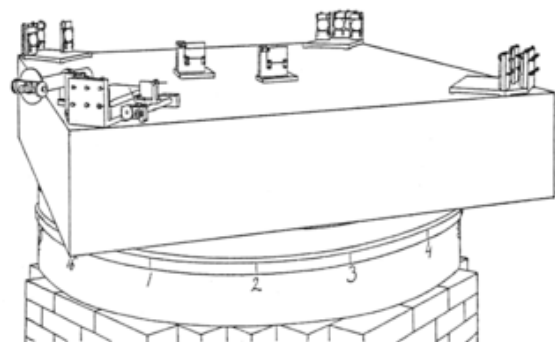


Figura 5: Visão geral de uma montagem do interferômetro usado por Michelson e Morley. A mesa flutuava sobre uma piscina de mercúrio (metal) líquido, que permitia girar a mesa em relação à Terra.

Segundo essas transformações de coordenadas, as leis do eletromagnetismo passam a não mais depender do referencial inercial em que são observadas, em concordância com o princípio da relatividade.

Note que nestas transformações o tempo deixa de ser absoluto, e passa a depender do referencial em que é observado, como consequência, a composição de velocidades relativas deixa de ser igual à transformação de Galileu.

Embora tais transformações parecessem resolver os problemas apontados até agora, isso era entendido, mesmo por seus proponentes, como um tipo de solução *ad hoc* (provisória), e sem muita justificativa dentro da física clássica. Na verdade, essa era ainda uma última tentativa desesperada de salvar a teoria do éter, cada vez mais desfigurada.

Curiosamente, esse resultado seria o último suspiro da teoria do éter, pois iria ajudar um jovem cientista, ainda desconhecido, a solucionar o problema de vez, porém usando argumentos bastante inesperados para sua época.

Relatividade de Einstein: *bem mais que matemática*

Conta a história que o jovem Albert Einstein, ainda em sua adolescência, despertou seu interesse para um problema intrigante, que o perseguiria por muito anos. O problema é, na verdade, bem simples e expressa o mesmo tipo de lógica paradoxal entre os princípios da relatividade clássica e o eletromagnetismo, já discutidos na sessão anterior. Porém, devido a sua simplicidade e clareza, vale a pena ser mencionado.

Considere a situação de uma pessoa se olhando em um espelho. Como sabemos, da nossa experiência diária, a pessoa verá seu reflexo, devido a luz que chega ao espelho e é refletida de volta aos olhos da pessoa. Imagine agora o que aconteceria se tanto a pessoa quanto o espelho viajassem na velocidade da luz. O que aconteceria?

Bem, se pensarmos segundo a física clássica, a luz nunca alcançaria o espelho, pois a velocidade relativas entre a luz e o espelho seria nula, na transformação de Galileu. Levando, novamente, a um típico paradoxo da relatividade clássica. Já

vimos que a transformação de Lorentz resolve esse paradoxo, mas não discutimos ainda o porquê.

Para Einstein esse paradoxo parecia indicar que alguma coisa estava errada na descrição física do problema: ou a mecânica clássica (de Galileu e Newton), ou o eletromagnetismo (sintetizado nas equações de Maxwell) estavam errados! Mas como isso seria possível? E como resolver?

Ao invés de tentar "remendar" as teorias da época, o jovem Einstein procurou entender o problema a fundo, de uma outra perspectiva. Sua solução é surpreendentemente simples, mas de consequências impressionantes e, sobretudo, nada intuitivas com a nossa experiência cotidiana.

Porém, o gênio de Einstein não foi postular uma solução filosófica ou *ad hoc* para o problema, mas sim em derivar todos os seus resultados, inclusive as transformações de Lorentz de uma forma bastante natural, a partir apenas dois postulados, aparentemente ingênuos.

Postulado 1: *Equivalências das leis físicas*

As leis físicas são as mesmas em qualquer referencial inercial.

Postulado 2: *Invariância da velocidade da luz*

A velocidade da luz no vácuo é igual ao valor c , em qualquer referencial, independente do movimento da fonte ou do referencial.

Esses dois postulados procuram expressar, primeiro uma convicção de que o princípio de relatividade de Galileu deveria ser algo mais geral, válido para todas as leis físicas, e não apenas limitado à mecânica; e segundo expressar as observações experimentais sobre a natureza da luz, que incluíam o resultado de Michelson e Morley.

Note que o segundo postulado está em perfeito acordo com o primeiro, pois se pudessemos distinguir a velocidade da luz em diferentes referências, poderíamos distinguir um referencial do outro.

Uma consequência fundamental desses postulados é derrubar, de vez, o conceito de referencial

absoluto, adotado por Newton, dizendo que não é possível realizar qualquer experimento físico (mecânico, eletromagnético, óptico, etc.) que possa distinguir dois referenciais inerciais, em movimento relativo ao outro. Outra consequência é que o tempo também deixa de ser uma grandeza absoluta, comum a todos os referenciais.

Na teoria da relatividade a passagem do tempo depende da velocidade do referencial, seguindo exatamente a relação espaço temporal proposta por Lorentz, e ligando de forma inseparável o espaço e o tempo.

Einstein entendeu um ponto fundamental, que todos antes dele falharam em perceber, e que diz respeito ao próprio processo de medida quando realizado por observadores em movimento. Isso traz consequências drásticas e marcadamente diferentes da visão clássica de como essas medidas poderiam ser (em princípio) feitas. Isso dará origem aos conceitos de tempo e comprimento próprios, que são fundamentais para se entender algumas das consequências da relatividade de Einstein. Veremos isso em mais detalhes na próxima sessão.

Algumas consequências da relatividade de Einstein

A seguir iremos discutir algumas consequências importantes dos postulados de Einstein para a relatividade especial. A teoria recebe esse nome por ser um caso especial da relatividade geral, que inclui também o caso onde os referenciais podem estar acelerados um em relação ao outro – mas que não será discutido neste texto introdutório.

Simultaneidade

Dois eventos que ocorrem num mesmo instante em um dado referencial são ditos **simultâneos** nesse referencial. Entretanto, uma das consequências da relatividade é que esses eventos não são, em geral, simultâneos em outros referenciais. Em outras palavras, a **simultaneidade** de eventos **depende do referencial** de observação. Essa é uma das principais contribuições de Einstein, ao perceber que medidas de tempo feitas por um observador em movimento só podem ser feitas

com seu próprio relógio, que inevitavelmente sofre a ação do movimento, como veremos depois.

Além disso, as medidas de distâncias por um observador em movimento só podem ser, de fato, concebidas em termos de medidas de tempo, das quais jamais podem estar desvinculadas.

Assim, a hipótese de simultaneidade feita pela física clássica é, na verdade, uma grande falácia, apesar de parecer intuitiva quando pensamos nas condições típicas do nosso cotidiano (onde a baixas velocidades, de fato, não há mudanças significativas – a menos que usemos instrumentos extremamente sensíveis e precisos para o medir o tempo, como os relógios atômicos).

Portanto, a simultaneidade na relatividade deixa de existir, num sentido estrito, entre dois referenciais em movimento relativo. Cada referencial passa a ter seu próprio "padrão de tempo", em contraste com a física newtoniana.

Dilatação temporal

Uma das consequências mais marcantes do segundo postulado de Einstein é que, se aceitarmos a constância da velocidade da luz, somos forçados a aceitar a relatividade do tempo, em franco contraste com a relatividade de Galileu-Newton. Veremos agora o porquê disso.

Considere, por exemplo, um vagão de um trem movendo com velocidade constante \vec{u} . Dentro do vagão temos um laser (fonte de luz direcional) que emite um feixe vertical, a partir do ponto **A** até um detetor, posicionado no teto do vagão, em um ponto **B**, a uma distância d do laser. Ao detetar a luz, o detetor registra o intervalo de tempo $\Delta t'$ decorrido desde o início do percurso da luz proveniente do laser. Sendo c a velocidade da luz, temos que $\Delta t' = d'/c$ para um observador dentro do vagão.

Porém, para um observador fora do vagão, no solo, o percurso do feixe não é vertical, mas inclinado, como indica a figura 6. Neste caso o percurso \overline{AB} é maior do que o visto pelo observador no vagão. Como, pelo segundo postulado, a velocidade da luz nos dois referenciais deve ser constante, o observador no solo irá medir um tempo de detecção Δt , de modo que a distância \overline{AB} corresponda ao produto $c \cdot \Delta t$. Assim, como essa distância é maior e a velocidade c é a mesma, resulta que Δt deverá ser também maior que $\Delta t'$.

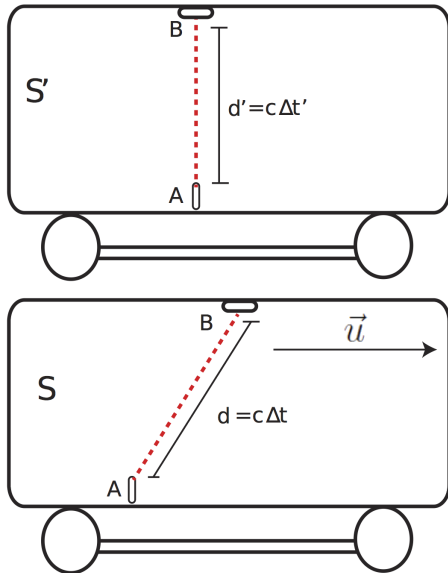


Figura 6: Trajetória de um feixe luz em dois referenciais inerciais S e S' .

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - u^2/c^2}} = \gamma \cdot \Delta t' \quad (6)$$

Note que o tempo agora passa a depender do referencial, não sendo mais absoluto. Além disso, no referencial do solo, o tempo medido para o mesmo evento é maior do que o tempo medido pelo referencial em movimento.

Tempo próprio

É o intervalo de tempo τ_0 , medido no mesmo ponto do espaço e, portanto, com o mesmo relógio, no referencial da medida. Outra forma de definir, é aquele cujo o observador pode usar um único relógio estacionário em seu referencial. O tempo próprio é sempre o **menor intervalo de tempo** medido entre todos os referenciais inerciais.

Contração espacial

Um observador em repouso em relação a um objeto de comprimento L_0 , sempre poderá fazer uma medida simultânea do comprimento do corpo, que é chamado de comprimento próprio do corpo. Para isso, ele poderia usar uma régua, por exemplo. Porém um observador em movimento com relação ao objeto não pode, de fato,

medir a distância da mesma forma. Sobretudo, na prática, ele não pode fazer uma medida de distância de forma simultânea para um objeto que se move com relação a ele. Para o observador em movimento, em geral, medidas de comprimento requerem medidas de tempo. Isso é feito através da observação de dois eventos separados no tempo por um intervalo $\Delta t' = (t'_2 - t'_1)$, e a distância é determinada através da relação $\Delta x' = u \cdot \Delta t'$.

Para entender isso melhor, vamos considerar a sequência de eventos de medida a seguir. O observador S vê a passagem do observador S' pelas extremidades do corpo de tamanho $L_0 = \Delta x$ num intervalo de tempo Δt . Assim, para S , que está estacionário com relação ao corpo e mede o comprimento próprio, dirá que o observador S' irá medir um comprimento $\Delta x'$ menor que Δx , por um fator $1/\gamma = \sqrt{1 - u^2/c^2}$.

$$\Delta x' = \Delta x \sqrt{1 - u^2/c^2} = \Delta x/\gamma \quad (7)$$

Como resultado disso, um observador em movimento irá sempre observar uma contração espacial (medirá distâncias menores) na direção do seu movimento. O efeito será tanto maior quanto mais próxima a velocidade u for de c .

De forma alternativa, pode-se dizer que um observador que mede o comprimento de um objeto que está em movimento com relação a ele irá observar uma distância menor do que o observador para o qual o objeto está estacionário. Ou seja, a distância entre dois pontos quaisquer é sempre maior para o observador para o qual esses pontos estão em repouso.

Isso é consequência direta da dilatação temporal, observada pelo observador em movimento, e da não simultaneidade dos eventos, que exige que o observador em movimento só possa medir distâncias através de medidas de tempo, ou seja através de eventos separados no tempo.

Comprimento próprio

É a distância L_0 , medida num referencial em repouso em relação ao corpo medido. Como, por exemplo, utilizando uma barra de comprimento padrão (metro) ou algo que permita se fazer uma medida simultânea da posição. O comprimento próprio sempre é o **maior tamanho** medido por todos os observadores inerciais.

Adição de Velocidades

Vimos que as transformações de coordenadas de Galileu, juntamente com a hipótese de que o tempo é igual em todos os referenciais, resultava na relação de adição de velocidades expressas nas equações (3). Porém, na relatividade de Einstein, se as velocidades forem próximas da velocidade da luz, os resultados serão bem diferentes. Esses resultados, são expressos nas equações a seguir, para a componente de velocidade na direção do movimento.

$$v_x = \frac{v'_x + u}{1 + (u/c^2)v'_x} \quad (8)$$

$$v'_x = \frac{v_x - u}{1 - (u/c^2)v_x} \quad (9)$$

Essas são as chamadas transformações de velocidades relativísticas, ou transformações de Lorentz para as velocidades. Note que elas se reduzem às transformações de Galileu, quando as velocidades relativas são muito menores que a velocidade da luz, c . Vale ressaltar que, no caso geral, **mesmo as componentes da velocidade transversais à direção do movimento são alteradas**, segundo a transformação de Lorentz da velocidade, o que não ocorre nas transformações das coordenadas de posição. Abaixo indicamos os resultados para uma das componentes transversais, sendo o resultado semelhante para a outra direção.

$$v_y = \frac{v'_y \sqrt{1 - (u/c)^2}}{1 + (u/c^2)v'_x} \quad (10)$$

$$v'_y = \frac{v_y \sqrt{1 - (u/c)^2}}{1 - (u/c^2)v_x} \quad (11)$$

Observe, porém, que no denominador a componente da velocidade que aparece é a componente na direção do movimento e não a componente transversal sendo transformada. Isso exige uma atenção maior no caso das transformações de Lorentz para as velocidades.

Efeito Doppler relativístico

O efeito Doppler é aquele pelo qual a frequência percebida por um observador depende do movimento relativo da fonte com relação ao observador.

Um exemplo clássico é o de uma ambulância (ou avião) cujo som torna-se mais agudo ao se aproximar do observador em alta velocidade, tornando-se mais grave ao se afastar.

O som é uma onda mecânica, descrita pela física clássica, e resulta no efeito Doppler clássico. Já no caso da luz (onda eletromagnética), é necessário usar a relatividade para derivar o resultado correto. No caso da frequência, o resultado dado pela relatividade é:

$$f = f_0 \cdot \sqrt{\frac{1 + (u/c)}{1 - (u/c)}} = f_0 \cdot \sqrt{\frac{c + u}{c - u}}, \quad (12)$$

onde f_0 é a frequência própria (no ref. da fonte), emitida pela fonte, e f é a frequência percebida pelo observador. Neste caso, a velocidade relativa u é positiva quando fonte e observador se aproximam e negativa quando se afastam.

Lembrando-se que $f \cdot \lambda = c$ (no vácuo), pode-se expressar o mesmo resultado em termos do comprimento de onda:

$$\lambda = \lambda_0 \cdot \sqrt{\frac{c - u}{c + u}}. \quad (13)$$

Embora os resultados numéricos sejam diferentes, o efeito qualitativo é o mesmo do caso clássico: a frequência observada aumenta ao se aproximar da fonte e diminui ao se afastar.

Energia e massa relativística

Um dos resultados mais marcantes e, curiosamente, mas bem conhecidos (embora nem sempre compreendido) é a interconexão entre massa e energia. Na mecânica clássica, os princípios de conservação de massa (matéria) e energia são fundamentais, mas tratados de forma isolada.

Na relatividade especial, não se pode mais separar um do outro, de modo que passamos a ter o princípio da conservação da massa-energia, expresso pela conhecida expressão

$$E = m \cdot c^2 \quad (14)$$

Isso significa que a massa é uma forma de energia, ou, de forma análoga, que a energia tem inércia associada a ela. Na expressão acima E representa a energia mecânica total do corpo, enquanto a energia de um corpo em repouso é

dada por $E_0 = m_0 \cdot c^2$, que é, portanto, chamada de energia de repouso, por estar associada à massa de repouso m_0 do corpo.

A energia cinética de um corpo é dada pela diferença entre a energia total e a de repouso, $K = E - E_0 = mc^2 - m_0c^2 = m_0c^2(\gamma - 1)$, o que, portanto, equivale a dizer que $m = \gamma \cdot m_0$. Isso significa que a massa do corpo aumenta com a velocidade, deixando também de ser absoluta, como ocorria na mecânica newtoniana.

Aplicações da teoria da relatividade

A navegação moderna, especialmente a de longa distância (aeronaves e navios) faz uso constante da teoria de Einstein, mesmo que de forma não óbvia para a maioria das pessoas.

Os sistemas de localização por satélite, como o GPS e o NAVSTAR, fazem uso de medidas extremamente precisas de tempo, o que é feito com uso de relógios atômicos nos satélites. A localização de um ponto na Terra se dá através de medidas da diferença de tempo de propagação das ondas de rádio (que se propagam na velocidade da luz) dos diferentes satélites, que compõem o sistema GPS, até os receptores terrestres. As coordenadas espaciais são determinadas através de triangulação. Se não fossem as correções relativísticas, o erro do posicionamento seria muito grande, inviabilizando todo o sistema.

Talvez você nem imagine, mas algumas das técnicas de diagnósticos médico hoje fazem uso de conceitos provenientes da teoria da relatividade. Por exemplo, um tipo de imagem chamado PET-scan (tomografia por emissão de pósitron) utiliza a aniquilação entre pares de partículas e antipartículas, que por sua vez produz raios gama, como forma de sinal para construir uma imagem. Na verdade, o próprio conceito de antipartícula (antimatéria) surgiu na física graças a inclusão de efeitos relativísticos no movimento dos elétrons ao redor do núcleo atômico. O pósitron (a antipartícula do elétron), utilizado no PET-scan, foi uma das primeiras antipartículas detetadas, graças a teoria de Paul Dirac em 1928.

Uma das consequência e aplicações mais importantes da relatividade é a **equivalência entre**

massa e energia, mostrando que é possível extrair grandes quantidades de energia através da conversão de massa em energia. De fato, é isso que ocorre no processo de fissão nuclear, utilizado em reatores nucleares (de forma controlada) para produzir energia elétrica. É o mesmo princípio por trás das chamadas bombas atômicas.

Experimentos com partículas elementares, nos grandes e modernos aceleradores de partículas, como o CERN, aplicam os conceitos da relatividade de Einstein o tempo todo. Em alguns casos, o tempo de vida (próprio) das partículas criadas é tão curto que não seria possível observá-las no laboratório, mas devido dilatação temporal, o tempo no laboratório pode ser grande o suficiente para observar e estudar essas partículas. Além disso, as correções relativísticas são essenciais para o projeto e correto funcionamento de um acelerador de partículas que produz velocidade muito próximas da velocidade da luz. Nada disso iria funcionar se não fosse levado em conta as correções relativísticas.

Finalmente, a nossa própria compreensão do Universo não seria possível sem entender os princípios da relatividade, tanto a restrita (especial) como a geral. A cosmologia, área da física que procura entender a evolução do Universo, depende de modelos e dados experimentais onde as teorias de Einstein são partes integrantes. Medidas do deslocamento Doppler para o vermelho (*red-shift*) do espectro emitido por estrelas distantes, é o que nos permitem afirmar que a maioria das galáxias estão se afastando uma das outras.

Enfim, as aplicações da relatividade estão ao nosso redor o tempo todo, fazendo parte do nosso cotidiano, mesmo quando não percebemos isso.

Graças a contribuição de Einstein, hoje temos uma série de dispositivos e procedimentos úteis nas nossas vidas. Sobretudo, fomos capazes de expandir muito a nossa compreensão a respeito da natureza e do Universo. E pode ter certeza que essa história ainda não terminou, você ainda pode fazer parte dela!