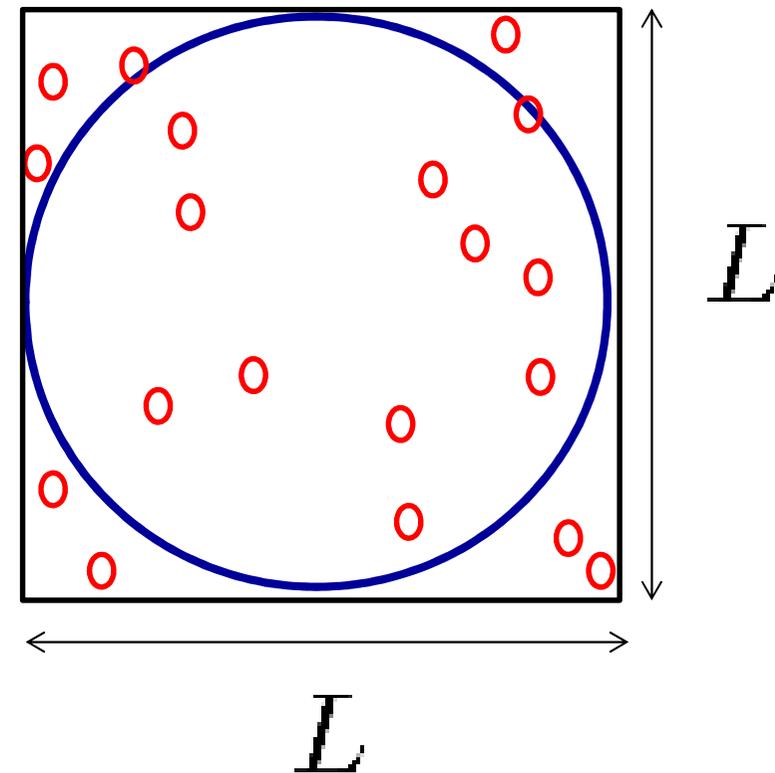


Método de Monte Carlo: cálculo de π

É possível calcular π usando números aleatórios?

- Imagine uma tábua quadrada de área $A_{tot}=L^2$ em que serão jogados dardos.
- Todos os dardos atingem a tábua e a preenchem de forma aleatória.
- Pergunta: qual a probabilidade de um dardo atingir um círculo de raio $R \leq L$ no interior da tábua?



Método de Monte Carlo: cálculo de π

É possível calcular π usando números aleatórios?

- Fica claro que a probabilidade de um dardo atingir o círculo depende da razão entre as áreas:

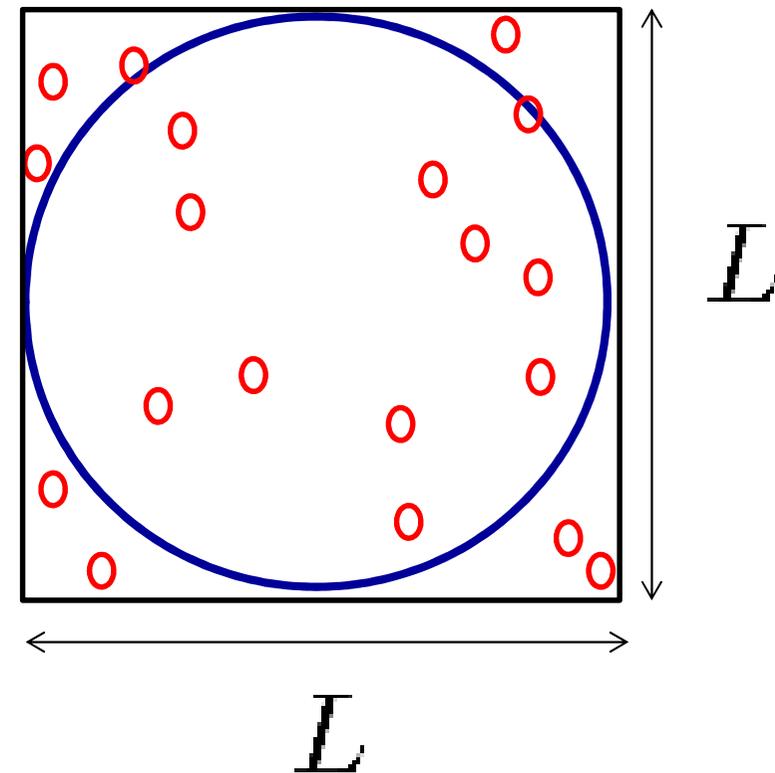
$$P_{\text{circ}} = \frac{A_{\text{circ}}}{A_{\text{tot}}} = \frac{\pi R^2}{L^2}$$

- Se forem jogados N_{tot} dardos e N_{circ} atingirem o círculo, teremos:

$$P_{\text{circ}}^{N_{\text{tot}}} = \frac{N_{\text{circ}}}{N_{\text{tot}}}$$

- No limite de N_{tot} grande, recuperamos o contínuo::

$$P_{\text{circ}} = \lim_{N_{\text{tot}} \rightarrow \infty} P_{\text{circ}}^{N_{\text{tot}}}$$



Método de Monte Carlo: cálculo de π

- Consideremos o caso $R=1$ e $L=2$ (vide figura). Neste caso:

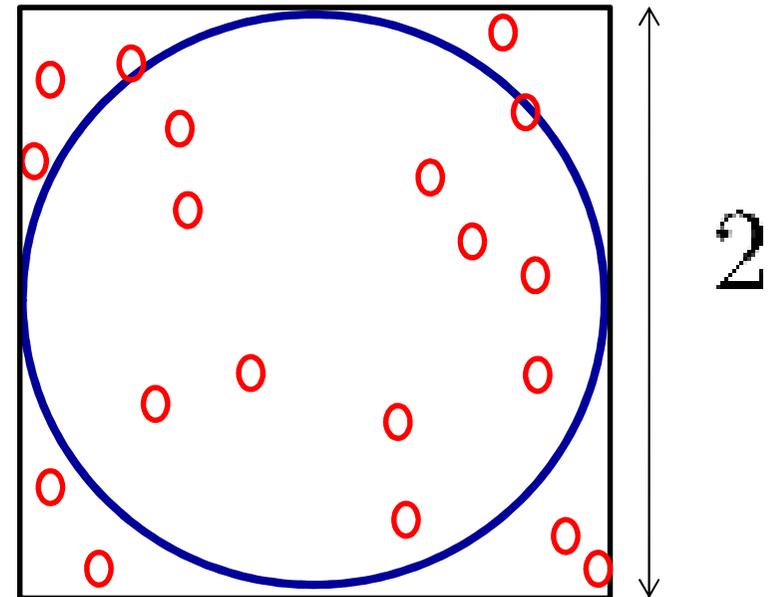
$$\frac{\pi}{4} = \lim_{N_{\text{tot}} \rightarrow \infty} \frac{N_{\text{circ}}}{N_{\text{tot}}}$$

- Ou seja:

$$\pi = \lim_{N_{\text{tot}} \rightarrow \infty} \frac{4N_{\text{circ}}}{N_{\text{tot}}}$$

- Logo, se forem jogados um número grande N_{tot} de dardos e N_{circ} atingirem o círculo, temos uma aproximação para π :

$$\pi N_{\text{tot}} \approx \frac{4N_{\text{circ}}}{N_{\text{tot}}}$$



Método de Monte Carlo: integração

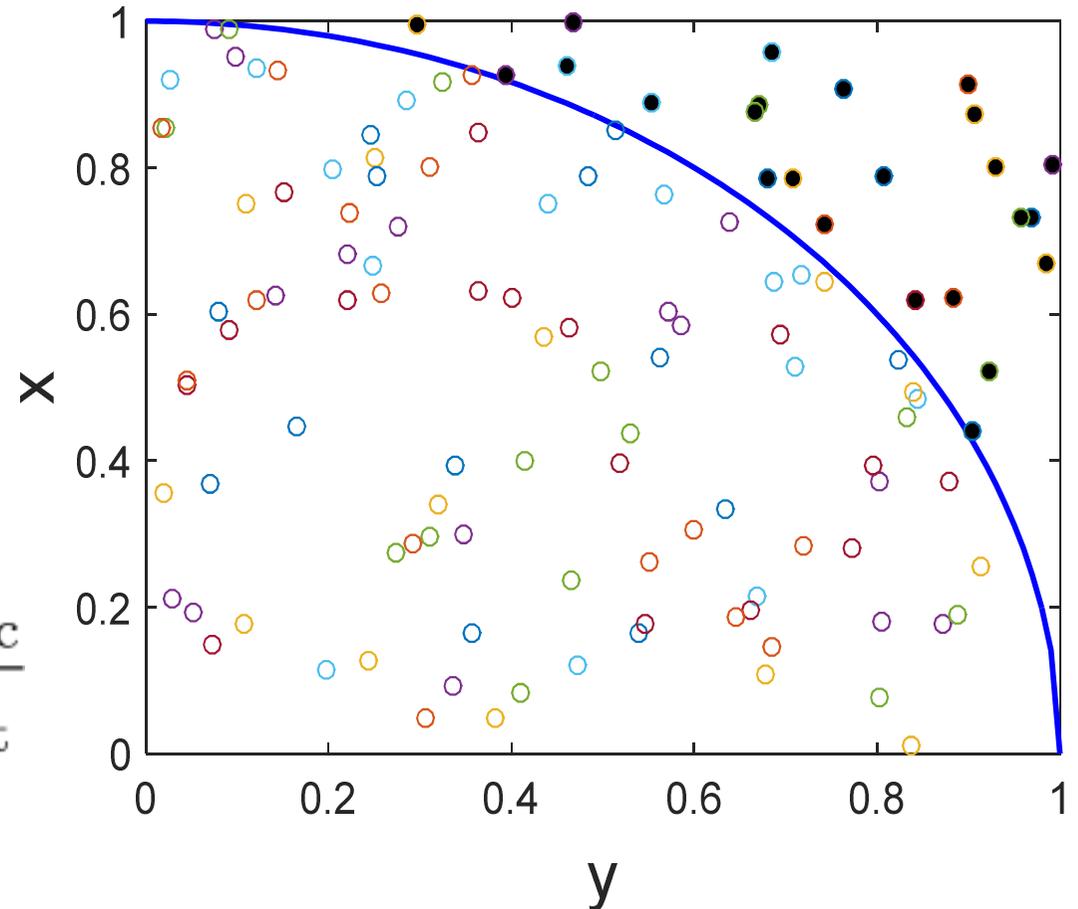
- Por simetria, podemos considerar apenas $\frac{1}{4}$ de círculo e ainda teremos:

$$\frac{\pi}{4} = \lim_{N_{\text{tot}} \rightarrow \infty} \frac{N_{\text{circ}}}{N_{\text{tot}}}$$

- Note que o que estamos fazendo é, no fundo, o cálculo da integral:

$$\int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx = \lim_{N_{\text{tot}} \rightarrow \infty} \frac{N_{\text{circ}}}{N_{\text{tot}}}$$

- Este é um exemplo de integração via *método de Monte Carlo*.



Aula 19 – Tarefa (Fazer upload!)

Utilize o método de Monte Carlo para calcular π com 2 casas decimais.

- Sorteie N_{tot} pares (x,y) entre 0 e 1 e verifique destes quais estão dentro da área do círculo (N_{circ}) no 1º quadrante.

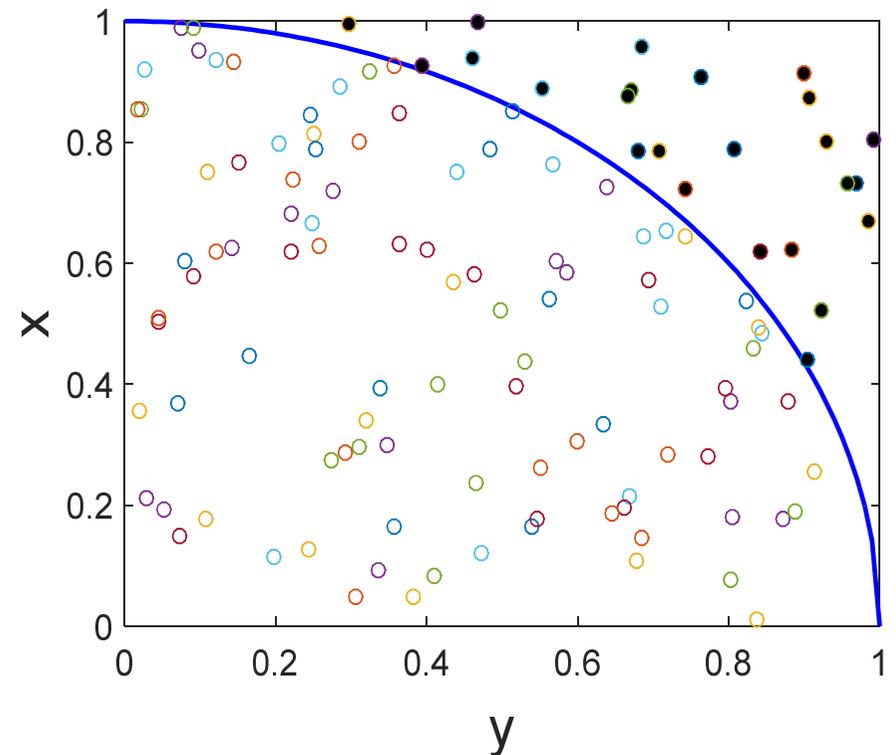
- Calcule a aproximação para π via:

$$\pi^{N_{tot}} = \frac{4N_{circ}}{N_{tot}}$$

- Aumente N_{tot} até convergir para um valor com 2 casas decimais “estáveis”.

- Para verificar a convergência, faça um gráfico

$$\pi^{N_{tot}} \text{ vs } \log_{10} N_{tot}$$



Aula 19 – Tarefa – Dicas

- Exemplo de gráfico $\pi^{N_{\text{tot}}}$ vs $\log_{10} N_{\text{tot}}$
- A linha preta mostra o valor exato de π .

