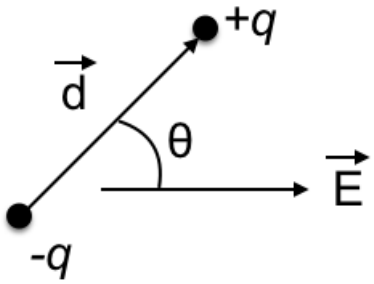
LISTA DE EXERCÍCIOS 3

Essa lista trata dos conceitos de **torque**, **momento angular**, **momento de inércia** e **dinâmica e estática de corpos rígidos**. Tais conceitos são abordados nos capítulos 11 (todas as seções) e 12 (todas as seções) do livro-texto:

- Moysés Nussenzveig, *Curso de Física Básica*, vol. 1. - Mecânica.

Rotações

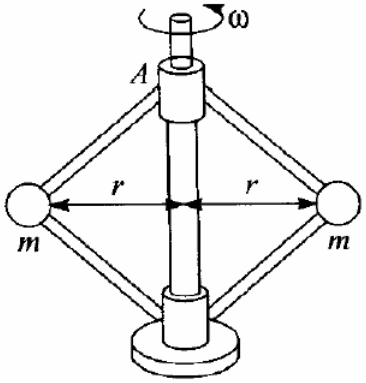
1. (Ex. 2, cap. 11 - HMN) Um dipolo elétrico é um par de cargas iguais e opostas, $+q$ e $-q$, separadas por uma distância d. O momento de dipolo elétrico $\vec{p}$ associado ao dipolo é o vetor $\vec{p} = q\vec{d}$ onde $|\vec{d}| = d$ e $\vec{d}$ aponta de $-q$ para $+q$. Considere um dipolo elétrico situado num campo elétrico $\vec{E}$ uniforme, e que a força exercida sobre uma carga elétrica é dada por $\vec{F} = q\vec{E}$.



   (a) Mostre que a resultante das for¸cas elétricas aplicadas ao dipolo é nula, mas que o torque resultante é dado por $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$ (em relação a qualquer ponto).

   (b) Mostre que a energia potencial do dipolo no campo é dada por $U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$. Identifique as situações de equilíbrio estável e instável do dipolo no campo.

2. (Ex. 14, cap. 11 - HMN) No sistema da figura, análogo a um regulador centrífugo, o anel A de massa desprezível, pode deslizar ao longo do eixo vertical. Inicialmente as duas bolas iguais de massa $m = 200$ g estão numa distância $r = 15$ cm do eixo e o sistema gira com velocidade angular $\omega = 6$ rad/s. Pressiona-se para baixo o anel A até que a distância das bolas ao eixo aumenta para $r = 25$ cm.



   (a) Qual é a nova velocidade angular de rotação? (2,16 rad/s)

   (b) Qual é o trabalho realizado sobre o sistema? (-0,104 J)

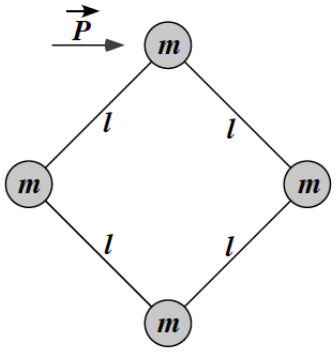
Colisões

3. (Ex. 4, cap. 11 - HMN) Dois patinadores de massa 60 kg, deslizando sobre uma pista de gelo com atrito desprezível, aproximam-se com velocidades iguais e opostas de 5 m/s, segundo retas paralelas, separadas por uma distância de 1,40 m.

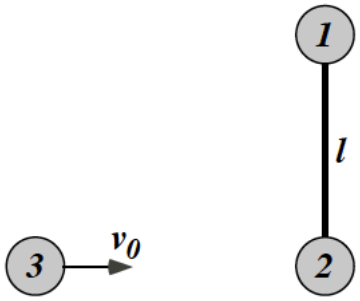
(a) Calcule o vetor momento angular do sistema e mostre que é o mesmo em relação a qualquer ponto e se conserva. (L = 420 kg m^2/s perpendicularmente à pista)

(b) Quando os patinadores chegam a 1,40 m um do outro, estendem os braços e dão-se as mãos, passando a girar em torno do centro de massa comum. Calcule a velocidade angular de rotação. ($\omega = 7,1$ rad/s)

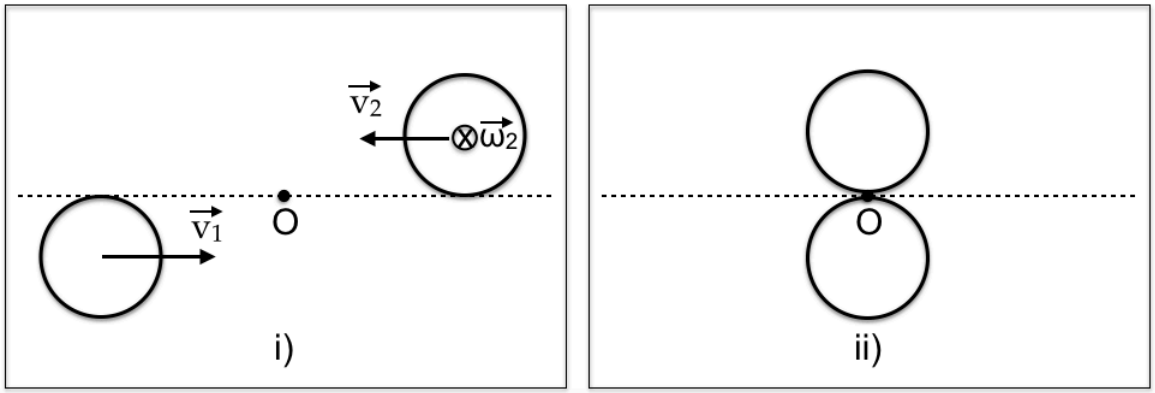
4. (Ex. 15, cap. 11 - HMN) Quatro discos iguais de massas m ocupam os vértices de uma armação quadrada formada por quatro barras rígidas de comprimento l e massa desprezível. O conjunto está sobre uma mesa de ar horizontal, podendo deslocar-se sobre ela com atrito desprezível. Transmite-se um impulso instantâneo $\vec{P}$ a uma das massas, na direção de uma das diagonais do quadrado (ver figura). Descreva completamente o movimento subsequente do sistema. ($\vec{v}_{cm} = \frac{\vec{P}}{4m}$ e $\vec{\omega} = \frac{\sqrt{2}\vec{P}}{4ml}$)



5. (Ex. 16, cap. 11 - HMN) Um haltere formado por dois discos 1 e 2 iguais de massas m unidos por uma barra rígida de massa desprezível e comprimento $l = 30$ cm repousa sobre uma mesa de ar horizontal. Um terceiro disco 3 de mesma massa m desloca-se com atrito desprezível e velocidade $v_0 = 3$ m/s sobre a mesa, perpendicularmente ao haltere, e colide frontalmente com o disco 2, permanecendo colado a ele. Descreva completamente o movimento subsequente do sistema. ($v_{cm} = 1$ m/s na direção de $\vec{v}_0$ e $\omega = 5$ rad/s)



6. Dois discos de massas $m_1 = m_2 = 2,0$ kg e raios $r_1 = r_2 = 10$ cm movem-se sem atrito sobre uma mesa horizontal com velocidades (em módulo) $v_1 = v_2 = 1$ m/s, conforme a parte i) da figura abaixo. O disco 2 gira com velocidade angular $\omega_2 = 10$ rad/s no sentido horário, enquanto o disco 1 gira com velocidade ω_1 desconhecida. Os discos colidem no ponto O e grudam formando um conjunto que permanece estático após a colisão, com velocidade angular do conjunto igual a zero, conforme figura ii).



Determine:

(a) O vetor momento angular, direção e sentido do disco 2 em relação ao seu centro de massa, antes da colisão. ($-0,1$ kg m^2/s, o sinal indica que o vetor está entrando no plano da mesa)

(b) O vetor momento angular do disco 2 em relação ao centro O, antes da colisão. ($+0,1$ kg m^2/s)

(c) A velocidade angular $\vec{\omega}_1$ e sentido do disco 1, antes da colisão. (-30 rad/s, ou seja, girando no sentido horário.)

Momento de Inércia

7. (Ex. 1, cap. 12 - HMN). Demonstre o seguinte *teorema dos eixos perpendiculares*: O momento de inércia de uma placa (lâmina delgada) plana de forma arbitrária em relação a um eixo Oz perpendicular a seu plano, com a origem O no plano da placa, é a soma dos momentos de inércia da plana em relação aos eixos Ox e Oy, que formam com Oz um sistema de eixos ortogonais.

8. (Ex. 2, cap. 12 - HMN) Como aplicação do teorema dos eixos perpendiculares, calcule:

   (a) O momento de inércia de uma plana retangular homogênea de massa M e lados a e b em relação a um eixo perpendicular a seu plano, que passa pelo centro da placa. ($\frac{1}{12}M(a^2+b^2)$)

   (b) O momento de inércia de um disco circular de massa M e raio R, em torno de qualquer de um seus diâmetros. ($\frac{1}{4}MR^2$)

9. (Ex. 3, cap. 12 - HMN) Calcule o momento de inércia de uma lâmina homogênea de massa M em forma de anel circular, de raio interno r_1 e raio externo r_2.

   (a) Em relação a um eixo perpendicular ao plano do anel, passando pelo seu centro. ($\frac{1}{2}M(r_1^2+r_2^2)$)

   (b) Em relação a um diâmetro do anel. Verifique o resultado, nos casos limites de um disco e um aro circular. ($\frac{1}{4}M(r_1^2+r_2^2)$)

Dinâmica de Corpos Rígidos

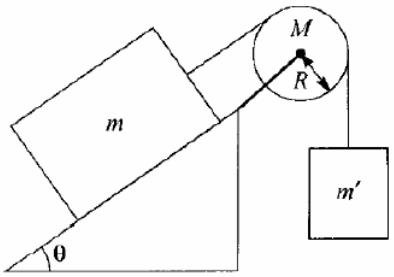
10. (Ex. 6, cap. 12 - HMN) Uma porta de 15 kg e 70 cm de largura, suspensa por dobradiças bem azeitadas, está aberta de 90°, ou seja, com seu plano perpendicular ao plano do batente. Ela leva um empurrão na beirada aberta, com impacto equivalente ao de uma massa de 1 kg, com velocidade de 2,5 m/s. Quanto tempo ela leva para fechar-se? (2,2 s)

11. (Ex. 7, cap. 12 - HMN) Uma mesa de coquetéis tem um tampo giratório, que é uma tábua circular de raio R e massa M, capaz de girar com atrito desprezível em torno do eixo vertical da mesa. Uma bala de massa $m \ll M$ e velocidade v, disparada por um convidado que abusou dos coquetéis, numa direção horizontal, vai-se encravar na periferia da tábua.

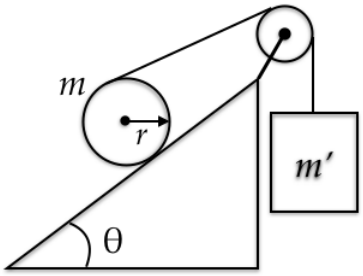
(a) Qual é a velocidade angular de rotação adquirida pela tábua? ($\omega = \frac{2mv}{MR}$)

(b) Que fração da energia cinética inicial é perdida no impacto? ($1 - \frac{2m}{M}$)

12. (Ex. 10, cap. 12 - HMN) Um bloco de massa m, que pode deslizar com atrito desprezível sobre um plano inclinado de inclinação θ em relação à horizontal, está ligado por um fio, que passa sobre polia de raio R e massa M, a uma massa $m' > m$ suspensa. O sistema é solto em repouso. Calcule, por conservação da energia, a velocidade v de m' após cair uma altura h. ($v^2 = \frac{2gh(m'-m\sin\theta)}{m+m'+M/2}$)



13. (Ex. 12, cap. 12 - HMN) Uma fita leve está enrolada em volta de um disco circular de massa m e raio r, que rola sem deslizar sobre um plano inclinado áspero de inclinação θ. A fita passa por uma roldana fixa de massa desprezível e está presa a um corpo suspenso de massa m'.

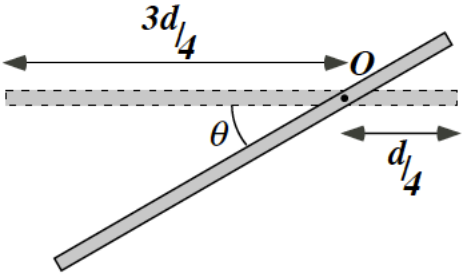


Calcule

(a) A aceleração a da massa m'. ($a = \frac{g(m'-\frac{m}{2}\sin\theta)}{m'+\frac{3}{8}m}$)

(b) A tensão T na fita. ($T = \frac{mm'g(\frac{3}{4}+\sin\theta)}{2m'+\frac{3}{4}m}$)

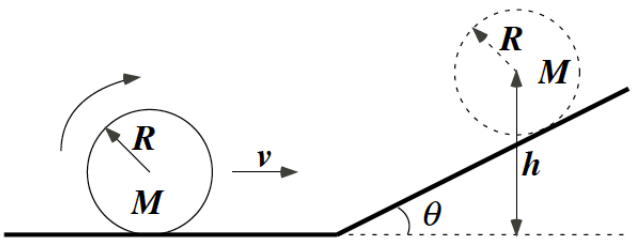
14. (Ex. 13, cap. 12 - HMN) Uma haste metálica delgada de comprimento d e massa M pode girar livremente em torno de um eixo horizontal, que a atravessa perpendicularmente, à distância $d/4$ de uma extremidade. A haste é solta a partir do repouso, na posição horizontal.



(a) Calcule o momento de inércia I da haste com respeito ao eixo em torno do qual ela gira. ($I = \frac{7}{48}Md^2$)

(b) Calcule a velocidade angular ω adquirida pela haste após ter caído de um ângulo θ (figura), bem como a aceleração angular α. ($\omega = \left[\frac{24g}{7d}\sin\theta\right]^{1/2}$ e $\alpha = \frac{12g}{7d}\cos\theta$)

15. (Ex. 14, cap. 12 - HMN) Uma roda cilíndrica homogênea, de raio R e massa M, rola sem deslizar sobre um plano horizontal, deslocando-se com velocidade v, e sobe sobre um plano inclinado de inclinação θ, continuando a rolar sem deslizar (figura ao lado).



Até que altura h o centro da roda subirá sobre o plano inclinado? ($h = R + \frac{3}{4}\frac{v^2}{g}$)

16. (Ex. 17, cap. 12 - HMN) Uma bola de boliche esférica uniforme é lançada, com velocidade inicial v_0 horizontal e sem rotação inicial, sobre uma cancha horizontal, com coeficiente de atrito cinético, μ_c.

    (a) Que distancia d a bola percorrerá sobre a prancha até que comece a rolar sem deslizar? ($d = \frac{12v_0^2}{49\mu_c g}$)

    (b) Quanto tempo t depois do lançamento isso ocorre? ($t = \frac{2v_0}{7\mu_c g}$)

    (c) Qual é a velocidade v da bola nesse instante? ($v = \frac{5}{7}v_0$)

17. (MIT) Um aro de bibicleta de raio R e massa m está girando inicialmente com velocidade angular $\vec{\omega}_0$ (ver figura) em torno de um eixo perpendicular ao plano do aro e passando pelo seu centro de massa. O aro é baixado até o chão e o toca sem ricochete (sem quicar). Tão logo o aro toca o chão, começa a mover-se na horizontal até que rola sem deslizar com velocidade angular final (desconhecida) ω_f e velocidade do centro de massa (desconhecida) v_{cmf}. A figura mostra dois instantes de tempo: aquele em que o aro toca o chão e aquele em atinge a velocidade angular final.

    (a) Esboce o diagrama de forças atuando sobre o aro enquanto esse se move na horizontal.

    (b) Qual a relação entre a velocidade angular de rotação ω_f e a velocidade do centro de massa v_{cmf} quando o aro passa a rolar sem deslizar? ($v_{cmf} = R\omega_f$)

    (c) Determine a velocidade do centro de massa do aro quando ele começa a rolar sem deslizar. ($v_{cmf} = \frac{1}{2}R\omega_0$)

18. (Ex. 17, cap. 12 - HMN) Uma bola de boliche esférica uniforme é lançada, com velocidade inicial $\vec{v}_0$ horizontal e sem rotação inicial, sobre uma prancha horizontal, com coeficiente de atrito μ_c.

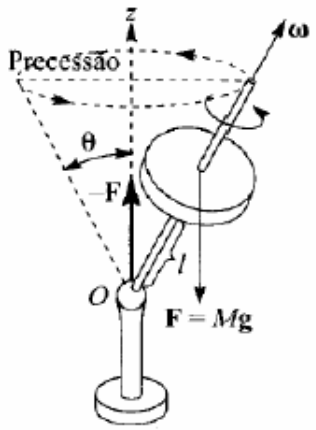
    (a) Que distância d percorrerá a bola sobre a prancha até que comece a rolar sem deslizar?

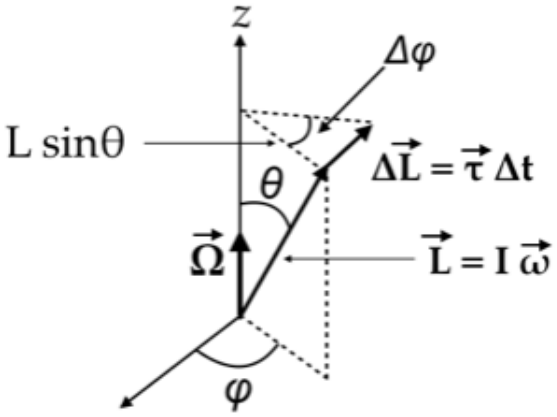
    (b) Quanto tempo t depois do lançamento isso ocorre?

    (c) Qual a velocidade $\vec{v}$ da bola nesse instante?

Giroscópio

19. (Ex. 18, cap. 12 - HMN) Um giroscópio, construído por um disco de 5 cm de raio, colocado no centro de uma haste de 10 cm de comprimento e massa desprezível, gira em torno de seu eixo a 1500 rpm. Ele é colocado com seu eixo horizontal e um extremo apoiado num suporte. Calcule a velocidade angular de precessão, em rpm. (23,8 rpm)





20. (Ex. 19, cap. 12 - HMN) Um pião cônico homogêneo de massa M tem raio da base R e altura h.

    (a) Calcule a posição do centro de massa do pião. (Sobre o eixo, a 3h/4 do vértice)

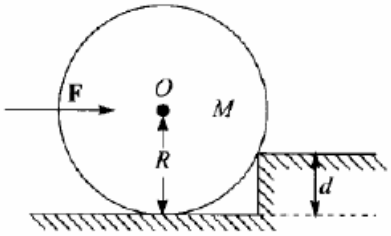
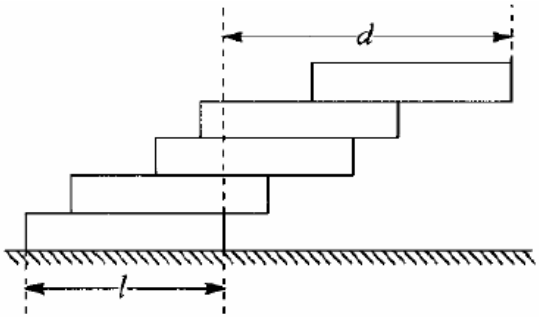
    (b) Calcule a velocidade angular $\vec{\Omega}$ de precessão regular do pião quando ele é colocado em rotação rápida, de velocidade angular $\vec{\omega}$ em torno do seu eixo, com a ponta apoiada no chão. ($\Omega = \frac{5}{2}\frac{gh}{\omega R^2}$)

    (c) Se o pião precessiona com seu eixo inclinado de θ em relação à vertical, qual é a força horizontal de reação $\vec{F}$ exercida sobre seu ponto de apoio? ($|\vec{F}| = \frac{3}{4}M\Omega^2 h \sin\theta$, centrípeta com respeito ao círculo descrito pelo CM)

    (d) Calcule Ω e $|\vec{F}|$ para $M = 300$ g, $R = 4$ cm, $h = 12$ cm. ($\Omega = 6,1$ rad/s, $|\vec{F}| = 0,51$ N)

Estática

21. (Ex. 20, cap. 12 - HMN) Calcule a magnitude da força F horizontal que é preciso aplicar, em direção ao eixo O, para conseguir que um tambor cilíndrico, de massa M e raio R, suba um degrau de altura $d < R$. ($F = Mg\sqrt{d(2R-d)}/(R-d)$)



22. (Ex. 23, cap. 12 - HMN) Empilha-se N blocos idênticos, de comprimento l cada um, sobre uma messa horizontal. Qual é a distancia máxima entre as extremidades do último e do primeiro bloco para que a pilha não desabe? Sugest ao: Considere as condições de equilíbrio, sucessivamente, de cima para baixo. Faça a experiência! (use blocos de madeira, livros, tijolos,... idênticos). ($d = \frac{l}{2}\left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \cdots + \frac{1}{N+1}\right)$)